

음파를 이용한 덕트 내

불균일 단면적 측정에 관한 연구

김 회 전*, 이 정 권*

*한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터

Acoustical Measurement of Sectional Area in Nonuniform Ducts

Hoi-Jeon Kim*, Jeong-Guon Ih*

*Center for Noise and Vibration Control, Department of Mechanical Engineering,
Korea Advanced Institute of Science and Technology, Science Town, Taejon 305-701, Korea

요약문

음파를 이용하여 덕트 내 길이 방향으로의 불균일 단면적을 측정하는 방법에 대해서 연구하였다. 이러한 역문제적 단면적 재구성은 덕트내의 비파괴 검사 및 인간 기도의 형상 조사 등에 중요한 의미를 지닌다. 음파를 이용하여 덕트내의 단면적을 재구성하는 과정은, 충격응답을 구하는 과정과 충격응답을 면적 재구성 알고리즘에 대입하여 덕트 내 단면적을 구하는 과정으로 나누어진다. 본 연구에서는 랜덤소스와 역푸리에 변환을 사용하여 덕트 내 충격응답을 구하였다. 예제를 통해 제안된 방법에 의해 덕트 내 면적 재구성이 매우 정도 높게 실현 가능함을 보였다.

1. 서론

좁고 복잡한 내부형상을 가진 덕트는 안이 보이지 않고 면적을 측정하기 위한 계측기구가 직접 들어갈 수 없기 때문에 덕트의 내부 면적을 간접적으로 측정하기 위한 여러가지 방법들이 제안되어 왔다. 그 중에서 음파를 이용하는 방법은 다른 방법에 비해서 실험장치가 저렴하고 간단하여 이에 관련된 연구가 많이 이루어지고 있다[1,2].

음파를 이용하여 덕트 내부 면적을 측정하는 여러 방법 중 본 연구에서는 덕트 내 평면파에 의한 충격응답을 측정하고 이를 면적을 구하는 알고리즘에 대입하여 덕트 길이 방향으로의 면적을 구하는 방법을 선택하였다. 이 방법은 타 방법[3]에 비해 수학적 개념이 비교적 간단하며 개념의 이해가 쉬운 편이다.

위의 방법을 이용하여 덕트 내 면적을 구하기 위해서는 먼저 덕트 내 평면파에 의한 충격응답을 구해야 한다. 기존에는 임펄스(impulse) 가진과 시간영역에서의 역합성곱(time domain deconvolution)을 사용하여 충격응답을 측정하였으나, 본 연구에서는 랜덤 가진(random excitation)과 역푸리에 변환을 이용하는 방법을 제안하였고, 이를 사용하면 보다 쉽고 빠르게 충격응답을 구할 수 있음을 보였다. 위와 같이 구하여진 충격응답을 면적 재구성 알고리즘에 대입하면 덕트 내 단면적을 구할 수 있다. 본 연구에서는 여러 면적 재구성 알고리즘 중 수학적 개념과 계산과정이 쉽고 간단한 Goupillard 알고리즘을 사용하였다.

음파를 이용한 덕트 내 단면적 측정방법의 검증을 위해 단순확장관에 대하여 면적 재구성을 수행하였다. 그 외에도 면적이 부드럽게 변하는 덕트 등에 대해서도 덕트 내 단면적 재구성을 수행하여 방법의 유효성을 검토하였다.

2. 덕트 내 충격응답 측정

2.1. 임펄스 가진에 의한 방법

이론적으로 선형 시스템의 충격응답을 구하기 위해서는 크기가 1인 임펄스를 가하고 측정점에서 시스템의 응답을 시간에 따라 구하면 된다. 그러나 현실적인 덕트는 임펄스를 주는 장소와 측정점이 가까워 입사파와 반사파가 서로 겹쳐지고[1], 현실적으로 크기가 1인 이상적인 임펄스를 만들수가 없기 때문에[4] 충격응답을 계산할 때는 많은 고려가 필요하다.

