

# 공간 상호상관 행렬을 이용한 선배열 빔형성 기법 연구

황 수복\*

이 성은\*

\* 국방과학연구소 제2체계개발본부 수탐1팀

## A Study on the Linear Array Beamforming by Spatial Cross Correlation Matrix

Hwang, Soo-Bok\* Lee, Sung-Eun\*

\* Agency for Defense Development

E-mail : sbhwang@sunam.kreonet.re.kr

### 요약문

소나 시스템에서는 신호 대 잡음비의 향상, 표적의 방위 탐지 및 위치 데이터 산출, 간섭신호 제거 등을 위하여 지향성 빔을 만들어 사용한다. 본 논문에서는 선형으로 배열된 센서에서 각 센서쌍들에 대한 상호상관 행렬을 이용한 SCCBF(Spatial Cross Correlation Beamformer) 알고리즘을 제안하였다. 이상적인 조건하에서 제안된 SCCBF는 CBF(Conventional Beamformer)에 비해 3dB의 Array Gain을 갖는 것을 이론적으로 검증하고 표적의 탐지 방위 정확도를 나타내는 빔폭(Beam Width)이 CBF 보다 0.5배 정도가 됨을 검증하고 모의실험을 통하여 이를 입증하였다.

### 1. 서론

소나 시스템에서는 신호 대 잡음비의 향상, 표적의 방위 탐지 및 위치 데이터 산출, 간섭신호 제거 등을 위하여 지향성 빔을 만들어 사용한다. 빔형성은 주변소음이나 방향성 간섭신호에 대해 상대적으로 동질성 특성을 지닌 신호음이 매질을 통해 전달되는 과정에서 발생한 시간지연을 보상한 후 동질성 신호에 대한 합을 취함으로써 빔을 형성하는 공간상의 필터이다. 즉 센서 입력신호에 가중효과를 준 다음 각 센서 신호들을 선형으로 조합함으로써 신호 대 잡음비를 향상시켜 표적에 대한 방위 탐지, 추적 및 식별능력을 증대시키는 역할을 한다[1-2].

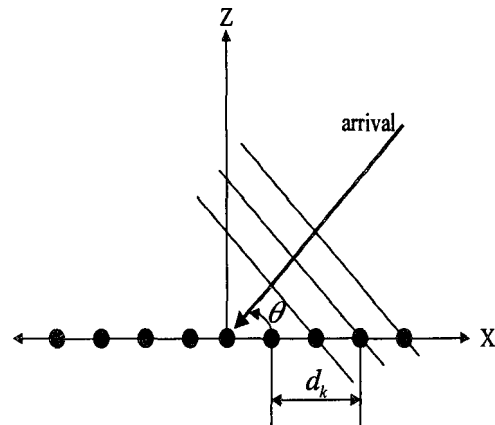


그림 1. 수평 선배열 센서 구성도

그림 1과 같이 M개의 센서가  $\theta = 0$  인 X축에 수평으로 등간격으로 배열되어 있고 평면파가 임의의  $\theta$  방위에서 입사된다고 가정하면 k번째 센서에 도달되는 음파의 지연 시간은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\tau_k(\theta) = \frac{d_k \cos \theta}{c} \quad (1)$$

여기서  $d_k$ 는 k 번째 센서의 거리이며 c는 음속을 나타낸다. 빔형성은 식 (1)로 표현되는 각 센서간의 시간지연

을 보상하여 선형적으로 조합을 하는 것이다.  $m$  번째 센서에 입력되는 샘플 신호가  $x_m = [x_{m,1}, x_{m,2}, \dots, x_{m,N}]$  일 때 주파수 영역에서의 표현은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있으며 이때  $k$  주파수에서의  $\theta$  방위에 대한 CBF은 식 (3)과 같다[2].

$$X(m, k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_m[n] e^{-j2\pi kn/N} \quad (2)$$

$$B_{cbf}(k, \theta) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} w_m X(m, k) e^{-j\Delta_{mk}} \quad (3)$$

여기서  $M$ 은 배열센서 갯수,  $w_m$ 은  $m$  번째 센서의 가중치,  $\Delta_{mk}$ 는 주파수  $k$ 에서의  $m$  번째 센서의 위상 지연값으로 식 (4)와 같다.

$$\Delta_{mk} = \frac{2\pi mk F_s}{N} \cdot \frac{\cos \theta}{c} \quad (4)$$

식 (3)은 센서의 갯수  $M$ 이 증가할수록 배열이득이 증가함을 나타내며 또한  $X(m, k)$ 의 신호대 잡음비(SNR)가 증가할수록 빔출력 신호의 신호대 잡음비가 증가함을 의미한다. 따라서 만약에  $X(m, k)$ 을 대신하여 위상지연이 보상가능하고 할 수 있으며  $m$ 의 값이  $M$ 보다 큰 어떤  $C(m, k)$ 를 이용할 수 있거나 신호대 잡음비가  $X(m, k)$ 보다 높은 어떤  $C(m, k)$ 를 이용할 수 있다면 CBF 방식보다 우수한 빔출력 신호를 얻을 수 있을 것이다.

