

헬리컬 볼바 측정을 사용한 공작기계 오차해석의 역기구학적 접근

김기훈*(경북대 기계공학부 대학원), 양승한(경북대 기계공학부)

A Reverse Kinematic Approach for Error Analysis of a Machine Tool Using Helical Ball Bar Test

Ki-Hoon Kim(Graduate School, Kyungpook National Univ.), Seung-Han Yang(Kyungpook National Univ.)

ABSTRACT

Machine tool errors have to be characterized and predicted to improve machine tool accuracy. A real-time error compensation system has been developed based on volumetric error synthesis model which is composed of machine tool errors. This paper deals with new algorithm about verification of machine tool errors. This new algorithm uses a simplified volumetric error synthesis model. This simplified model is constructed with only main components among the error components of the machines. This main error components are analyzed by three-dimensional helical ball bar test. By substituting result of helical ball bar test for simplified model, we could find that obtained error components are closed to real error components.

Key Words : Machine tool error(공작기계 오차), Volumetric Error Synthesis Model(체적 오차 합성 모델), Simplified Model(축약모델), Helical ball bar Test (헬리컬 볼바 측정)

1. 서론

오늘날 무인생산과 대량생산의 일환으로 공작기계의 사용이 절대적으로 필요하다. 그러나 여러 가지 요인에 의해서 실제 공작물에는 오차가 상당히 생기는 것을 알 수 있다. 이 오차는 불량률로 직결되기 때문에 불량률을 낮추기 위해서 공작물 가공오차를 줄이려는 노력이 다방면으로 진행되고 있다.

이러한 공작기계의 정밀도를 평가하기 위한 방법의 일환으로 볼바 측정을 주로 사용한다. Bryan⁽¹⁾은 1982년에 공작기계의 오차 평가의 한 방법으로 볼바 측정을 새롭게 제안했다. 그 후, Kunzmann⁽²⁾과 Kakino⁽³⁾에 의해서 계속해서 볼바 시스템이 발전되어왔다. 1997년에는 Pahl⁽⁴⁾에 의해 볼바를 이용한 오차 평가에 대한 새로운 방법이 제안되기도 하였다. 그러나 공작기계의 오차 평가를 위해서 제시된 지금까지의 방법은 너무 개략적이거나, 복잡하여서 실제로 이것을 공작기계에 적용하는데는 다소 불편한 점이 존재하였다.

그러므로 본 논문에서는 공작기계 오차를 검증하는 새로운 알고리즘을 제시하게 되었다. 실제로 3

축 공작기계 오차는 정의된 21개의 오차요소의 조합으로 발생하게 된다. 그러나 지금까지의 연구의 결과 이들 오차요소 모두가 공작기계 오차에 크게 작용하는 것이 아니라 일부 몇 개의 오차요소만이 전체 오차의 대부분을 차지한다는 것을 알 수 있다.^{(4)~(6)} 따라서, 모든 오차요소를 종합해서 사용했을 때의 복잡한 문제를 전체 오차에 크게 작용하는 주요한 오차요인으로 축약함으로써 간단히 하였고, 또한 축약한 오차요소로 공작 기계의 오차를 예측하고, 이것과 실제의 오차요소와 비교, 검증을 통해 이 축약모델의 유용성을 평가하였다.

2. 축약모델

2.1 축약모델의 제안

공작기계의 기하학적 오차는 3개의 직각 오차 요소와 각 축에서의 6개의 오차(3개의 병진 오차와 3개의 회전오차)요소로 정의한다. 그래서, 공작기계는 21개의 기하학적 오차요소를 가지고 있다. 그러나 이 21개의 오차요소 모두가 기하학적 오차에 크게 영향을 주지 않는다. 기하학적 오차에 가장 크

계 영향을 주는 오차요소는 3개의 직각 오차요소 (S_{xy}, S_{yz}, S_{zx}) 와 3개의 선형 변위 오차요소 ($\delta_{xx}, \delta_{yy}, \delta_{zz}$)로 밝혀졌다. ^{(4)~(6)} 따라서, 이 요소만으로 체적 오차 합성 모델을 구성할 수 있었고, 이 모델을 축약모델(Simplified Model)이라 명명하였다. 이에 반해 모든 오차요소로 구성된 체적 오차 합성모델은 완전모델(Complete Model)이라 명명하였다.