이전에는 덕트 내 충격응답의 측정시 주로 한 개의 마이크로폰을 사용하여 충격응답을 측정하였다[2,3]. 그러나 한 개의 마이크로폰만을 사용할 경우, 입사파와 반사파를 분리하기 위해서는 길이가 긴 임피던스 관을 사용하여야 하며, 이 경우 관내 음파의 감쇠가 충격응답 오차에 영향을 미친다. 이를 막기 위해 두 개의 마이크로폰을 사용하는 방법이 제안되어서[3,5] 임피던스 관의 길이를 길게 할 필요가 없게 되었고 보다 정확한 충격응답을 구할 수 있게 되었다. 본 논문에서는 보다 정확한 충격응답을 얻기 위해서 다수의 마이크로폰 방법을 사용하였다. 다수의 측정점을 사용할 경우[6] 저주파수 및 임계 주파수 영역에서 보다 정확한 결과를 얻을 수 있다.

임펄스 소스를 사용하여 충격응답을 얻기 위해서는 시간영역의 역합성곱을 풀어야 한다. 여기서 입사파는 $x(t)$, 반사파는 $y(t)$ 그리고 충격응답은 $h(t)$ 라고 하면 이들 사이에는 식(1)과 같은 합성곱이 성립한다. 이는 선형 시스템의 전달함수와 입출력 사이의 역푸리에 변환이다.

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau)x(\tau)d\tau, (0 \leq t \leq T). \quad (1)$$

식(1)을 행렬형태로 나타내면 식(2)와 같고 충격응답을 구하려면 식(3)과 같이 \tilde{X} 의 역행렬을 양변에 곱한다. 임펄스 가진을 사용할 경우 각 시간 스텝마다 식(3)과 같은 역합성곱을 풀어야 한다.

$$y = \tilde{X}h. \quad (2)$$

$$h = \tilde{X}^{-1}y \quad (3)$$

그러나 \tilde{X} 는 대각선 원소가 매우 작아서[4,7] 식(3)을 푸는 것은 약조건(ill-conditioned)문제가 된다. 이를 해결하기 위해서 본 연구에서는 특이치 분리에 의한 정규화를 적용하여 이를 해결하였다.

2.2. 광대역 가진에 의한 방법

이상적인 임펄스는 모든 주파수가 실려 있으므로 임펄스로 가진한다는 것은 주파수 영역에서 보았을 때 광대역으로 가진하는 것과 같은 의미를 가진다. 그러므로 본 연구에서는 광대역 가진을 하여 얻은 압력 반사계수를 역푸리에 변환하여 충격응답을 얻는 방법을 제안하였다.

임펄스를 통해 충격응답을 얻는 것은 광대역 가진에 비해 몇가지 단점이 있다. 첫 번째는 충격응답 제작의 어려움이고, 두 번째는 실험반복의 어려움, 그리고 세 번째로 역합성곱 계산에 너무 많은 시간이 걸린다는 점 등이다. 반면에 광대역 가진의 경우 실험의 재현성이 좋고 주파수 해석기를 통해 얻어진 압력 반사계수를

단순히 역푸리에 변환시키면 충격응답이 얻어지므로 계산시간이 매우 짧게 걸린다.

3. Goupillard 알고리즘 [8]

Sidell과 Fredberg[1]는 덕트 내 깊이 방향의 음향 임피던스(specific 임피던스/덕트 단면적)를 구하는 것과 1차원 탄성 반공간에서의 깊이 방향으로의 specific 임피던스 구하는 것을 같이 취급하였다.

이와 같은 방법으로 덕트 내 단면적을 구하기 위해서는 먼저 덕트 입구에서의 충격응답을 Goupillard 알고리즘에 대입하여 덕트 내 다중 레이어의 음향 임피던스를 구한다. 구해진 음향 임피던스의 역수에 specific 임피던스를 곱하면 덕트 내 깊이 방향으로의 면적을 구할 수 있다.

탄성 반공간의 이산화된 레이어 모델은 매질의 상단의 임피던스가 $\rho_0 c_0$ 인 동질의 매질로, 임피던스가 측정되는 매질은 임피던스가 $\rho_1 c_1, \rho_2 c_2, \dots, \rho_n c_n$ 인 n개의 레이어로, 그리고 매질의 하단은 임피던스가 $\rho_{n+1} c_{n+1}$ 인 동질의 매질로 모델링한다. 이 때 n개의 동질 레이어의 두께는 각각 Δx_i 이고, 레이어 사이의 파동 이동시간은 일정하다고 가정한다.