본 논문에서는 선형으로 배열된 센서에서 각 센서쌍들에 대한 상호상관 행렬을 이용한 SCCBF 알고리즘을 제안하였다. 이상적인 조건하에서 제안된 SCCBF는 CBF에 비해 3dB의 Array Gain을 갖는 것을 이론적으로 검증하고 표적의 탐지 방위 정확도를 나타내는 빔폭(Beam Width)이 CBF 보다 0.5배 정도가 됨을 검증하고 모의실험을 통하여 이를 입증하였다.

## II. 상호상관 행렬을 이용한 빔형성 기법

이산신호  $y[n]$ 이 이산신호  $x[n]$ 보다  $d$  만큼의 시간지연이 있다면 두 이산신호간에는  $y[n] = x[n-d]$ 의 관계가 성립되며 이들 두 신호간의 상호상관 함수들의 관계는 식 (5)~(8)로 표현이 된다[3].

$$R_y(n) = R_x(n-d) \quad (5)$$

$$S_y(f) = S_x(f) e^{-j2\pi f d T} \quad (6)$$

$$S_{xy}(k) = Y^*(k) X(k) \quad (7)$$

$$S_{xy}(k) = S_{yx}(k)^* \quad (8)$$

여기서  $X(k)$ ,  $Y(k)$ 는 각각  $x[n]$  및  $y[n]$ 에 대한 주파수영역에서의 표현이며,  $*$ 는 공액 복소수를 나타낸다. 한편, 두 랜덤 함수에 대한 상호상관 함수와 자기상관 함수와의 관계는 식 (9)의 관계가 성립된다[3].

$$\sigma_{xy} \leq \sigma_{xx}, \quad \sigma_{xy} \leq \sigma_{yy} \quad (9)$$

그림 1과 같이  $M$ 개의 센서가  $\theta = 0$  인 축에 수평으로 거리  $d$ 의 간격으로 배열되어 있고 평면파가 임의의  $\theta$  방위에서 입사된다고 가정하면 각 센서에 도달되는 음파들의 위상지연은 식 (10)과 같이 표현된다[4].

$$e(\Delta_i) = [e^{-j\omega \Delta_0}, e^{-j\omega \Delta_1}, \dots, e^{-j\omega \Delta_{M-1}}] \quad (10)$$

여기서  $\Delta_i = \frac{di \cos \theta}{c}$  로 기준 센서에 대한 시간 지연을 나타낸다. 등간격으로 배열된 센서에 수신된 신호에 대한 각 센서 쌍들 간의 상호상관 함수는 식 (6)과 (10)의 특성에 따라 각 센서 쌍들에 대한 위상지연 특성은 변화시키지 않으므로 위상지연에 대한 보상이 가능할 뿐 아니라 식 (7)~(8)에 따라 위상지연을 보상할 수 있는 상호상관 행렬의 요소는 배열센서 갯수  $M$ 보다 큰  $m$ 의 값을 얻을 수 있다. 또한 센서에 수신된 신호는 평면파 신호에 배경 잡음 신호가 첨가되어 있으므로 식 (9)의 특성에 따라 신호대 잡음비가 향상된 상호상관 행렬을 이용하여 빔형성이 가능하다.

주파수  $k$  빈에서의  $m$  번째 센서의 값을  $X(m, k)$ 라 하면 각 센서 쌍  $(m, n)$ 에 대한 평균된 Spatial Cross Correlation Matrix는 식 (11)과 같이 구할 수 있다.

$$C(m, k) = \begin{cases} \frac{1}{M-|m|} \sum_{n=0}^{M-1-m} X(n, k) X(n+m, k), & m=0, \dots, M-1 \\ \frac{1}{M-|m|} \sum_{n=0}^{M-1+m} X(n, k) X(n+m, k)^*, & m=-1, \dots, -(M-1) \end{cases} \quad (11)$$

식 (11)에서 구한 Spatial Cross Correlation Matrix를 이용하여  $k$ 주파수에서의  $\theta$  방위에 대한 SCCBF의 출력식은 식 (12)과 같이 구할 수 있다.

$$B_{sccbf}(k, \theta) = \frac{1}{2M-1} \sum_{m=1-M}^{M-1} w_m C(m, k) e^{-j\Delta_{mk}} \quad (12)$$

여기서  $M$ 은 배열 센서 갯수,  $w_m$ 은  $m$  번째 상호상관 행렬 요소의 가중치,  $\Delta_{mk}$ 는 주파수  $k$ 에서의  $m$  번째 센서의 위상 지연값으로 식 (4)와 같다.

