

3점식 정도측정에 관한 연구

전승윤*(부산대 대학원 지능기계공학과), 이영진(부산대 대학원 지능기계공학과),
정영일(한국전기안전공사), 배종일(부경대 전기공학과), 이만형(부산대 기계공학부)

The Study of Precision measurement by the 3-Point Method

S. Y. Jeon(Intelligent Mech. Eng. Dept., PNU), Y. G. Lee(Intelligent Mech. Eng. Dept., PNU),
Y. I. Jung(KESCO), J. I. Bae(Elec. Eng. Dept., PNU), M. H. Lee(School of Mech. Eng. , PNU)

ABSTRACT

Roundness measurement method using three displacement sensors makes in-process roundness measurement possible on the NC machine because it eliminates the vibration signal and eccentricity signal from measured roundness signal from the workpiece. But if measured signals contain noises, high precision measurement of the roundness isn't possible. In this study, a high precision in-process roundness measurement system is developed, which applies a Kalman filter to the roundness measurement method using three displacement sensors and can be used to measure vibration of the spindle.

Key Words : Roundness (진원도), In-Process (공정중), Vibration(진동), Precision measurement (정밀측정), Noise (잡음), Kalman filter (칼만필터)

1. 서론

회전기계부품의 회전오차는 가공물의 기하편차에 기인하는 것으로 회전기계의 진동 및 소음의 발생원이 되고, 기계의 수명 및 성능 뿐 아니라 안전상의 문제로 확산 될 수도 있다. 산업 현장에서는 이러한 회전기계 부품의 품질 확보를 위해 많은 시간과 비용을 투자하고 있는데, 이런 손실을 최소화하기 위해 기존에 가공공정 및 검사공정이 분리되어 가공물의 합부 판정 및 수정 작업에 많은 시간 및 비용이 소요되며 공정들을 가공공정 중에 검사공정을 통합함으로써 생산성 및 품질안정을 도모할 수 있는 In-Process 검사기 개발에 관심을 모으고 있다. 본 논문에서는 회전기계부품의 기하편차 중 진원도를 다루고 있으며, 실제 회전기계부품이 가공되는 현장 조건하에서 고정도로 In-Process 진원도 측정이 가능한 시스템을 구성하기 위해 가공물 표면에 존재하는 절삭유 및 이물질에 강인한 특성을 가지는 와전류 센서와 가공기계 주변의 진동 및 가공물을 회전시키는 주축의 회전 편심에 대한 진원도 측정오차를 제거하기 위해 3점식 진원도 측정알고리즘^[1]을 적용하

였다. 원형가공물은 작업자나 작업환경에 따라 가공되어지는 형상이 일정하지 않기 때문에 변위센서의 출력값에서 노이즈와 원형가공물의 형상을 분리하는 것은 어려운 일이다. 노이즈의 진폭은 특히 고정밀 가공물의 진원도 측정시 측정된 진원도값에 상대적으로 많은 측정오차량을 가지게 하는데, 본 연구에서는 와전류센서 특성에 맞는 Kalman 필터^[2,3,4]를 이용하여 고정도의 진원도 측정값을 얻을 수 있었다. 기존의 접촉식 센서를 이용하는 대부분의 진원도 측정기는 가공물 표면의 이물질의 양에 따라 측정되는 진원도값이 달라질 수 있고, 측정물과 센서헤드의 접촉마찰로 인해 내구성이 떨어지는 단점이 있으나, 본 연구에서 개발한 표준 Kalman 필터를 이용한 3점식 진원도측정기는 비접촉식 센서인 와전류 센서를 이용하므로 가공물표면의 이물질에 대한 측정오차가 없으며 내구성면에서도 뛰어나고 또한 노이즈 존재 하에서도 고정도의 진원도측정이 가능할뿐 아니라 외부진동 및 주축의 편심회전으로 인한 진원도 측정오차를 제거시켜주는 3점식 진원도 알고리즘을 이용했기 때문에 실제 산업현장의 요구조건에 적합한 고정도의 In-Process 진원도 측정기라 할

수 있겠다. 또한 본 연구에서 개발한 In-Process 진원도 측정장치를 이용하여 회전주축의 반경방향 진동을 측정함으로써 각기 다른 절삭 조건하에서 회전정도를 측정해서 가공물의 진원도관계와 정량화할 수 있는 계기를 마련하였다.

