

# 이족보행로봇 IWR의 기구학적 모델링과 역동역학 해석

김진석\*, 박인규(인하대 대학원 자동화공학과), 김진걸(인하대 기계·항공·자동화공학부)

## Kinematic Modeling and Inverse Dynamic Analysis of the IWR Biped Walking Robot

Jin-Seok Kim, In-Gyu Park(Auto. Eng. Dept., Graduate School, Inha Univ.),

Jin-Geol Kim(Mech. ·Aero. ·Auto. Eng. Dept., Inha Univ.)

### ABSTRACT

This paper deals with dynamic walking and inverse dynamic analysis of the IWR biped walking robot. The system has nine bodies of the multibody dynamics, and all of the joints of them are made up of the revolute joints at first. The problem of redundant constraint in double support phase is solved by changing the type of the joints considering kinematic relation. To make sure of its dynamic walking, the movement of balancing weight is determined by which satisfies not only the condition of ZMP by applying the principle of D'Alembert but also the contact condition of the ground. The modeling of IWR and dynamic walking are realized using DADS.

**Key Words** : Kinematic modeling (기구학적 모델링), Inverse dynamics (역동역학), IWR (Inha Walking Robot), Biped walking robot (이족보행로봇), Zero Moment Point (균형점)

### 1. 서론

최근 이동로봇은 위험한 작업환경뿐만 아니라 우리 주변의 복잡하고 다양한 생활환경 속에서도 인간을 보조할 수 있도록 보다 인간과 유사한 다리구조 및 이동능력을 부여하기 위한 이족보행로봇에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 하지만 지금까지의 많은 연구들이 이족보행로봇의 복잡한 구조로 인하여 정확한 동역학적인 모델링에 많은 제약이 뒤따르게 되어, 필요이상의 가정이나 생략을 함으로서 실제 시스템을 표현하는데 많은 문제점이 발생하였다. 이를 보완하기 위하여 최근에는 컴퓨터의 발전과 더불어 다물체 동역학 해석기법을 기반으로 하는 전산 동역학 분야에서 널리 사용되고 있는 상용 동역학해석 프로그램들을 이용하여 실제 모델링에 보다 가깝게 운동방정식을 표현하고 있다.<sup>(1)</sup>

본 논문에서는 Takanishi<sup>(2)</sup>가 제안한 ZMP방정식을 이용하여 지면의 ZMP 조건뿐만 아니라 지면반력 조건을 만족하는 균형추의 운동궤적을 생성한다. 그리고 보다 정확한 동역학 해석을 위하여 이족보행로봇의 모델을 상용동역학 해석 프로그램인 DADS를 이용하여 구성한다.<sup>(3)</sup> 이와 같이 구한 ZMP 및 다리

와 몸체의 궤적을 입력으로 역동역학 해석을 수행한다.

### 2. 이족보행로봇 IWR의 모델링

이족보행로봇의 시스템은 크게 몸체, 다리, 균형추로 구성되며, 총 9개의 링크와 8개의 관절로 이루어져 있다. 몸체는 한 개의 링크로 구성되고, 다리는 좌우 각각 3개의 링크와 3개의 관절로 구성되며, 균형추는 2개의 링크와 2개의 관절로 구성되어 있다.

이족보행로봇은 보행 시 두 발바닥이 지면과 접촉하는 상태에 따라서 몸체와 유각이 이동하는 한 발 지지단계와 두 발바닥이 모두 지면과 접촉한 두 발 지지단계로 나눌 수 있다. 그리고 모든 보행 걸음새는 두 발 지지단계에서 시작하여, 한 발 지지단계와 두 발 지지단계가 한 쌍을 이루는 스텝의 반복을 거쳐 다시 두 발 지지단계로 끝이 난다. 인간과 유사한 보행을 행하기 위해서는 이 두 발 지지단계의 해석이 필수적이다.<sup>(4)(5)</sup>

먼저 한 발 지지단계 모델링의 경우 다리의 모든 관절을 회전관절로 선정할 수 있으나 두 발 지지단계의 보행상태에 들어가게 되면 이족보행로봇 자체

가 하나의 구조물과 같은 성질을 갖는 폐쇄형을 이루게 되어 모델링 시 잉여구속식이 발생한다. 따라서 역동역학 해석을 위해서는 잉여구속 조건이 없어야 하므로 연구 대상인 Fig. 1 (a)에 나타난 이족보행 로봇 IWR의 구조 및 실제의 움직임을 고려하여 자유도를 선정하고, 또한 이에 맞는 관절을 선정하여 불필요한 잉여구속식이 발생하지 않도록 한다.