$M$ 개의 센서가 등간격으로 배열된 선배열 센서에서 식

(3)으로 주어지는 CBF에 의한 배열이득은 이상적인 경우 식 (13)와 같이 주어진다[5].

$$AG_{cbf} = 10 \log M \quad (13)$$

SCCBF에 의한 배열이득은

$$AG_{sccbf} = 10 \log(2M - 1) \quad (14)$$

으로 주어지므로 SCCBF는 CBF에 비해 대략 3dB 성능이 향상됨을 알 수 있다.

$$\frac{AG_{sccbf}}{AG_{cbf}} = 10 \log \left( \frac{2M - 1}{M} \right) \approx 3dB \quad (15)$$

그림 2는 배열센서 갯수가 32개인 선배열 센서에서 CBF 및 SCCBF 방법으로 정규화 신호 주파수 0.25에 대한 90° 빔패턴을 나타낸 것으로 SCCBF 방법에 의한 빔출력이 CBF 방법에 의한 빔출력 보다 3dB 정도 큰 것을 알 수 있다.

M개의 센서가 등간격 d 로 배열된 선배열 센서에서 CBF에 의한 3dB 빔폭은 식 (16)와 같이 주어진다[2].

$$\Delta \psi_{3dB} = \frac{0.88c}{Mfd} \quad (16)$$

SCCBF에 의한 빔폭은 센서 갯수가 M개에서 (2M-1)개로 증가된 것과 같은 효과를 가져오므로 식 (17)에 따라 SCCBF의 빔폭은 CBF의 빔폭에 비해 0.5배 정도가 됨을 알 수 있다.

$$\frac{BW_{cbf}}{BW_{sccbf}} = \frac{M}{2M - 1} \approx 0.5 \quad (17)$$

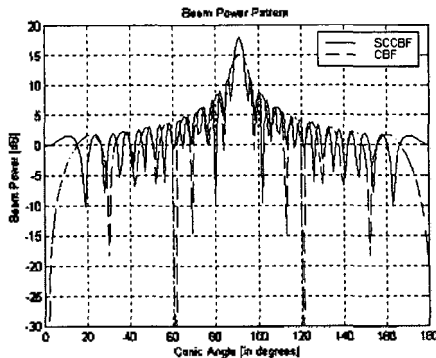


그림 2. 빔출력 패턴

그림 3은 배열센서 갯수가 32개인 선배열 센서에서 CBF 및 SCCBF 방법으로 정규화 신호 주파수 0.25에 대한 정규화된 90° 빔패턴을 나타낸 것으로 SCCBF 방법에 의한 빔폭이 CBF 방법에 의한 빔폭에 대해 약 0.5배 정도임을 알 수 있다

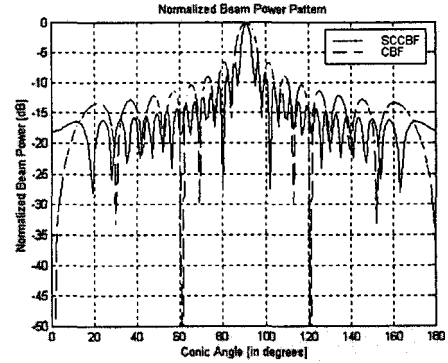
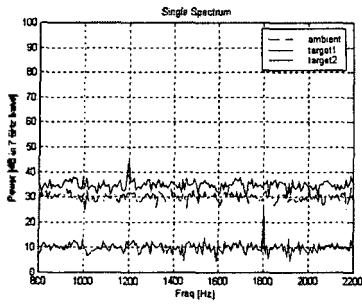


그림 3. 정규화된 빔출력 패턴

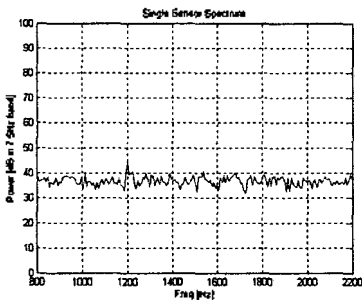
### III. 모의실험 및 고찰

제안된 SCCBF의 성능을 확인하기 위하여 선배열 센서 구성 및 모의 표적신호 조건을 아래와 같이 설정하여 그림 4와 같은 모의실험을 이용하였다.