2. 본론

2.1 3점식 정도측정장치의 구성

본 연구에서 개발한 3점식 정도측정장치는 원통형 가공물을 가공기로부터 분리하여 정밀계측실로 이동한 후 진원도를 측정하는 기준의 소모적인 방식이 아니라, 가공 공정중에 진원도를 측정할 수 있는 진원도 측정장치이다. In-Process 진원도측정을 가능케하기 위해 전체 시스템은 Fig. 1과 같이 구성하였다.

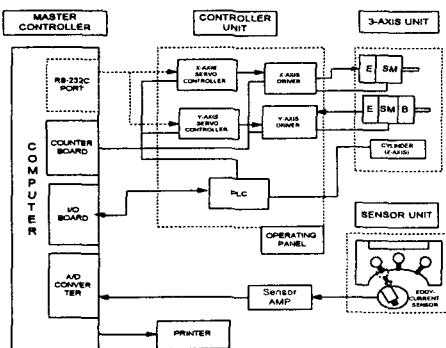


Fig. 1 Block diagram of the measurement system

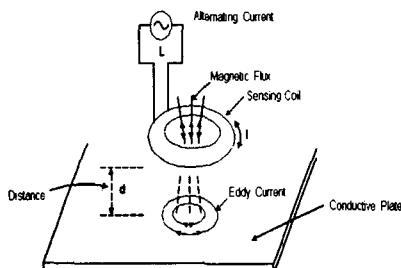


Fig. 2 Principle of eddy current sensor

와전류센서의 측정원리는 Fig. 2와 같이 센싱코일에 고주파의 여자전류에 의하여 자기장이 발생하며, 측정물이 자기장내로 근접하면 전자기 유도에 의한 센서의 진동에너지를 감소시키는 와전류(Eddy current)가 발생된다. 이런 원리에 의해 금속표면에 와전류가 유도되고, 측정물의 근접거리에 의해 와전류가 증가하면 센서의 진동폭 변화에 따라 변조된 신호가 발생하게 된다. Fig. 3은 3점식 정도측정 알고리즘을 적용하기 위해 3개의 변위 센서를 장착하는 구조를 나타낸다.

는 구조물을 나타낸 것으로서 센서 장착 구조물은 가공물을 회전시키는 회전축과 동축을 이룬 상태에서 테이터를 취득할 수 있도록 설계되었으며, 3개의 센서 배열 선정은 오차전파율^[5]을 고려하여, 3점법 진원도 알고리즘의 진원도 유추오차를 작게하는 각도 조건을 고려하여 설계하였다.

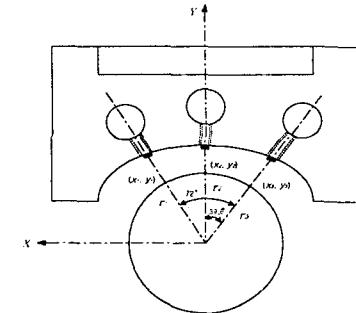


Fig. 3 Structure for sensor attachment

2.2 3점식 정도측정 알고리즘

3점식 정도 측정방식^[1]은 가공공정 중에 진원도를 측정할 수 있는 방식으로 주위진동이나 회전축의 편심으로 인한 측정오차를 제거할 수 있을 뿐 아니라 측정된 진원도를 이용하여 회전축의 진동성분을 유추할 수 있다. Fig. 4에 나타낸 것과 같이 겹출기 A, B, C의 교점을 O로 하고, O'를 회전중심으로 하고 점 O'를 원점으로 하여 피측정물에 고정한 XY축을 잡고 Y축으로부터 회전각도를 θ 라 하자. 정확하게 O'와 O는 일치하지 않지만 점 O와 O'가 근접한다고 가정하면, 피측정물이 회전하면서 얻어지는 표면형상 신호는 1회전 2π 를 주기로하는 회전각 θ 의 함수이므로 이것을 푸리에 급수로 전개하면 식(1)과 같다.