모든 오차요소를 합성한 체적 오차 합성모델은 등변환 행렬로 유도된다. Fig.1과 같이 구성된 좌표계를 통해서 체적 오차 합성 모델이 아래와 같이 유도되는 이미 증명⁽⁶⁾되어졌고 그 식은 식(1)로 주어진다.

$$\begin{aligned} \Delta x &= \delta_{xx} + \delta_{xy} - \delta_{xz} + (T_z + L)\epsilon_{yx} + (T_z + L)\epsilon_{yy} \\ &\quad - (T_z + L - z)\epsilon_{yz} - (T_y + y)\epsilon_{zx} - T_y\epsilon_{zy} \\ &\quad + (T_y + y)\epsilon_{zz} - y*S_{yz} \\ \Delta y &= \delta_{yx} + \delta_{yy} - \delta_{yz} - (T_z + L)\epsilon_{xx} - (T_z + L)\epsilon_{xy} \\ &\quad + (T_z + L - z)\epsilon_{xz} + T_x\epsilon_{zx} + T_x\epsilon_{zy} \\ &\quad - (T_x + x)\epsilon_{zz} \\ \Delta z &= \delta_{zy} + \delta_{zx} - \delta_{zz} + (T_y + y)\epsilon_{xx} + T_y\epsilon_{xy} \\ &\quad - (T_y + y)\epsilon_{xz} - T_x\epsilon_{yx} - T_x\epsilon_{yy} + \\ &\quad (T_x + x)\epsilon_{yz} - x*S_{zx} - y*S_{yz} \end{aligned} \quad (1)$$

또, 위에서 언급한 6가지 오차요소로 구성된 축약 모델 역시 동일한 과정으로 유도되어지며 그 식은 식(2)로 주어진다.

$$\begin{aligned} \Delta x' &= \delta_{xx} - y*S_{xy} \\ \Delta y' &= \delta_{yy} \\ \Delta z' &= -\delta_{zz} - x*S_{zx} - y*S_{yz} \end{aligned} \quad (2)$$

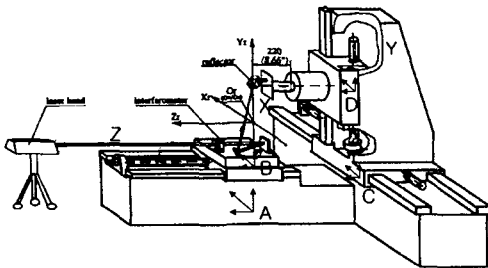


Fig.1 Coordinate Systems on T-10 Machining Center and Laser Experimental Setup

다음으로 레이저측정기를 사용해서 공작기계의 기하학적 오차를 각각 측정했다. 여기에서 얻은 데이

터로 각 방향의 오차요소를 1차 혹은 필요에 따라 5차의 다항식으로 모델링하였다. 그 결과 선형 변위 오차요소는 대체로 직선적인 경향으로 변화하였으므로 1차식으로, 나머지 병진 오차와 각도 오차는 5차의 다항식으로 모델링하였고, 직각 오차요소는 상수항으로 측정되었다.

2.2 축약모델의 통계학적 검증

제안한 축약모델이 얼마만큼 신뢰성을 갖는지를 검증하기 위해서 통계학적 분석을 가졌다. 이 축약모델의 통계학적 검증을 하기 위해서 완전모델에서 축약모델을 뺀 요소의 값이 얼마큼 0에 가까운지를 검증하였다. 두 모델의 차는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} D_x &= \Delta x - \Delta x' = \delta_{xy} - \delta_{xz} + (T_z + L)\epsilon_{yx} \\ &\quad + (T_z + L)\epsilon_{yy} - (T_z + L - z)\epsilon_{yz} \\ &\quad - (T_y + y)\epsilon_{zx} - T_y\epsilon_{zy} + (T_y + y)\epsilon_{zz} \\ D_y &= \Delta y - \Delta y' = \delta_{yx} - \delta_{yz} - (T_z + L)\epsilon_{xx} \\ &\quad - (T_z + L)\epsilon_{xy} + (T_z + L - z)\epsilon_{xz} + \\ &\quad T_x\epsilon_{zx} + T_x\epsilon_{zy} - (T_x + x)\epsilon_{zz} \\ D_z &= \Delta z - \Delta z' = \delta_{zy} + \delta_{zx} + (T_y + y)\epsilon_{xx} \\ &\quad + T_y\epsilon_{xy} - (T_y + y)\epsilon_{xz} - T_x\epsilon_{yx} - T_x\epsilon_{yy} \\ &\quad + (T_x + x)\epsilon_{yz} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