먼저 한 발 지지단계인 모드 1의 경우 전체 시스템은 링크가 9개이고, 이 중 균형추와 균형추 가이드 레일 사이에는 직진관절을 그리고 나머지 각 관절에 모두 회전관절을 설정하여 모델링하고 이족보행로봇의 특성상 발바닥이 스텝에 따라 지면과의 관계가 접촉과 이탈을 반복하게 되므로 보행 중 전체 시스템을 지지하는 지지각의 발바닥에 지면과 각 방향에 대해 뒤틀림 없이 고정되도록 Fig. 2와 같이 3개의 점을 설정하고 여기에 6개의 절대구속조건을 부여하면 전체 계는 모두 8자유도가 되며, 각 관절의 구동 조건식을 고려하면 자유도는 0이 된다. 또한 스텝 중 몸체와 유각의 전진운동을 마친 후 유각과 지지각이 바뀌며 균형추가 다음 스텝의 초기자세로 이동하는 상변환 과정인 두 발 지지단계 모드 2의 경우 각 관절을 모드 1과 같이 모델링 할 경우, 앞서 말한 잉여구속식이 발생하여 자유도의 수는 -6이 되므로 지지각에만 부여된 지면과의 절대구속조건을 양쪽 발바닥에 분산시킨다. 그리고 잉여구속조건을 줄이기 위해 양쪽의 다리와 몸체 사이 대퇴부의 회전관절을

Table 1 Kinematic models for each modes

	Mode 1	Mode 2
No. of Generalized Coordinates (nc)	No. of bodies (nb) : 9 nc = nb × 7 = 63	
No. of Holonomic Constraints (nh)		
- Translational Joint	[J8] 5	[J8] 5
- Revolute Joint	[J1~7] 35	[J2,5,7] 15
- Universal Joint	0	[J3,6] 8
- Spherical Joint	0	[J1,4] 6
- Euler Parameter	9	9
- Absolute Coordinate	6	6
Total	nh = 55	nh = 49
DOF (= nc-nh)	8	14

각각 구면관절로 바꾸고, 양쪽 발목부의 회전관절을 각각 유니버설관절로 바꿔 모델링하여 모두 무릎 관절의 축방향을 기준으로 회전운동을 구속하면서 잉여구속식 6개를 모두 줄여 각 관절의 구동조건식을 고려할 때 자유도가 0인 시스템을 만든다. 이와 같이 하여 선정된 각 모드별 관절을 Table. 1에 나타냈다.<sup>(6)(7)</sup>

### 3. 운동방정식과 구속조건

구속조건에는 물체와 물체를 연결하는 관절에 생기는 기구학적 조건식이 있으며  $\Phi^K(q)$ 로 표시하고, 역동역학 해석을 위해 운동을 표시하는 구속조건식을 구동조건식이라 하며  $\Phi^D(q, t)$ 로 표시한다. 오일러 매개변수를 공간에서의 회전을 표시하는 좌표로 사용할 때에는 오일러 매개변수 구속조건식을 필요로 하며

$$\Phi_i^P = \mathbf{p}_i^T \mathbf{p}_i - 1 = 0, \quad i = 1, \dots, nb \quad (1)$$

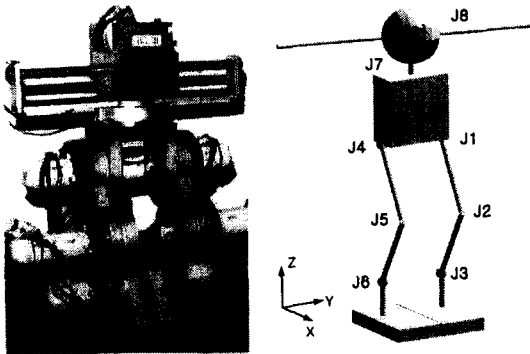
과 같이 정의된다.