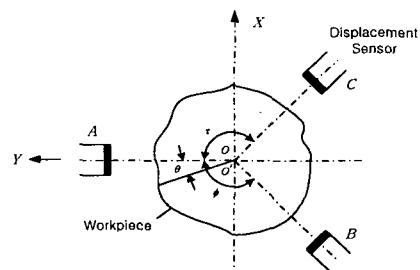


Fig. 4 Arrangement of three displacement sensors

$$\begin{aligned} \gamma(\theta) = & r_0 + (A_1 \cos \theta + B_1 \sin \theta) \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \end{aligned} \quad (1)$$

변위센서 A,B,C의 출력을 각각 S_A, S_B, S_C 라 하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$S_A(\theta) = R_A - \gamma(\theta) - y(\theta) \quad (2)$$

$$S_B(\theta) = R_B - r(\theta - \phi) - y(\theta) \cos(\phi) + x(\theta) \sin(\phi) \quad (3)$$

$$S_C(\theta) = R_C - r(\theta + \tau) - y(\theta) \cos(\tau) - x(\theta) \sin(\tau) \quad (4)$$

여기서,

R_A, R_B, R_C : 변위계와 중심 O 사이의 거리

$x(\theta), y(\theta)$: 진동의 x,y성분

검출기 A, B, C의 배율을 1:a:b로 하면 합성출력 $S(\theta)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S(\theta) &= S_A(\theta) + aS_B(\theta) + bS_C(\theta) \\ &= R_A + aR_B + bR_C - r_o(1 + a + b) + x(\theta)(a \sin \phi - b \sin \tau) \\ &\quad - y(\theta)(1 + a \cos \phi + b \cos \tau) \quad (5) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{\infty} [(A_k(1 + a \cos k\phi + b \cos k\tau) \\ &\quad + B_k(a \sin k\phi - b \sin k\tau)) \cos k\theta + \\ &\quad (B_k(1 + a \cos k\phi + b \cos k\tau) + \\ &\quad A_k(a \sin k\phi - b \sin k\tau)) \sin k\theta] \end{aligned}$$

식(5)을 살펴보면 R_A, R_B, R_C 는 센서 A,B,C의 표면과 측정대상물 표면까지의 거리를 나타내며, r_o 는 측정대상물의 평균반경이다. $x(\theta), y(\theta)$ 는 진원도 측정시 주변에 존재하는 진동성분을 x,y축성분으로 구분하여 나타낸 것이고, ϕ, τ 는 센서 A를 기준으로 센서 B,C가 배치된 각도를 나타낸다. 3개의 변위센서 합성출력 $S(\theta)$ 로부터 진동성분 $x(\theta), y(\theta)$ 가 제거되는 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a \sin \phi - b \sin \tau &= 0 \\ 1 + a \cos \phi + b \cos \tau &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)을 만족하는 ϕ, τ, a, b 를 설정하면 진동 및 편심향이 제거되고 합성출력 $S(\theta)$ 는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} S(\theta) &= R_A + aR_B + bR_C - r_o(1 + a + b) \quad (7) \\ &\quad - \sum_{k=2}^{\infty} [(A_k \alpha_k + B_k \beta_k) \cos k\theta \\ &\quad + (B_k \alpha_k - A_k \beta_k) \sin k\theta] \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} a &= -\frac{\sin \tau}{\sin(\phi + \tau)}, \quad b = -\frac{\sin \phi}{\sin(\phi + \tau)} \quad (8) \\ \alpha_k &= 1 + a \cos k\phi + b \cos k\tau, \\ \beta_k &= -a \sin k\phi + b \sin k\tau \end{aligned}$$

$S(\theta)$ 의 퓨리에 계수를 F_k, G_k 라 하면,

$$F_k = -A_k \alpha_k - B_k \beta_k, \quad G_k = A_k \beta_k - B_k \alpha_k \quad (9)$$

이다. 피측정물의 표면형상 $r(\theta)$ 의 퓨리에 계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_k &= (-\alpha_k F_k + \beta_k G_k) / (\alpha_k^2 + \beta_k^2) \quad (10) \\ B_k &= (-\beta_k F_k - \alpha_k G_k) / (\alpha_k^2 + \beta_k^2) \end{aligned}$$

측정 대상물의 진원도는 아래 식과 같다.

$$\Delta R = |e(\theta)_{\max} - e(\theta)_{\min}| \quad (11)$$

여기서, $e(\theta)$ 는 식(1)로부터

$$e(\theta) = r(\theta) - (A_0 + A_1 \cos \theta + B_1 \sin \theta) \quad (12)$$

이며, A_1, B_1 은 식(6)에 의해 0이되므로 결국 3개의 변위센서의 합성출력을 이용하면 진원도 측정시 존재하는 주변진동에 영향을 받지않고 진원도측정이 가능함을 알 수 있다. 식(2~4)로부터 주축의 회전정도를 유추할 수 있는데, Fig. 4에서 y축의 진동성분은 식(13)과 같고, x축의 진동성분은 식(14)와 같다.