D_x, D_y, D_z : X, Y, Z축 방향으로의 두 모델의 차

위의 모델이 정규분포를 따른다고 가정하였을 때, 100개의 임의 추출점을 통하여 D_x, D_y, D_z 의 평균과 표준분산을 구했다. 또, 이런 과정을 다시 100회 반복 실행하여 그 신뢰성을 높였다.

Table 1. Statistic Test for the Difference between Complete Model and Simplified Model

	Mean (μ): μm	Standard Deviation (σ): μm	$\mu + 2\sigma$	$\mu - 2\sigma$	Confidence Interval (95%)
D_x	1.7	1.8	5.3	-1.9	7.2
D_y	5.3	2.5	10.3	0.3	10.0
D_z	-5.4	1.9	-1.6	-9.2	7.4

각각의 경우에 대해서 95%의 유의수준으로 검증을 해 보았을 때 모두 다 $10\mu\text{m}$ 이내의 신뢰구간을 가지는 것을 알 수 있다. 이 결과는 측정 구성 오차 (mounting error)가 수 μm 에서 수십 μm 로 보았을 때 축약모델을 사용하여도 완전모델과 비교하여서 매

우 높은 신뢰도를 가지는 모델임을 입증한다.

3. 볼바 측정

3.1 3차원 헬리컬 볼바 측정

지금까지의 볼바측정은 단순히 2차원 평면의 측정으로만 많이 사용되어지고 있다. 이것은 한 축의 값이 고정되기 때문에 모든 오차요소를 얻기 위해서 두 평면 이상을 측정해야 한다. 또, 측정 원의 중심의 오차(Position error)를 고려하지 않기 위해서 단지 원점에서의 측정만을 사용하고 있다.⁽³⁾⁽⁴⁾ 그렇지만 Fig. 2에서 보여주는 방법과 같이 반구(half-sphere)상의 영역으로 얻어지는 3차원의 헬리컬 측정을 가지면 한번의 실험 장치 구성으로 모든 오차요소를 얻을 수 있는 장점이 있다. 또한 공작기계의 전 영역의 평가를 가능하게 하는가 하면 원점을 변화시키지 않기 때문에 측정 구성 오차를 줄일 수 있는 장점이 있음을 알 수 있다. 그래서 이 헬리컬 측정으로 가상의 3차원 볼바 측정을 가졌다.

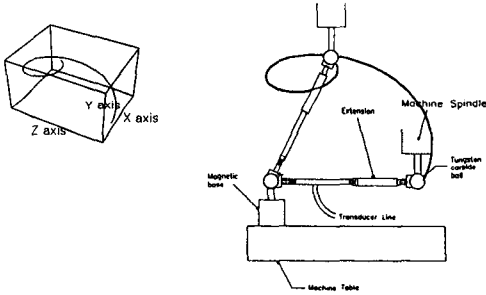


Fig. 2 Helical Ball Bar Test of Three dimensions

3차원상의 볼바가 가지는 위치를 고려하여 Fig. 3에서와 같이 원점이 가지는 오차, 실제의 오차를 포함해서 아래와 같은 기구학적 식을 만들 수 있다. 원점을 (x_0, y_0, z_0) 로 가지고 반지름이 R 인 볼바가 가지는 위치는 (x, y, z) 이지만, 각 점에서의 기하학적 오차가 포함되어서 실제로는 (x_0', y_0', z_0') 를 원점으로 하여 (x', y', z') 에 위치하게 된다. 그래서 기하학적 위치관계를 고려하여 식 (4), (5)를 구할 수 있다.