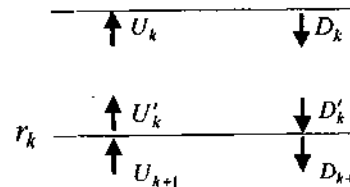


그림 1. Goupillard 레이어의 k 번째 와 (k+1)번째 레이어.

그림 1과 같이 k 번째 레이어와 k+1 번째 레이어 사이에 반사파와 투과파의 관계식을 적용하면 식(4)가 구해진다.

$$\begin{bmatrix} U(k+1, z) \\ D(k+1, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{t_k} \begin{bmatrix} 1 & r_k \\ r_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U'(k, z) \\ D'(k, z) \end{bmatrix}, k = 0, \dots, n+1 \quad (4)$$

여기서 r 과 t 는 각각 압력 반사계수와 압력 투과 계수를 나타낸다. 시간 지연 z 의 정의는 식(5)와 같으며 T 는 양 방향 이동시간으로 정의한다.

$$z = e^{j\omega T} \quad (5)$$

k 번째 레이어 안에서 이동시간이 $T/2$ 가 걸리는 사실을 이용하고, k 를 0에서 $n+1$ 까지 증가시켜 k 가 0일때와 k 가 $n+1$ 일때 사이의 관계를 구해보면 식(4)는 식(6)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} U(0, z) \\ D(0, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{z^{\frac{n+1}{2}} \prod_{i=0}^k t_i'} \begin{bmatrix} z^{n+1} F\left(k, \frac{1}{z}\right) & z^{n+1} G\left(k, \frac{1}{z}\right) \\ G(k, z) & F(k, z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(k+1, z) \\ D(k+1, z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

이때 $F(k, z)$ 와 $G(k, z)$ 사이에는 다음과 같은 정화식 형태가 성립한다.

$$F(k, z) = F(k-1, z) + r'_k z G(k-1, z). \quad (7a)$$

$$G(k, z) = r' F(k-1, z) + G(k-1, z). \quad (7b)$$

$$F(0, z) = 1, G(0, z) = r'_0. \quad (7c)$$

0 번째 레이어에 크기가 1 인 임펄스를 주고 $k+1$ 번째 레이어까지 고려하고 z^{k+1} 의 계수를 비교하면,

$$r'_k = \frac{R_k + F_1(k-1)R_{k-1} + \dots + R_1 F_{k-1}(k-1)}{\prod_{i=0}^{k-1} (1 - (r'_i)^2)} \quad i = 1, \dots, n+1. \quad (8)$$

이 유도된다.

k 번째 레이어와 $(k+1)$ 번째 레이어 사이의 힘의 평형식과 에너지 보존식을 적용하면 식(9)가 유도된다.

$$\frac{(\rho c)_{k+1}}{(\rho c)_k} = \frac{1+r'_k}{1-r'_k} \quad (9)$$

식(9)에서 k 를 0 에서부터 $n+1$ 까지 곱하면

$$\frac{(\rho c)_{n+1}}{(\rho c)_0} = \prod_{i=0}^n \frac{1+r'_i}{1-r'_i} \quad (10)$$

가 된다. 덕트 내 면적을 A , specific 음향 임피던스를 ρc 라고 하면, 덕트 내 음향 임피던스는 $\rho c / A$ 가 되므로, 덕트 내 ρc 가 일정하다면 식(10)를 식(11)처럼 면적에 관한 식으로 고쳐 쓸 수 있게 되어 덕트 내 단면적을 구할 수 있다. 식(11)의 r' 은 식(8)을 이용하여 계산하면 된다.

$$\frac{A_{n+1}}{A_0} = \left(\prod_{i=0}^n \frac{1+r'_i}{1-r'_i} \right)^{-1}. \quad (11)$$

