

CNC 공작기계의 실시간 3 차원 NURBS 보간기 개발

홍원표*(한국과학기술원 원), 양민양(한국과학기술원)

Development of the Real-Time 3D NURBS Interpolator for CNC Machines

Won-Pyo Hong, Min-Yang Yang(KAIST)

ABSTRACT

Increasing demands on precision machining with computerized numerical control (CNC) machines have necessitated that the tool to move not only position error as small as possible, but also with smoothly varying feedrates in space. This paper presents a new high precision interpolation algorithm for 3-dimensional (3D) Non-Uniform Rational B-Spline (NURBS) curve in the reference-pulse CNC technique. Based on the minimum path error strategy, real-time NURBS interpolator was developed in software and this was implemented with a PC-NC milling machine. The several experimental results have shown that the proposed NURBS interpolator is useful for the high precision machining of complex shapes. It is expected that this algorithm can be applied to the CNC machines for the machining of 3D free-form surfaces.

Key Words : NURBS interpolation(NURBS 보간), Reference-pulse interpolator(기준 펄스 보간기), Reference-word interpolator(기준 워드 보간기), BLU(Basic Length Unit)

1. 서론

NC 공작기계의 등장으로 동시에 다수의 축 제어를 통한 형상 가공이 가능해졌고, CAD/CAM 시스템의 눈부신 성능 향상 추구에 의해 자유곡면으로 구성된 거의 모든 형상을 수식적으로 정의할 수 있게 되었다. 그러나 일반적으로 CNC 공작기계는 직선과 원호 가공만을 지원하고, 복잡한 형상에 대한 고정밀 가공의 요구가 증가함에 따라 설계 형상을 허용 정밀도 이내의 직선 또는 원호 열로 근사하여 가공 프로그램을 생성하는 방법을 주로 사용해왔다.

이러한 기존의 가공 방법은 결국 원하는 곡선 및 곡면 자체의 가공이 아니라 근사화 된 직선 또는 원호들에 의한 형상 가공만을 얻을 수 있을 뿐이었다. 또한 정밀도에 따라 프로그램의 크기가 커지고, 이로 인해 고속으로 프로그램을 전송해야 하는 문제가 발생한다. 그리고, 가공면에 미소 직선이나 원호의 연결이 그대로 반영되어 나타나며, 이의 처리로 인해 절삭 공정의 속도 저하가 야기된다. 이러한 문제점들은 요구되는 가공 정밀도가 정밀해 질수록 더욱 커진다. 따라서 부정확한 가공이 이루

어질 수 밖에 없었고, 원하는 정밀도를 얻기 위해서는 CNC 공작기계를 이용한 가공 이외에 추후의 다른 처리를 수반해야만 하였다^(1-3,6-9).

CNC 가 기본적인 직선과 원호 이외에 다양한 곡선 형상에 대한 보간 기능을 지니게 됨에 따라 정밀도 및 생산성의 향상과 더불어 미소 직선 또는 원호를 처리함과 관련된 많은 문제들이 해결되었다. 설계한 형상 데이터를 CNC 에서 요구하는 형식으로 변환하는 작업만이 요구되었고, 곡선 형상 데이터의 보간은 CNC 에서 수행하게 되었다. 이로 인해 가공 프로그램의 크기가 작아져 프로그램 전송에 유리해졌고, 유연한 곡선 경로에 의해 가감속 시간이 향상되어 생산성이 증가하였으며, 근사 과정의 생략으로 정밀도가 향상되었다⁽⁶⁻⁹⁾.

일반적으로 보간기는 기준 펄스 보간 방식과 기준 워드 보간 방식으로 구분할 수 있다⁽¹⁰⁾. 본 연구에서는 고정밀 보간에 유리한 기준 펄스 방식에서 실시간 3 차원 NURBS 보간기를 개발하였다. 자유곡선 가공시 최소 경로 오차 발생을 위한 NURBS 보간 알고리즘을 설계하였으며, 이를 이송구동부와 컨트롤러부의 교체로 구현한 PC-NC 밀링시스템에 적용하였다.