$$\Delta R = R' - R = \sqrt{(x' - x_0')^2 + (y' - y_0')^2 + (z' - z_0')^2} - R \quad (4)$$

$$R + \Delta R = \frac{\sqrt{(x - x_0 + \Delta x - \Delta x_0)^2 + (y - y_0 + \Delta y - \Delta y_0)^2 + (z - z_0 + \Delta z - \Delta z_0)^2}}{\quad} \quad (5)$$

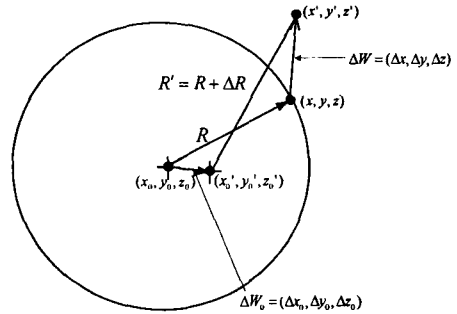


Fig. 3 A Schematic Diagram for Ball Bar Test

식(5)의 양변을 제곱하여 2차 이상의 미소값을 무시하면 최종적으로 식(6)과 같이 된다.

$$R\Delta R = (x - x_0)(\Delta x - \Delta x_0) + (y - y_0)(\Delta y - \Delta y_0) + (z - z_0)(\Delta z - \Delta z_0) \quad (6)$$

식(4)로부터 ΔR 을 계산하고, 식(6)에 있는 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 대신에 앞서서 구한 축약모델, 식(2)를 대입하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$Y = AX, \quad (7)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \delta_{xx} &= d_{xx} * x \\ \delta_{yy} &= d_{yy} * y \\ \delta_{zz} &= d_{zz} * z \end{aligned} \text{의 1차식으로 가정한다.}$$

여기서, Y 의 값은 식(4)로부터 얻을 수 있고, A 행렬은 3차원 헬리컬 볼바 측정시 얻는 3차원상의 점이며, X 는 우리가 구하고자 하는 값이다.

3.2 볼바 측정 결과와 통계학적 검증

볼바 측정은 다음의 과정으로 이루어진다.

- 1) XZ 베드상의 가운데 점을 원점으로 잡는다.
- 2) 반지름을 175mm로 하여 Fig. 4에서와 같이 3차원 헬리컬 상의 측정을 가진다.
- 3) 헬리컬 형태의 공구 경로를 따라 ΔR 을 구한다.
- 4) 최소제승법(Least Square Method)를 이용하여 X

의 값을 계산한다.

- 5) 반지름을 175mm에서 100mm로 바꾸어서 위의 과정을 동일하게 반복한다.
- 6) 원점을 다르게 하여 1)~5)의 과정을 반복한다.

각각의 불바 측정으로 얻어진 δ_{xx} , δ_{yy} , δ_{zz} , S_{xy} , S_{xz} , S_{yz} 를 통계 처리하여 평균값을 취하였다. 또, 여기서 얻어진 계산 값과 원래의 값과 비교하였을 때 Table 2.와 같은 차이를 얻을 수 있었다.

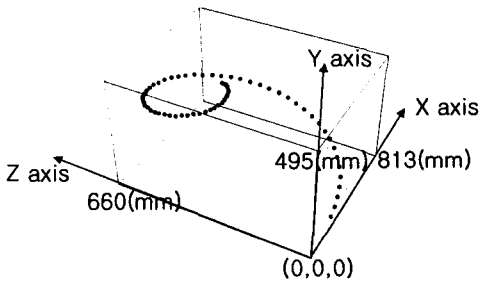


Fig. 4 Trajectory for Helical Ball Bar Test

Table 2. Result of Error Elements

	Real value	Mean value	Real—Mean value
δ_{xx} (mm)	$-8.56185E-05*x$	$-8.71756E-05*x$	$1.55705E-06*x$
δ_{yy} (mm)	$-1.22286E-04*y$	$-1.14824E-04*y$	$-7.4623E-06*y$
δ_{zz} (mm)	$-8.92209E-05*z$	$-8.20131E-05*z$	$-7.20782E-06*z$
S_{xy} (rad)	$-2.65746E-05$	$-1.94474E-05$	$-7.12719E-06$
S_{xz} (rad)	$3.85878E-05$	$4.57721E-05$	$-7.18434E-06$
S_{yz} (rad)	$-1.1094E-04$	$-1.19116E04$	$-8.1715E-06$

3.3 결과의 물리적 의미

측약모델을 통해 얻어진 오차 요소를 명확히 하기 위해 각각의 요소가 가지는 물리적인 의미를 부여하였다.