시스템의 전체 구속조건식은 기구학적 구속조건식과 구동조건식, 위치와 방향을 결정하는 오일러 매개변수 구속조건식을 포함하여

$$\Phi(q, t) \equiv \begin{bmatrix} \Phi^K(q) \\ \Phi^D(q, t) \\ \Phi^P(q) \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

와 같이 표시되며, 각 벡터들은 서로 독립이다.

식(2)의 시간변화율을 나타낸 속도방정식과 가속도방정식은



(a) Photo of the IWR (b) DADS modeling  
Fig. 1 IWR biped walking robot.

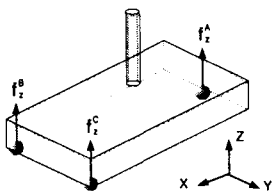


Fig. 2 Feet modeling with 3 points on the sole

$$\Phi_q \dot{q} = -\Phi, \equiv v \quad (3)$$

$$\Phi_q \ddot{q} = -(\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2 \Phi_{q_i} \dot{q} - \Phi_{ii} \equiv \gamma \quad (4)$$

와 같이 각각 나타낼 수 있다.

운동방정식에 라그랑지승수를 도입하여 구속조건식을 포함하는 미분-대수방정식을 구성하면

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^A \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (5)$$

와 같은 가속도 방정식으로 표현된다. 여기에서  $Q^A$ 는 외력을 나타내며, 자유도가 0이므로 가속도  $\ddot{q}$ 와 반력  $\lambda$ 를 대수적으로 얻을 수 있다.

#### 4. 동적보행

동적으로 안정된 보행을 위하여 균형추의 운동은 지획된 ZMP의 궤적조건뿐만 아니라 지면과의 접촉조건도 만족하여야 한다. 이 장에서는 ZMP와 접촉조건에 대하여 나타낸다.

##### 4.1 ZMP 조건

임의의 공간에  $i$ 개의 질점이 존재하며, 질량이 각각  $m_i$ 이고, 관성좌표계  $O-XYZ$ 에 관하여 각각  $[x_i, y_i, z_i]^T$ 의 위치에 놓여있을 때, 지면상의 임의의 위치에 대한 모멘트 평형방정식을 세우면 그 임의의 위치에서는 모멘트가 0이 된다. 이 점을 ZMP라 정의하며, 위치는 평면상에  $P = [X_{zmp}, Y_{zmp}, 0]^T$ 로 나타낸다. 모멘트 평형방정식을 질점계 전체에 대하여 D'Alembert의 원리를 적용하면

$$\sum_{i=1}^n m_i (r_i - P) \times (\ddot{r}_i + G) + M_T = 0 \quad (6)$$

과 같다. 여기에서  $m_i$ 는  $i$ 번째 질점,  $r_i$ 는  $i$ 번째 질점의 거리벡터,  $P$ 는  $x-y$  좌표계에서 점  $P$ 까지의 거리벡터,  $M_T$ 는 점  $P$ 에 작용하는 전체모멘트,  $G$ 는 중력 가속도를 각각 의미한다. 이 식(6)을 통하여 각 링크의 위치 및 속도, 가속도 등의 벡터량 표현이 가능하다.

지지가각과 유각의 움직임, 그리고 이에 대한 보상 모멘트를 발생시키는 균형관절의 움직임에 의해 결정되는 시스템의 실제 균형점을 표현하는 균형점 검증방정식은

$$X_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z) x_i - \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{x}_i + G_x) z_i}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z)} \quad (7)$$

$$Y_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z) y_i - \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + G_y) z_i}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z)} \quad (8)$$

이며, 이 식을 통하여 이족보행로봇 IWR의 안정도를 판별할 수 있다.