- 선배열 센서 구성
  - 센서 갯수 : 32개
  - 배열 중심주파수 : 2,400Hz
- 모의 표적신호 발생 조건
  - 모의 표적 1
    - . 광대역 신호 : 35dB/7.5Hz
    - . 협대역 신호 주파수 : 1,200Hz, 45dB/7.5Hz
    - . 입사방위 : 90°
  - 모의 표적 2
    - . 광대역 신호 : 10dB/7.5Hz
    - . 협대역 신호 주파수 : 1,800Hz, 25dB/7.5Hz
    - . 입사방위 : 60°
- 배경 잡음
  - . 광대역 신호 : 30dB/7.5Hz
- 빔형성 조건
  - 가중상수 : Dolph Chebyshev weighting 적용
  - . CBF : -35dB
  - . SCCBF : -70dB
  - 평균 횟수 : 8회



(a)



(b)

그림 4. 모의신호 특성  
(a) 개별 모의신호 스펙트럼  
(b) 합성된 모의센서신호 스펙트럼

그림 4의 모의 입사 신호에 대한 방위별 광대역 에너지 특성, 방위 90° 및 60° 에 대한 빔출력 스펙트럼을 살펴 보면 그림 5 ~ 그림 7과 같고, 그림 5에서 보듯이 배경잡음보다 높은 모의 표적 1의 입사방위 90° 에서 SCCBF 방식에 의한 광대역 에너지가 CBF 보다 훨씬 높게 탐지할 수 있음을 보여 주고 있다. 또한 그림 6과 그림 7에서 SCCBF 방식에 의한 협대역 신호 탐지 성능이 CBF 보다 훨씬 우수함을 확인할 수 있었다.

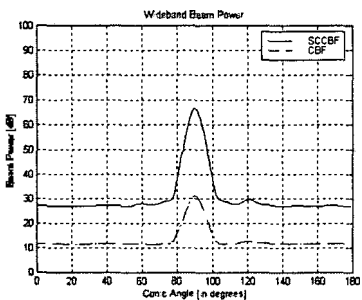


그림 5. 입사신호에 대한 방위별 광대역 에너지 특성

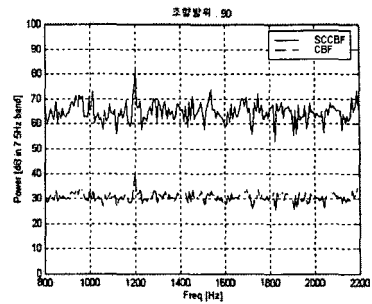


그림 6. 방위 90° 에 대한 빔출력 스펙트럼

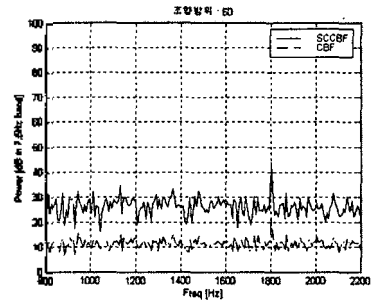


그림 7. 방위 60° 에 대한 빔출력 스펙트럼

#### IV. 결론

본 논문에서는 소나 시스템에서 선배열로 구성된 센서에 입력되는 신호에 대한 공간 상호상관 행렬을 이용한 SCCBF 빔형성 기법을 제안하여 이론적 고찰 및 모의실험을 통하여 성능을 확인하였고, 소나 시스템에 가장 일반적으로 사용하는 CBF 빔형성 기법을 적용하는 것과 비교 분석결과 표적에 대한 방위 탐지 성능 및 협대역 신호 탐지 성능이 훨씬 우수함을 입증하였다.

#### 참고문헌

1. William S. Burdic, "Underwater Acoustic System Analysis", Prentice Hall, New Jersey, 1991. pp. 303-338.
2. Richard O. Nielsen, "Sonar Signal Processing", Artech House, 1991. pp. 51-140.
3. Richard Shiavi, "Introduction to Applied Statistical Signal Analysis", IRWIN, Boston, 1991. pp. 399-449.
4. Don H. Johnson, "Array Signal Processing : Concepts and Techniques", Prentice Hall, New Jersey, 1993. pp. 40-55.
5. James H. Wilson, "Applications of inverse beamforming theory", J. Acoust. Soc. Am. 98(6), pp. 3250-3261, December 1995.