첫 번째로 선형 변위 오차요소 중 하나인 δ_{xx} 를 살펴보았다. δ_{xx} 는 x에 관한 1차 함수로 커브 피팅 되었다. 그래서 계산결과로 얻어진 계수를 사용했을 때와 원래의 계수를 사용했을 때의 그래프 모양이 아래 Fig. 5에 주어져 있다. 두 개의 직선방정식의 최대 차이는 x가 최대 이동을 때이며 그 차이는 $1.3\mu\text{m}$ 이다. 또, 레이저로 측정한 점에서의 값과 계산 결과로 얻어진 값의 차이는 평균 $2.8\mu\text{m}$ 이며, 최대 오차는 $8.4\mu\text{m}$ 임을 알 수 있으며 Table 3.에 그 결과를 비교하였다.

이것은 두 직선과의 최대 오차는 $2\mu\text{m}$ 이내의 값까지 정확하게 일치하며, 실제의 레이저 측정값과의 오차는 최대 $8.4\mu\text{m}$ 이며, 평균은 $2.8\mu\text{m}$ 로 상당히 정확한 값을 얻을 수 있음을 증명하고 있다. 따라서 계산 결과로 얻어진 δ_{xx} 는 상당한 신뢰성을 가진다고 볼 수 있다.

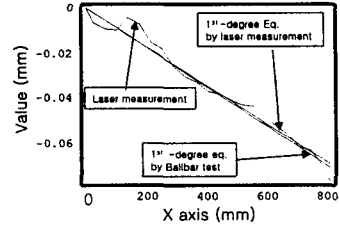


Fig. 5 1st-degree Curve Fitting of δ_{xx}

Table 3. Error of δ_{xx} Element

	Maximum error of between Measurement value and Computed value(μm)	Mean of Absolute difference value(μm)
δ_{xx}	8.4 (x=177.8mm)	2.8

δ_{yy} , δ_{zz} 에 관한 결과는 Table 4.에서 보여주고 있다. δ_{yy} , δ_{zz} 도 δ_{xx} 와 마찬가지로 오차평균이 $5\mu\text{m}$ 이내로 상당히 정확함을 알 수 있다. 따라서 이 불바 측정으로 구해진 δ_{yy} , δ_{zz} 도 상당히 신뢰성을 가짐을 알 수 있다.

Table 4. Error of δ_{yy} , δ_{zz} Element

	Maximum error of between Measurement value and Computed value(μm)	Mean of Absolute difference value(μm)
δ_{yy}	-5.1 (y=127mm)	2.9
δ_{zz}	-6.4 (z=254mm)	3.3

두 번째로 직각 오차요소 중 하나인 S_{xy} 를 살펴 보았다. 직각 오차요소의 값은 상수로 측정되어진다. 그러나, 직각 오차요소는 항상 공작기계가 움직인 거리가 곱해져서 오차량이 계산되어지고 그 물리적인 의미를 가지게 된다. 우리가 구한 S_{xy} 가 얼마나 정확한지를 알아보려면 Y축으로 최대 이동을 했을 때의 값을 비교해보면 된다. 아래에 있는 Fig. 10은 우리가 구한 S_{xy} 와 측정으로 얻은 S_{xy} 의 Y방향으로의 값을 비교해 보았다.