D'Alembert식으로부터 균형추의 궤적을 나타내는 미지항에 해당하는  $x_T$ 와  $y_T$ 에 대해 정리하면

$$\ddot{x}_T(t) - \frac{m_T(\ddot{z}_T + G_z)}{m_T z_T} x_T(t) = \alpha \quad (9)$$

$$\ddot{y}_T(t) - \frac{m_T(\ddot{z}_T + G_z)}{m_T z_T} y_T(t) = \beta \quad (10)$$

와 같고, 여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 각각,

$$\alpha = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z) (x_i - X_{zmp}) \\ - \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{x}_i + G_x) z_i \\ - m_T (\ddot{z}_T + G_z) X_{zmp} - m_T G_x z_T \end{array} \right\} / m_T z_T \quad (11)$$

$$\beta = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z) (y_i - Y_{zmp}) \\ - \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + G_y) z_i \\ - m_T (\ddot{z}_T + G_z) Y_{zmp} - m_T G_y z_T \end{array} \right\} / m_T z_T \quad (12)$$

으로 균형추의 시간에 따른  $x$ 방향과  $y$ 방향의 운동궤적을 표현하는 이차 미분방정식이 된다. 아래첨자  $T$ 는 균형추를 나타내며 링크의 번호는 9이다.

##### 4.2 지면접촉 조건

균형추의 위치를 결정하기 위해서 ZMP방정식인 식(9)와 식(10)을 이용하였다. 그러나 이 방정식은 시스템을 질점으로 가정하여 구성한 식이므로 실제의 강체 모델과는 많은 차이를 가진다. 그래서 본 논문에서는 균형추의 위치궤적이 ZMP 조건뿐만 아니라 발과 지면사이의 접촉조건도 만족해야 한다. 여기서 접촉조건은 식(13)과 같다.<sup>(8)</sup>

$$f_z \geq 0 \quad (13)$$

여기서  $f_z$ 는 지면반력의 수직력성분을 나타낸다.

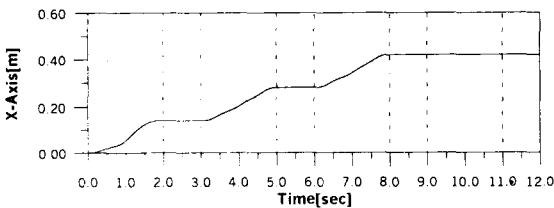
## 5. 모의실험

본 논문의 모의실험은 이족보행로봇 IWR이 초 기자세에서 출발하여 12초 동안 세 스텝 전진보행을 한다. 모의실험에 이용된 DADS 모델은 Fig. 1 (b)에 나타내고, 물성치는 Table. 2와 같다. 전 보행구간에서 몸체의 높이는 40cm로 일정하며 보폭은 14 cm/step. 시간은 3 sec/step이다. 몸체와 두 발의 운동 궤적을 Fig. 3에 절대좌표로 나타냈다.

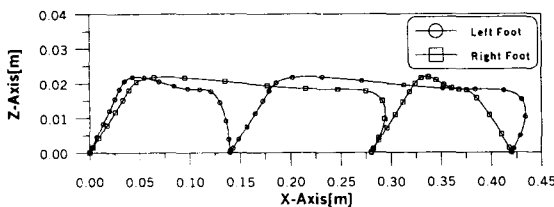
이 절대운동궤적들을 입력값으로 식(9)와 식(10)

Table 2 Material properties of biped system

Body Name (Body No.)	Length [m]	Mass [kg]	Inertia [Kg·m <sup>2</sup> ]	Product of Inertia [Kg·m <sup>2</sup> ]
Balancing Weight (9)	0.0952	17.005038	Jxx: 0.055434 Jyy: 0.079867 Jzz: 0.057604	Jxy: -0.000004 Jyz: 0.000440 Jxz: 0.0
Balancing Weight Guide (8)	0.074	3.300783	0.169327 0.094235 0.075758	0.000002 -0.000032 -0.000002
Hip (1)	0.1265	5.367865	0.024737 0.024099 0.018321	0.0 0.0 -0.000460
Left Upper Leg (2)	0.150	5.459927	1.386040 1.377268 0.015232	-0.000015 -0.008010 0.000054
Right Upper Leg (3)	0.150	5.459927	1.386040 1.377268 0.015232	-0.000015 -0.008010 -0.000054
Left Lower Leg (4)	0.150	3.714519	0.021204 0.019309 0.007721	-0.000005 -0.002146 0.000059
Right Lower Leg (6)	0.150	3.714519	0.021204 0.019309 0.007721	0.000005 0.002146 0.000059
Left Foot (4)	0.0885	2.014142	0.004222 0.007736 0.005002	-0.000024 -0.000288 -0.000679
Right Foot (7)	0.0885	2.014142	0.004222 0.007736 0.005002	0.000024 0.000288 -0.000679
Total	0.6812	18.050862		