$$y(\theta) = R_A - r(\theta) - S_A(\theta) \quad (13)$$

$$x(\theta) = \frac{S_B(\theta) - R_B + r(\theta - \phi) + y(\theta) \cos(\phi)}{\sin(\phi)} \quad (14)$$

2.3 칼만필터

센서잡음은 3점식 진원도측정 알고리즘에 의해 처리되어지지 않는 성분이기 때문에 진동 및 편심성분이 3점식 진원도측정 알고리즘에 의해 제거되더라도 센서잡음 성분은 그대로 존재하게 되기 때문에 고정밀 In-Process 진원도측정이 가능케하기 위해서는 센서잡음의 분석을 통해 적절히 잡음을 처리할 수 있는 필터를 설계하여 3점식 진원도측정 알고리즘과 병행하여 사용해야 한다. 센서잡음 분석을 위하여 와전류센서를 금속재와 일정한 거리를 유지한 채 1초동안 1000번 측정한 결과에 그 평균거리를 뺀 결과를 Fig. 5에 나타내었다. 결과로부터 측정값의 정밀도는 측정값의 흘어짐이 갖는 표준편차(Standard Deviation)에 의해 결정되어 질 것이다. 이런 측정값의 흘어짐은 와전류센서가 가지는 잡음특성과 A/D 변환 에러 및 그 외 시스템주변에 존재하는 전원잡음으로 기인하는 것으로 이하 측정잡음이라 정의 한다. Fig. 6은 측정잡음을 주파수영역으로 표시한 것으로 DC에서 상대적인 고주파(500Hz)까지 에너지가 존재함을 알 수 있다. 이론적인 백색잡음은 아니지만 이후 백색 잡음으로 간주하고 이론을 전개한다. 본 연구에서는 칼만필터 구성을 위하여 프로세스를 확률 동적시스템으로 모델링하였다.^[2,4] Fig. 7은 1차 마코브 프로세스를 이용하여 구성한 칼만필터의 블록다이어그램을 나타낸 것이다.^[3]

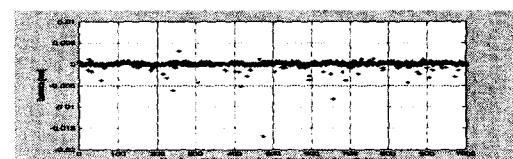


Fig. 5 Acquired signals from non-rotary sample

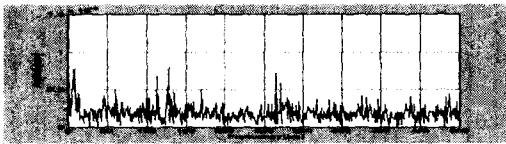


Fig. 6 Frequency spectrum of the measurement noise

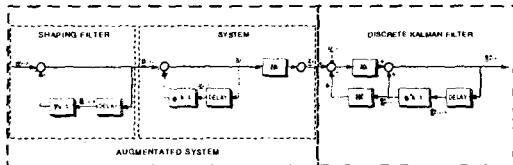


Fig. 7 Block diagram of Kalman filter

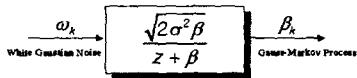


Fig. 8 Shaping filter for 1st order Gauss-Markov process

Fig. 8는 1차 마코브 프로세스에 대한 형상필터를 블록 다이어그램으로 나타낸 것으로 $1/\beta$ 은 자기상관시간(Autocorrelation Time)을 나타내고, σ^2 은 프로세스의 분산을 나타낸다. 다음은 형상필터를 이용한 일반적인 칼만필터를 나타낸 것이다.[2] 시스템의 동적방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \underline{x}_k &= \Phi_{k-1} \underline{x}_{k-1} + \underline{\beta}_{k-1} \\ \underline{z}_k &= H_k \underline{x}_k + \underline{v}_k \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, $\underline{\beta}_{k-1}$ 은 1차 마코브 프로세스이고, \underline{v}_k 는 측정잡음으로써 그 통계적 특성은 $\underline{v}_k \sim N(0, R)$ 이다. 형상필터의 동적방정식은 식(15)와 같이 표현 할 수 있다.