2. NURBS 곡선 모델링

NURBS 는 자유 곡선을 표현하는 수학적 기술 중의 하나로 유연성과 강인성이 우수하여 많은 CAD 시스템들이 기본으로 채택하고 있다. 3 차원 공간에서 p 차 NURBS 곡선은 식(1)과 같이 정의된다. V_i 는 NURBS 곡선을 표현하는 조정점(control point)이고, w_i 는 각 조정점이 곡선에 영향을 미치는 가중치(weight)이다. $N_{i,p}(u)$ 는 불균일한 절점 벡터 (knot vector) $U=(u_0, \dots, u_{n+p+1})$ 로 정의되는 B-스플라인 기저 함수(basis function)이다⁽¹¹⁾.

$$C(u) = (x(u), y(u), z(u)) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i V_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i} \quad (1)$$

B-스플라인 기저함수는 매개변수(parameter) u 에 따라 각 조정점에 대응되는 기저 함수 값이 유동적으로 변할 수 있도록 정의된다. B-스플라인 기저 함수를 정의하는 많은 방법들 중 컴퓨터에의 적용에 유용한 Cox 와 deBoor 의 회귀적 방법(recursive method)을 적용하면, 차수 p 의 i 번째 기저함수는 식(2)와 같다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} \cdot N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(u)$$

동일한 조정점, 가중치, 절점의 NURBS 곡선도 차수 p 에 따라 다른 형태의 곡선이 생성된다. 본 연구에서는 3 차 NURBS 곡선을 기본으로 하여 식(3)과 같이 행렬 형태로 표현함으로써 컴퓨터에의 적용을 용이하게 하였다⁽¹²⁾.

$$C^i(u) = \frac{U_c N_c^i w R_c^i}{U_c N_c^i w_c} \quad (3)$$

$$u \in [0,1]$$

where $U_c = [1 \quad u \quad u^2 \quad u^3]$

$$w_c^i = [w_i \quad w_{i+1} \quad w_{i+2} \quad w_{i+3}]^T; \quad i = 0,1,\dots,n-3$$

$$w R_c^i = [w_i V_i \quad w_{i+1} V_{i+1} \quad w_{i+2} V_{i+2} \quad w_{i+3} V_{i+3}]^T$$

3. 3 차원 NURBS 보간

Fig.1 과 같은 3 차원 NURBS 곡선 보간에서 보간점 P_i 로부터 다음 보간점 P_{i+1} 로의 이동은 보간 알고리즘을 통해 생성되는 단계 이동 dP 에 의해 이기된다. dP 는 식(4)와 같이 X, Y, Z 각 축으로의

단계 이동에 관한 정보를 포함하며 기준 펄스 보간 방식인 경우 -1 (음의 한단계 이동) 또는 0(무이동) 또는 +1(양의 한단계 이동)의 값을 가질 수 있다.

$$dP = [dX, dY, dZ] \quad (4)$$

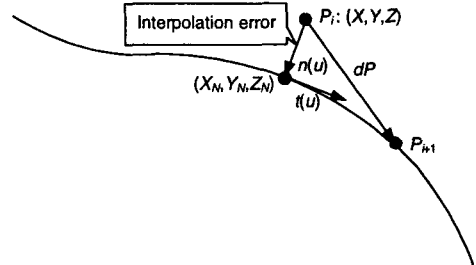


Fig. 1 Geometric definition of 3D NURBS interpolation

이때 각 축으로의 이동방향은 곡선상의 접선 벡터(tangent vector) $t(u)$ 에 의해 결정된다. 이로부터 3 차원 보간시 다음 보간점으로 가능한 기본 단계 이동은 식(5)의 7 가지가 된다.

$$\begin{aligned} &(X + dX, Y, Z) \\ &(X, Y + dY, Z) \\ &(X, Y, Z + dZ) \\ &(X + dX, Y + dY, Z) \\ &(X + dX, Y, Z + dZ) \\ &(X, Y + dY, Z + dZ) \\ &(X + dX, Y + dY, Z + dZ) \end{aligned} \quad (5)$$

본 연구의 3 차원 NURBS 보간 알고리즘은 Fig.2 와 같이 NURBS 곡선의 조정점, 절점, 가중치 입력으로부터 각 축으로의 최소 이동을 출력하도록 설계하였다. 이러한 보간 알고리즘에 의해 식(5)의 7 가지 기본 단계 이동 중 한가지를 계속하여 선택함으로써 원하는 곡선의 보간을 수행하였다.