4. 실험

4.1. 임펄스 가진과 광대역 가진에 의한 면적 재구성

임펄스 가진과 광대역 가진에 의한 각각의 면적 재구성을 비교해 보기 위해 그림 2 와 같은 원형 단순 확장관에 대해서 면적 재구성을 수행하였다. 실험 장치는 그림 3 과 같다. 스피커는 가운데파수가 150 Hz 에서 5 kHz 인 혼 드라이버를 사용하였다. 입력 신호는 신호해석기(HP 3563)의 임펄스 소스와 랜덤 소스를 사용하였고 이 신호들은 스피커에 입력되기 전에 파워앰프(B&K Type 2706)를 거친다. 단순확장관은 $R_1=0.020m$, $R_2=0.045m$, $L_1=0.374m$, $L_2=0.388m$ 과 $L_3=0.314m$ 이고 두께가 10mm 인 투명 아크릴판로 제작하였다. 실험을 수행할 때 2 개의 마이크로폰과 3 개의 마이크로폰으로 각각 덕트 내 단면적 재구성을 하였다. 그림 4 와 그림 5 가 각각 임펄스 가진과 랜덤 가진에 의한 결과를 나타낸다.

두 개의 마이크로폰을 사용한 경우보다 세 개의 마이크로폰을 사용한 경우가 더 좋은 면적 재구성 결과를 나타내었고, 본 연구에서 제안한 광대역 가진에 의한 방법이 임펄스 가진의 경우보다 보다 정확한 면적 재구성결과를 보였다. 이는 광대역 가진의 경우, 실험장치 및 계산이 상대적으로 쉽고 간단하여 짧은 시간 안에 많은 횟수의 평균이 가능하였고 또한 가진 신호에 대한 오차의 비가 높았기 때문이다.

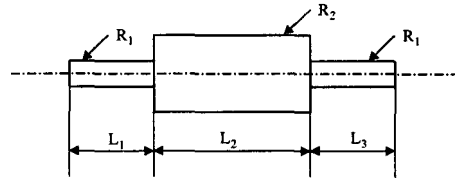


그림 2. 원형 단순 확장관.

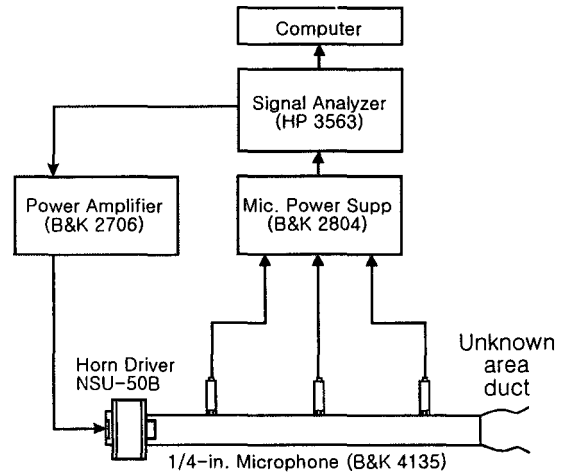


그림 3. 덕트 단면적을 측정하기 위한 실험 장치.

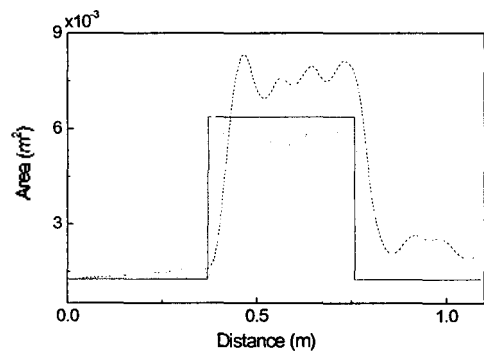


그림 4. 임펄스 가진에 의한 단면적 재구성. —, 실제 덕트 면적; ----, 2-마이크로폰; 3-마이크로폰.

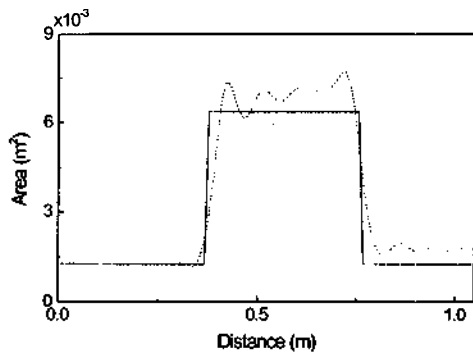


그림 5. 랜덤 가전에 의한 단면적 재구성. —, 실제 덕트 면적; ----, 2-마이크로폰; ·····, 3-마이크로폰.