$$\underline{\beta}_k = F_{k-1} \underline{\beta}_{k-1} + \underline{\omega}_{k-1} \quad (16)$$

여기서, $\underline{\omega}_{k-1}$ 은 백색 가우시안 잡음으로서 그 통계적 특성은 다음과 같다.

$$\underline{\omega}_{k-1} \sim N(0, Q)$$

이 때 동적 방정식의 상태를 $\underline{x}_k^a = [\underline{x}_k^T : \underline{\beta}_k^T]$ 과 같이 증가시키면 전체 시스템의 동적 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \underline{x}_k^a &= \Phi_{k-1}^a \underline{x}_{k-1}^a + \underline{\omega}_{k-1} \\ \underline{z}_k &= H_k^a \underline{x}_k^a + \underline{v}_k \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$\Phi_{k-1}^a = \begin{pmatrix} \Phi_{k-1} & : & I \\ \dots & : & \dots \\ 0 & : & F_{k-1} \end{pmatrix},$$

$$H_k^a = [H_k : 0]$$

위의 증가된 시스템에 대한 칼만필터 알고리즘은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \hat{\underline{x}}_k^{a(+)} &= \Phi_{k-1}^a \hat{\underline{x}}_{k-1}^{a(+)} + K_k [\underline{z}_k \\ &\quad - H_k^a \Phi_{k-1}^a \hat{\underline{x}}_{k-1}^{a(+)}] \\ K_k &= P_k^{(-)} H_k^{a T} [H_k^a P_k^{(-)} \\ &\quad H_k^{a T} + R_k]^{-1} \\ P_k^{(-)} &= \Phi_{k-1}^a P_{k-1}^{(+)} \Phi_{k-1}^a \\ P_k^{(+)} &= [I - K_k H_k^a] P_k^{(-)} \end{aligned} \quad (18)$$

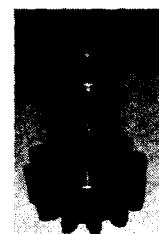
여기서, $\hat{\underline{x}}_k^{a(+)}$ 는 k시간에 있어서 필터 추정값, $P_k^{(-)}$ 는 k시간에 있어서 예측 추정값의 오차 공분산, $P_k^{(+)}$ 는 필터 추정값의 오차 공분산이다.

2.4 실험

Kalman 필터를 적용한 In-Process 진원도 측정장치를 이용하여 샘플의 진원도를 측정한 후 측정된 진원도를 이용하여 회전축의 진동까지 유추한 후 상품화된 진원도 측정장치를 이용하여 측정한 진원도와 비교평가 하고자 한다. 진원도측정 대상물은 Fig. 9의 모양을 가지는 외경연삭 스판들류의 부품이다.



(a) Sample 1



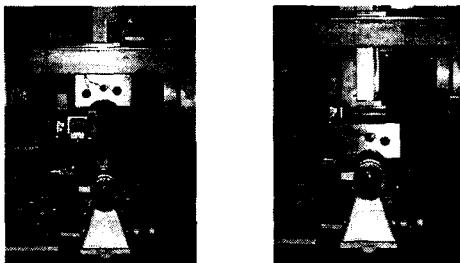
(b) Sample 2

Fig. 9 Appearance of the samples for measuring roundness

2.4.1 진원도측정

In-Process 진원도 측정장치는 공작기계의 주축이 가공물을 회전시키고 있는 상태에서 진원도를 측정 한다. Fig. 10는 BLDC모터와 타이밍 벨트를 이용하여 공작기계의 주축과 등가로 회전축을 구성한 것으로 진원도 측정시 피측정물을 회전시킬 수 있도록 구성되어 있다. 피측정물이 회전하고 있는 상태에서 Fig. 10에 나타낸 바와 같이 진원도 측정장치의 상하 이송축인 Y축 이송유니트가 피측정물 표면 근처까지 내려와 비접촉식 변위센서를 이용하여 연삭재 표

면과 센서헤드까지의 거리 변화량을 0V와 5V 사이의 전압값으로 취득한 후 주제어기에서 Kalman 필터와 3점법 진원도측정 알고리즘을 통해 진원도값을 산출하게 된다.