1 단계에서는 현재 보간하려는 위치에서 1 차 미분값 즉, 접선 벡터의 크기가 가장 큰 축을 주축(master axis)으로 선택하도록 하였다. 이는 곡선 상의 한 점에서 1 차 미분값이 가장 크다는 것이 그 축으로의 이동이 반드시 있어야 함을 의미하기 때문이다. 이러한 주축의 선택을 통해 앞에서 기술한 7 가지 기본 이동 중에서 주축의 이동을 포함하고 있는 4 가지로 압축할 수 있다. 이때 1 차 미분값의 크기 비교를 위해 식(3)의 미분식을 변형한 식(6)을 이용하였고, 각 축의 이동 방향에 따라 음의 부호를 지닐 수 있으므로 절대값(absolute value)으로 비교하였다.

$$(\overline{C^i}(u))' = U_p' N_p^i w R_p^i - C^i(u) \cdot U_p' N_p^i w_i \quad (6)$$

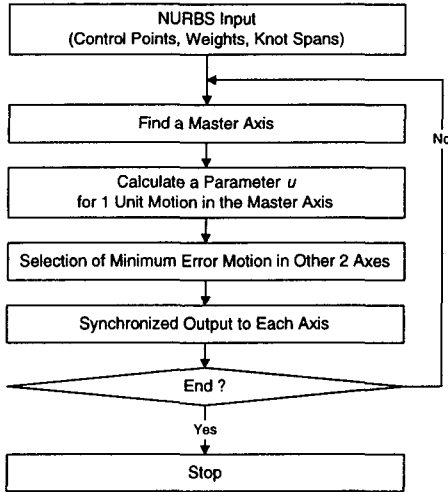


Fig. 2 Flowchart of 3D NURBS interpolation algorithm

2 단계에서는 선택된 주축으로의 한 단계 이동에 따른 매개변수를 계산하였다. NURBS 곡선은 식(3)과 같이 매개변수의 고차항으로 정의되기 때문에 좌표값으로부터 매개변수를 수식적으로 계산할 수 없다. 기존 연구들^(1-2,5)에서는 수치 해석 방법이나 고차 미분을 사용하였기 때문에 많은 시간이 소요되었다. 이에 본 연구에서는 주축의 단계 이동이 계속적으로 생성됨을 이용하여 식(7)과 같이 주축의 1 차 미분값과 이전의 값으로부터 새로운 매개변수를 계산하였다. 증분치(increments)의 부호는 주축의 이동 방향에 따라 다르게 하였다. 이 때 NURBS 곡선이 식(3)에서 보는 바와 같이 곡선의 차수 p 보다 하나 많은 $p+1$ 개의 조정점 만으로 곡선 요소들(curve segments)이 형성됨을 이용하여 각각의 곡선 요소마다 매개변수를 0 으로 하고, 주축이 변화할 때에는 실제값으로 바꿈으로써 근사에 의한 오차의 누적 발생을 제한하였다.

$$\begin{aligned}
 u_{new} &\approx u_{previous} - \frac{C^i(u_{previous}) - C_{new}}{(C^i(u_{previous}))'} \\
 &= u_{previous} - \frac{\mu BLU}{(C^i(u_{previous}))'}
 \end{aligned} \quad (7)$$

3 단계에서는 주축으로의 한 단계 이동에 따른 나머지 두 축으로의 이동 여부를 결정하였다. 식(8)과 같이 새로 계산된 매개변수에서의 좌표값을 비교함으로써 주축을 제외한 나머지 두 축 방향으로의 오차가 각각 최대 0.5 BLU 가 되도록 하였다. 이 단계를 통해 1 단계에서 4 가지로 압축되었던 기본 이동은 최종 1 가지로 결정된다.

$$C_{new} = \begin{cases} C_{previous} \pm BLU, & \text{if } |C^i(u_{new}) - C_{previous}| \geq 0.5BLU \\ C_{previous}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

4 단계에서는 1 단계에서 결정된 주축의 이동에 3 단계에서 결정된 나머지 두 축의 이동을 동기(synchronization)시킴으로써 동시 3 차원 NURBS 보간이 이루어지도록 하였다.