(a) Cartesian position trajectory of body 1



(b) Cartesian trajectories of feet

Fig. 3 Cartesian trajectories

을 이용하여 균형추의 운동궤적을 구한 후, 다시 이 궤적과 절대운동궤적들을 입력으로 식(7)과 식(8)을 이용하여 얻은 ZMP의 궤적을 Fig. 4에 나타냈다. 그 결과 궤적을 계획된 ZMP의 궤적과 비교하였을 때 약간의 오차가 있으나 모두 안정영역인 발바닥 내에 존재하므로 얻어진 균형추의 운동이 안정됨을 알 수 있다.

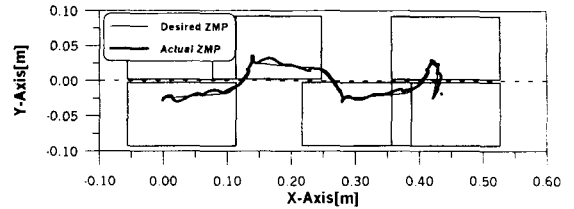
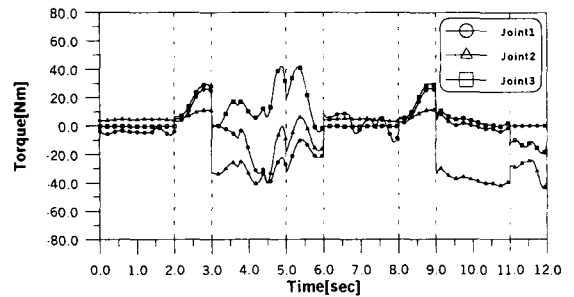
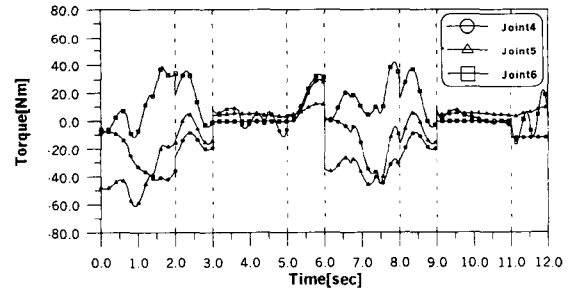


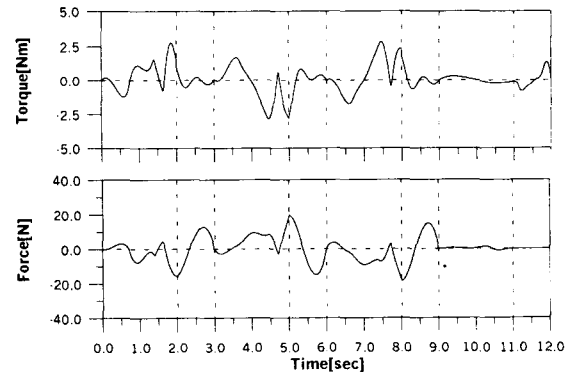
Fig. 4 ZMP trajectory



(a) Driving torques of left leg



(b) Driving torques of right leg



(c) Driving torque of joint 7 and force of joint 8

Fig. 5 Driving torques and force of each joints

지금까지 설정한 운동궤적들을 입력으로 역동역학 해석을 수행한 결과를 Fig. 5에 각 관절별로 나타냈다. 양 다리의 무릎관절인 관절 2와 관절 5에서 가장 큰 구동력이 발생하였으며 전체적으로 지지각일때의 관절들에서 구동력 변화량이 컸다. 그리고 모드 1에서 모드 2로 혹은 모드 1에서 모드 2로 바뀌는 각 모드의 변환시점에서 토크의 불연속이 발생함을 알 수 있다.