(a) Initial stage for measuring roundness
 (b) Data acquisition stage for measuring roundness
 Fig. 10 The device of In-Process roundness measurement

Fig. 9의 두 샘플의 10회 반복 측정한 결과를 Table 1에 나타내었다. 실험결과 중 10회 평균값과 가장 가까운 샘플1의 $21.4872 \mu m$, 샘플2의 $2.604 \mu m$ 에 해당하는 진원도 측정값을 도식적으로 표시하면, Fig. 11과 Fig. 12에 나타낸 것처럼 샘플의 원형형상이 기하학적으로 이상적인 원과 비교했을 때 샘플이 가지는 치워의 정도를 알수있다.

Table 1 Results of roundness measurement

[unit : um]

No.	Repetitious roundness measurement			
	Applied Kalman filter		Not applied Kalman filter	
	Sample 1	Sample 2	Sample 1	Sample 2
1	21.3665	2.8231	21.7317	3.7947
2	21.8074	2.3330	21.6046	4.0488
3	21.5484	2.6401	21.7346	4.1992
4	21.2232	2.7685	21.4921	2.8442
5	21.3264	2.2502	21.6125	2.8591
6	21.6437	2.6501	21.9119	3.3913
7	20.8827	2.2086	22.1313	2.5215
8	21.5161	2.6040	21.6854	2.4999
9	21.7701	2.6940	21.7799	3.4714
10	21.4872	2.6921	22.7210	2.7912
Average	21.4572	2.5666	21.8396	3.2421
Max. - .	0.9247	0.6145	1.2199	1.6993
Min				

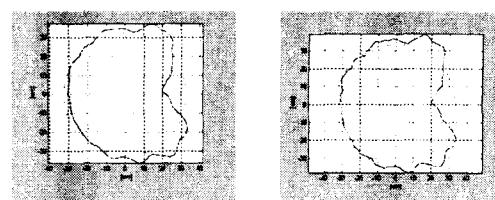
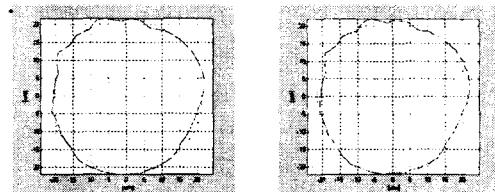


Fig. 11 Roundness of the sample 1



(a) Applied filter (b) Not applied filter
Fig. 12 Roundness of the sample 2

Table 1에서 In-Process 진원도 측정시 Kalman 필터를 적용했을 때 계측기의 반복성은 $0.9247 \mu\text{m}$ 로서 Kalman 필터를 적용하지 않았을 때의 반복성 $1.6993 \mu\text{m}$ 보다 향상 되었음을 알 수 있다. Fig. 13은 이미 상품화된 접촉식 센서를 이용한 진원도 측정기로 측정한 샘플 1, 샘플 2의 진원도를 나타낸 것이다.

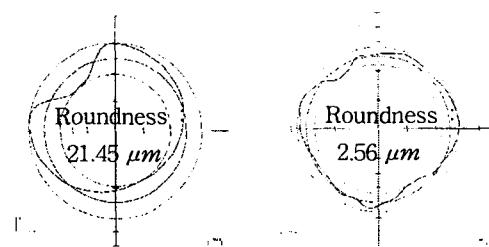


Fig. 13 Samples' roundness measured by ZEIS roundness measurement device

Fig. 14는 샘플 2을 대상으로 3점식 정도측정 장치를 이용해 취득한 3개의 변위센서 출력 신호인데, 각 신호는 센서헤드와 회전하고 있는 측정물 표면사이의 거리 변화량을 나타내고 있다. 만약 회전축의 편심회전, 진동 및 잡음이 없다면 이 변화량의 최대값-최소값은 3개의 변위센서 출력에서 모두 동일하게 되고 또한 측정물의 진원도가 될 것이다.