끝으로 곡선의 최종점과 비교를 통해 보간의 종료 여부를 판단하도록 하였다. 전체 NURBS 곡선 중 각 곡선 요소들의 매개변수가 0 과 1 사이에서 변화하므로 각 곡선 요소에 대한 보간의 종료는 매개변수 값 1 과 비교함으로써 얻도록 하였고, 최종 곡선 요소의 보간 종료로부터 전체 NURBS 보간을 마치고 종료 하였다.

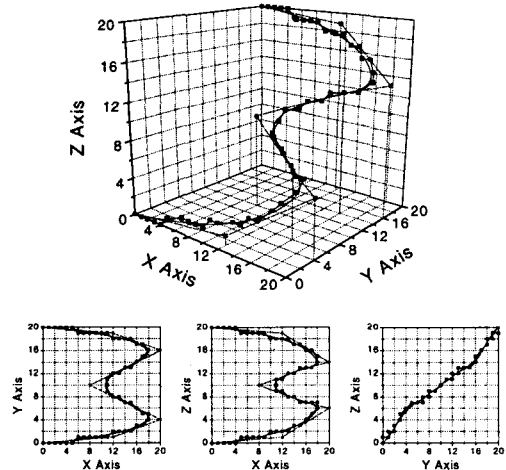


Fig. 3 Example of 3D NURBS interpolation

Fig.3 은 본 연구의 3 차원 NURBS 보간 알고리즘을 적용한 결과이다. 보간 결과를 쉽게 확인할 수 있도록 단위 이동량을 크게 하였으며, NURBS 곡선의 조정점과 이의 X-Y 평면에 대한 투영선을 보간 결과와 같이 도시하였다. 또한 X-Y, Y-Z, X-Z 평면상에서의 보간 결과를 각각 도시하였다.

4. 결과

본 연구에서 구현한 3 차원 NURBS 보간기의 효과를 확인하기 위하여 성능을 평가하였다.

지령 입력과 보간 경로와의 차이인 보간 오차를 시뮬레이션을 통해 평가하였다. 3 차원 NURBS 보간 시 보간 오차는 Fig.1 과 같이 법선 벡터(normal vector) $n(u)$ 에 의해 정해지는 보간점과 이에 대응하

는 곡선 위의 점 사이의 거리로 정의된다. 여러 3차원 NURBS 곡선에의 적용 결과, 본 연구의 보간 알고리즘에서 발생할 수 있는 최대 보간 오차는 0.707BLU 임을 확인하였다. 또한 2차원 곡선에의 적용 결과 0.5BLU 임을 확인하였다. 이러한 결과는 각 축 방향으로의 최대 오차를 0.5BLU로 제한함에 의한 것으로 예측값과 일치함을 알 수 있다.

다음으로 최대 보간 속도를 평가하였다. 3차원 NURBS 곡선 지령에 따라 보간을 수행하는데 소요되는 총 시간을 이용하여 한 단계 이동의 계산시 요구되는 시간으로 평가하였다. Intel Pentium 500MHz PC 환경에의 적용 결과 6.28[μsec/step]의 보간 속도를 얻을 수 있었으며, 이는 PC-NC 밀링 시스템의 사양(1BLU=1μm) 고려시 9.55[m/min]의 가공 이송 속도로 최근 생산시스템에의 적용에 타당함을 확인하였다.