그리고 발과 지면과의 관계를 알아보기 위하여 각 발의 바닥에 Fig. 2에서와 같이 세 개의 점이 지면과 접하는 것으로 가정을 한 후, 역동역학 해석을 통하여 각 점에서 발생하는 수직반력을 Fig. 6에 나타냈다. 이때 각 점에서 발생하는 반력들의 값이 양의 값을 가지므로 지면과 접촉하고 있음을 알 수 있으며, 모드 2에서는 단속적으로 양발의 바깥쪽에 위치한 점 B나 C 중 하나가 지면에서 이탈함을 알 수 있으나 두 발의 나머지 점들이 지면과 접촉을 이루고 있으므로 안정하다고 할 수 있다.

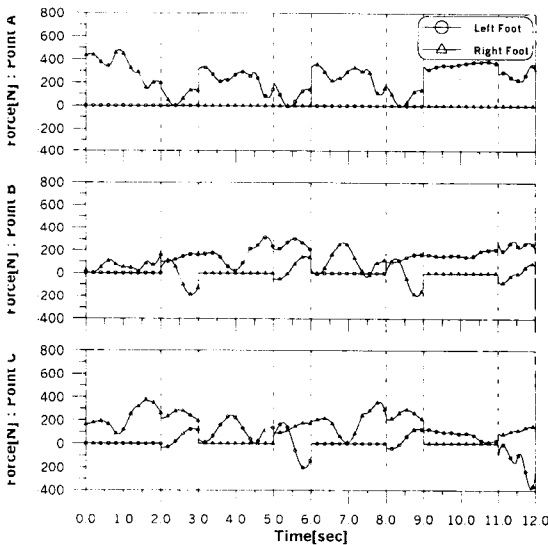


Fig. 6 Normal reaction forces at each points of feet

#### 4. 결론

본 논문에서는 이족보행로봇의 동적보행을 위하여 ZMP와 지면반력 조건을 만족하는 균형추의 운동궤적을 생성하였다. 본 연구의 결론을 정리하면 다음과 같다.

(1) 상용 동역학해석 프로그램인 DADS를 이용하여 보다 엄밀한 동역학 해석을 수행하여 결과의 신뢰성을 얻을 수 있었다.

(2) ZMP 조건을 만족하는 균형추의 운동이 제안된 ZMP의 궤적을 만족할 뿐만 아니라 지면과의 조

건도 만족함을 알 수 있었다.

(3) 기구학적 구속조건의 첨가 혹은 제거 기법을 사용하여 한 발 지지단계와 두 발 지지단계를 각각 해석하였으며, 이로 인하여 연속적인 DADS 해석에 많은 어려움이 발생하였다.

#### 참고문헌

1. Q. Huang, S. Kajita, N. Koyachi, K. Kaneko, K. Yokoi, T. Kotoku, H. Arai, K. Komoriya, and K. Tanie, "Walking Patterns and Actuator Specifications for a Biped Robot," Proc. IEEE/RSJ, pp. 1462-1468, 1999.
2. A. Takanishi, "Robot Biped Walking Stabilized with Trunk Motion," Robots and Biological Systems, Towards a New Bionics, Springer-Verlag, pp. 271-291, 1989.
3. DADS User Manual. Ver. 7.5, Computer Aided Design Software Inc., Oakdale, IA, USA.
4. 박인규, 김진걸, "이족보행로봇의 비충격 걸음새를 위한 제어에 관한 연구," Proc. 12th KACC, pp. 536-539, 1997.
5. S. C. Wu, S. M. Yang, and E. J. Haug, "Dynamics of Mechanical Systems with Coulomb Friction, Stiction, Impact, and Constraint Addition-Deletion," Univ. of IowaTech. Report No. 84-19, 1984.
6. E. J. Haug, "Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical System," Vol. I: Basic Methods, Allyn and Bacon, 1989
7. 김위조, 유완석, 이병훈, 이만형, 윤경화, "굴삭기의 3차원 모델링 및 역동역학 해석", 대한기계학회 논문집, 제17권, 제8호, pp.2043-2050, 1993.
8. Higdon, Stiles, Davis, Evces, and Weese, "Engineering Mechanics, Dynamics," Prentice Hall, 1979.