4. 결론

축약모델을 이용하여 공작기계의 오차를 해석하고 자 한 본 연구를 통해서 지금까지의 내용을 종합하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 95%의 신뢰도 분석을 통하여 공작기계의 기하학적 오차를 유발하는 많은 요소 중에서 주되게 작용하는 선형 변위 오차요소와 직각 오차요소만으로 전 요소를 사용한 체적오차 모델과 상응할 수 있는 정확도를 가진 축약모델을 구현하였다.
- 2) 기존의 평면 볼바 측정에서 벗어나 측정 구성 오차의 감소뿐 아니라, 전 영역에 대한 측정이 가능한 최적의 3차원 헬리컬 측정 방법을 제시하였다.
- 3) 볼바 측정의 결과를 축약모델에 도입함으로써 실제의 값에 근접한 오차요소의 값을 찾아낼 수 있었다.
- 4) 공작기계의 기하학적 오차를 보정하기 위해서 많은 오차요소를 고려하지 않고서 위의 결과로 얻어진 선형 변위 오차요소와 직각 오차요소만으로도 높은 효율을 갖는 보정 시스템 개발이 가능할 것이다.

참고문헌

1. J. B. Bryan, "A simple method for testing measuring machine tools", Precision Engineering, 4(2), 61-69, 1982.
2. Kunzmann, H., and Waldele, F., "On Testing Coordinate Measuring Machines(CMM) with Kinematic Reference Standards(KSR)," Annals of CIRP, V32(1), pp.465-468, 1983.
3. Kakino, Y., "The Measurement of Motion Error of NC Machine Tools and Diagnosis of their Origins by Using Telescoping Magnetic Ball Bar Method", Annals of the CIRP, 36(1), 377-380, 1987.
4. H. J. Pahk, Y. S. Kim, "A New Technique for Volumetric Error Assessment fo CNC Machine Tools Incorporating Ball Bar Measurement and 3D Volumetric Error Model", Int. J. Machine Tools and Manufacture, 37(11), pp.1583-1596, 1997.
5. Hai, N., Yuan, J., and Ni, J. "Reverse Kinematic Analysis of Machine Tool Error Using Telescopic Ball Bar", ASME, PED-Vol. 68-1, pp.277-286, 1994.
6. S. Yang, J. Yuan, J. Ni, "Accuracy Enhancement of a Horizontal Machining Center by Real-Time Error Compensation", Journals of Manufacturing Systems, Vol. 15, No 2, pp.113-118, 1996.

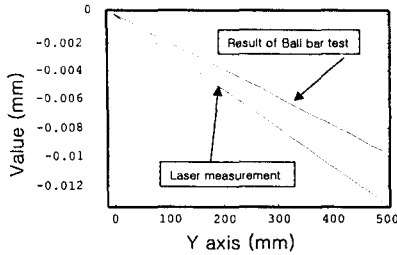


Fig. 10 Variation of S_{xy} along the Y axis

Table 5. Table 3. Comparison of S_{xy} value

	Result (Unit: radian)	$S_{xy} * y$ ($y=495\text{mm}$)	Maximum error between Measurement value(μm)
$S_{xy}(\text{rad})$ -Measurement value	-2.6575E-05	-0.0132	-3.6
$S_{xy}(\text{rad})$ -Computed value	-1.9447E-05	-0.0096	

Y축 방향으로 최대 이동을 했을 때, 그 값의 차이는 $-3.6\mu\text{m}$ 이다. 최대 오차가 $4\mu\text{m}$ 이내로 들어오는 것으로 보아서, 볼바측정으로 구한 S_{xy} 요소도 충분한 신뢰성을 가짐을 알 수 있다. 또, S_{zx} S_{yz} 에 관한 결과는 Table 6.에서 나타나있다.

Table 6. Comparison of the Value, S_{zx} , S_{yz}

		Result (Unit: radian)	$S_{zx} * x$ ($x=813\text{mm}$)	Maximum error between Measurement value(μm)
S_{zx}	Measurement value	3.85878E-05	0.0314	-5.8
	Computed value	4.57721E-05	0.0372	
		Result (Unit: radian)	$S_{yz} * y$ ($y=495\text{mm}$)	Maximum error between Measurement value(μm)
S_{yz}	Measurement value	-1.1094E-04	-0.0549	-4.1
	Computed value	-1.19116E-04	-0.0590	

S_{zx} , S_{yz} 도 S_{xy} 와 마찬가지로 최대 가지는 오차가 각각 $-5.8\mu\text{m}$, $-4.1\mu\text{m}$ 로 미소의 차이만을 가짐을 알 수 있다. 따라서 우리가 볼바 측정을 통해서 얻은 직각 오차요소의 값도 매우 신뢰성이 높음을 알 수 있다.