그리고, 실제 가공에 적용시의 유용한 정도인 효율성을 평가하였다. 본 연구의 실시간 3차원 NURBS 보간기를 PC-NC 밀링시스템에 적용하여 가공을 수행하였다. 가공물은 50×100×50[mm]의 두랄루민(duralumin) 소재로 하였고, 직경 8[mm]의 고속도강 볼 엔드 밀(ball end mill) 공구를 사용하였다. Fig.4 와 같은 자유 곡면 형상에 대하여 기존의 직선 근사를 통한 가공 방법과 비교할 때, 본 연구의 3차원 NURBS 보간기를 이용함으로써 37%의 NC 파트 프로그램 블록 수 감소를 얻을 수 있었다. 이를 통해 자유 곡면과 같은 복잡한 형상의 효율적인 고정밀 가공이 가능함을 확인하였다.

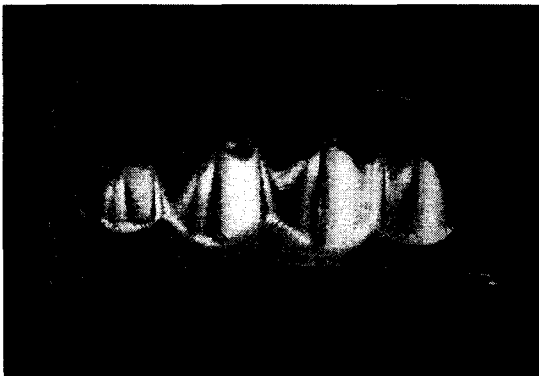


Fig. 4 The machined surface

5. 결론

본 연구에서는 기존 펄스 방식에서 자유 곡선 경로의 생성을 위한 실시간 3차원 NURBS 보간기를 개발하였다. 최소 경로 오차 발생을 위한 고정밀 NURBS 보간 알고리즘을 설계하였으며, 이를

PC-NC 밀링 시스템에 적용함으로써 자유 곡면 형상의 가공을 가능하게 하였다.

보간기의 평가를 통해 개발한 3차원 NURBS 보간 알고리즘이 동작기계의 기본 이동 단위인 1BLU의 오차 이내에서 타당한 가공 이송 속도로 구현됨을 검증하였고, 이를 이용한 자유 곡면의 효율적인 형상 가공이 가능함을 확인하였다.

본 연구를 통해 3차원 자유 곡면과 같은 복잡한 형상의 가공을 위한 CNC 장치에의 적용이 기대된다.

참고문헌

1. Yeh, S. S. and Hsu, P. L., "The Speed-Controlled Interpolator for Machining Parametric Curves," *Computer-Aided Design*, Vol.31, pp.349-357, 1999.
2. Lin, Y. J. and Lee, T. S., "An Adaptive Tool Path Generation Algorithm for Precision Surface Machining," *Computer-Aided Design*, Vol.31, pp.237-247, 1999.
3. Zhang, Q. G. and Greenway, R. B., "Development and Implementation of a NURBS Curve Motion Interpolator," *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*, Vol.14, pp.27-36, 1998.
4. Chou, J. J. and Yang, D. C. H., "Command Generation for Three-Axis CNC Machining," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol.113, pp.305-310, 1991.
5. Kiritsis, D., "High Precision Interpolation Algorithm for 3D Parametric Curve Generation", *Computer-Aided Design*, Vol.26, No.11, pp.850-856, 1994.
6. Scherer, J., "High Speed, High-Precision Machining with NURBS Interpolation," *2nd International Machining & Grinding Conference*, September, Michigan, pp.707-716, 1997.
7. Bates, C. A., "Some Well-Defined Curves," *American Machinist*, November, pp.51-54, 1997.
8. Hasenjaeger, B., "NURBS, CAD/CAM, CNC: Who's in Charge?," *Integrated Manufacturing Solutions*, March, pp.18-19, 1999.
9. Wallace, J., "NURBS in a Nutshell," *Manufacturing Engineering*, October, pp.92-98, 1997.
10. Koren, Y., "Computer Control of Manufacturing Systems," McGraw-Hill, 1983.
11. Piegl, L. and Tiller, W., "The NURBS Book," Springer, 1995.
12. Choi, B. K., "Surface Modeling for CAD/CAM," Elsevier, 1991.