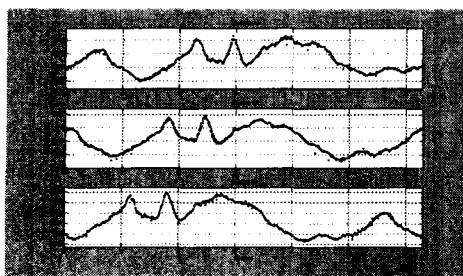


Fig. 14 Output signals of the three displacement sensors

Fig. 14에서 실선은 Kalman 필터를 적용한 센서 A의 출력으로 S_A 의 최대값-최소값= $32.4 \mu m$, 센서 B의 출력인 S_B 의 최대값-최소값= $31.6 \mu m$, 센서 C의 출력인 S_C 의 최대값-최소값= $45.8 \mu m$ 으로서 측정시 스템에는 진동이나 주축의 편심회전 또는 잡음이 존재한다는 것을 유추할 수 있다.

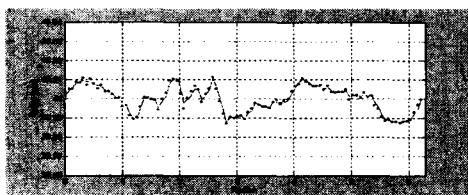


Fig. 15 Measured radius of the sample

Fig. 15는 이러한 측정 오차요인을 3점법 진원도 측정알고리즘과 Kalman 필터를 이용하여 유추된 측정대상물의 표면형상을 알 수 있도록 반지름 변화량을 스트립챠트 형식으로 나타낸 것으로 실선은 Kalman 필터를 적용했을 때의 결과값이고 점은 적용하지 않았을 때의 결과값을 나타내고 있다.

2.4.2 회전정도 측정

Fig. 9의 샘플을 회전시킨 상태에서 회전 주축의 반경방향 진동의 x, y성분을 주파수 스펙트럼으로 나타내면 Fig. 16,17과 같다.

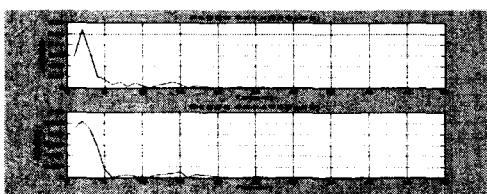


Fig. 16 Frequency spectrum of the vibration (Sample 1)

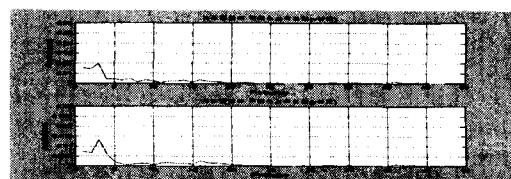


Fig. 17 Frequency spectrum of the vibration (Sample 2)

유추된 진동의 주파수 스펙트럼으로부터 샘플1이 장작된 상태에서의 회전축 진동은 샘플2가 장작된 회전축의 진동보다 5Hz이하에서 에너지를 많이 가지게 됨을 볼 수 있다. 이는 Fig. 11,12의 샘플형상에서 볼 수 있듯이 샘플1의 형상이 회전할 때 회전 정도가 더 나빠짐을 알 수 있다.

3. 결 론

본 연구에서는 기존의 3점식 진원도 측정장치에서 고려되지 않았던 센서잡음에 의한 진원도 측정오차를 최소화하기 위해 3점법 진원도 측정 알고리즘에 Kalman 필터를 추가 적용하여 센서 잡음이 존재하더라도 고정도의 In-Process 진원도 측정이 가능함을 보였고 또한 회전축의 회전정도를 정성적으로 평가하였다. 연구성과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 저주파 영역에서 상대적으로 고주파 영역까지 에너지를 가지는 센서 잡음 존재하에서 $0.9247 \mu m$ 의 3점식 정도측정 장치의 반복성(repeatability) 확보하였다.
- 2) 개발된 In-Process 진원도 측정장치를 이용하여 회전정도를 측정하였다.

참고문헌

1. 青木保雄, 大園成夫, “3点法 真圓度 測定法 の 一 展開,” 精密機械, 32卷, 12号pp.831-836, 1966.
2. R. Grover Brown, Introduction to Random Signal Analysis and Kalman Filtering, Electrical Engineering Department Iowa State University , 1983.
3. Arthur Gelb, Applied Optimal Estimation, The Analytic Sciences Corporation, 1982
4. Peters. Maybeck, Stochastic Models Estimation and Control, Volume 1 , Academic Press. Inc. 1979.
5. 加藤秀雄, 中野嘉邦, 野村雄二郎, “3点法に 基づく 機上真圓度 測定法の 改良と n点 法への擴張, “ JSPE-56-12, pp.2303-2308, 1991.