4.2. 부드럽게 변하는 덕트

4.1 절에서는 면적변화가 급속한 경우에 대해서 면적 재구성을 수행하였다. 보다 일반적인 경우인 면적 변화가 부드럽게 변하는 덕트에 대해서 면적 재구성을 수행하였고 그 결과가 그림 6 이고 실제 면적과 유사함을 확인할 수 있었다.

앞에서 구한 단순 확장관의 단면적 재구성 결과와 비교해보면, 면적이 부드럽게 변하는 경우에 보다 더 정확한 면적 재구성 결과를 얻었다. 이는 면적변화가 급작스러운 경우, 이를 나타내기 위한 충격응답 내 고주파수 성분이 더 많아 필요하기 때문이다.

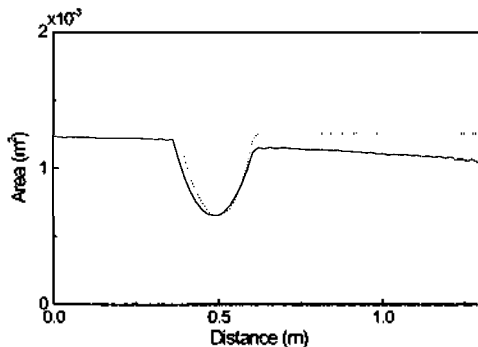


그림 6. 면적이 부드럽게 변하는 덕트 면적 재구성. —, 재구성면적; ·····, 실제 면적.

5. 결론

본 연구에서는 광대역 가전을 통하여 덕트 내 충격응답을 구하는 방법을 제안하였고 구해진 충격응답을 기존의 알고리즘[8,9]에 대입하여 여러 모양을 가지는 덕트 내 길이방향의 면적을 구하였다.

기존의 임펄스 가전을 이용하는 방법은 광대역 가전을 이용하여 충격응답을 구하는 방법에 비해

계산과정이 복잡하고 실험 재현성이 어려운 점이 있는 반면 광대역 가전의 경우는 실험이 쉬우며 면적 재구성 결과도 보다 정확하였다.

본 연구에서 사용한 덕트 내 면적 재구성 방법은 실험이 간단하고 이론적 배경이 쉬워 여러 덕트 시스템의 비파괴 검사나 사람의 기도와 관련된 병의 진단등에 쓰일수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] R. S. Sidell and J. J. Fredberg, "Noninvasive Inference of Airway Network Geometry From Broadband Lung Reflection Data," ASME. Journal of Biomech. Eng. **100**, 131-138 (1978).
- [2] M. M. Sondhi and B. Gopinath, "Determination of vocal-tract shape from impulse response at the lips," J. Acoust. Soc. Am. **49**, 1867-1873 (1973).
- [3] M. R. Schroeder, "Determination of the geometry of the human vocal tract by acoustic measurements," J. Acoust. Soc. Am. **41**, 1002-1010 (1966).
- [4] M. M. Sondhi and J. R. Resnick, "The inverse problem for the vocal tract: Numerical methods, acoustical experiments, and speech synthesis," J. Acoust. Soc. Am. **73**, 985-1002 (1983).
- [5] K. L. Poort and J. J. Fredberg, "Airway area by acoustic reflections: A generalized derivation for the two-microphone method," Submitted to ASME J. of Biomech, to be published.
- [6] S.-H. Jang and J.-G. Ih, "On the multiple microphone method for measuring in-duct acoustic properties in the presence of mean flow," J. Acoust. Soc. Am. **103**, 1520-1526 (1998).
- [7] I. M. Gelfand and B.M. Levitan, "On the determination of a differential equation by its spectral function," translated in American Mathematical Society Translations Series 2. **1**, 253-304 (1955).
- [8] P. L. Goupillard, "An approach to inverse filtering of near-surface layer effects from seismic records," Geophysics. **26**, 54-760 (1961).
- [9] J. S. Ware and K. Aki, "Continuous and discrete inverse-scattering problems in a stratified elastic medium," J. Acoust. Soc. Am. **45**, 911-921 (1969).