3단형 과학로켓 탑재부 극초음속 공력특성 연구

Numerical Study on hypersonic characteristics of the KSR-III payload

이장연[1)]

Lee, Jang-Yeon

Hypersonic analysis on the KSR-III payload configuration has been performed using an axisymmetric Navier-Stokes code. A numerical code based on the Harten and Yee's upwind TVD scheme with simplified curve fits in the equilibrium chemically reacting air was developed. The carbuncle phenomenon on detached shock in front of the payload is controlled by using pressure gradients to tune the dissipation. Equilibrium chemically reacting computations for reentry flight conditions of Mach no. 10.2, 8, 4.9 are presented and compared with the results of calorically perfect gas.

1. 서론

3단형 과학로켓 탑재부는 이온질량측정기, 고공대기 측정용 분광기, 오존 측정기, 전자측정기등을 탑재하며 고체추진제 kick motor로 발사된다. 약 450-700km 상공에 이른뒤 하강하여 대기권에 재돌입하고 지상에 낙하한다. 과학 탑재부는 측정 및 추적을 위한 전자장비를 장치하고 있기 때문에 대기권 재돌입시 공력가열로 부터 전자장비 보존을 위하여 탑재부 표면의 정확한 극초음속 유동해석이 중요하다. 재돌입시의 비행조건은 고도79km에서 마하수 10.2 이며, 53km에서는 마하수 8. 그리고 고도 20.6km에서 마하수 4.9 의 속도로 낙하한다. 과학 탑재부는 길이 약 3.5 m, 직경 1m 의 절두원통형이며 앞부분 부터 과학측정 탑재기기와 Telemetry, 자세제어를 위한 추력기 그리고 끝부분에 고체 kick motor가 장착되어 추진된다[1].

과학탑재부 형상은 축대칭으로써 극초음속 해석은 충격파 예측이 정확한 Harten 과 Yee[2]의 upwind TVD scheme을 이용한 explicit 축대칭 Navier-Stokes code를 개발하였고 온도상승에 의한 화학반응은 Tannehill과 Srinivasan[3]이 개발한 화학평형상태의 curve fit 식을 사용하였다. code 검증은 입력조건 마하수 5, 온도 3,573 K의 10도 inlet 형상[4]에 대하여 CFL3DE의 결과와 비교 분석하였다. 또한 blunt body 해석시 detached shock에 나타나는 carbuncle phenomenon을 제어하기 위하여 Yee[2]가 제의한 상수를 사용한 entropy correction 함수와 Imlay, Peery[5] 및 Lin[6]이 제시한 pressure gradient를 사용한 entropy correction 함수를 비교하였다. 탑재부 재돌입 비행조건에 대하여 equilibrium chemically reacting 및 calorically perfect gas의 해석 결과를 비교하였다.

2. 지배방정식

축대칭 유동을 지배하는 압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반좌표계로 좌표변환하고 무차원화하여 보존형 벡터꼴로 나타내면 아래와 같다.

---

1) 정회원, 한국항공우주연구소 공력성능연구그룹

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau}+\frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi}+\frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta}+\alpha \hat{H}=\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi}+\frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta}+\alpha \hat{H}_v\right) \tag{1}$$

여기서

$$\hat{Q}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho e_t\end{bmatrix},\quad \hat{E}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho U\\ \rho uU+\xi_x p\\ \rho vU+\xi_y p\\ U(\rho e_t+p)-\xi_t p\end{bmatrix},\quad \hat{F}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho V\\ \rho uV+\eta_x p\\ \rho vV+\eta_y p\\ V(\rho e_t+p)-\eta_t p\end{bmatrix} \tag{2}$$

점성항 $\hat{E}_v$, $\hat{F}_v$ 및 축대칭 유동항 $\hat{H}$, $\hat{H}_v$ 등 방정식 각항의 세부 전개는 참고문헌 [7] 에 있다.

일반적으로 사용되는 calorically perfect gas의 가정은 극초음속에서는 고속유동에 관련된 고온현상 때문에 적용이 어렵다. 즉 고온현상의 결과로서 아래식과 같이 공기분자가 분리되고 또 이온화된다. 예를 들면, 1기압상태 2,500 K 에서 산소분자가 분리를 시작하고 4,000 K 에 이르면 완전히 분리되고 질소분자가 분리를 시작한다. 9,000 K에서 대부분의 질소분자가 분리되고 산소원자와 질소원자가 이온화되기 시작한다.[8] 고온상태의 공기에서는 N_2, O_2 뿐만아니라 O, N, NO, NO^+, e^-가 있으며, 화학반응이 일어난후 화학평형상태에 도달한다. 화학평형상태에서 공기는 압력과 온도의 함수로써 각각의 species 고정량이 존재하며, 평형 열역학 성질은 통계 열역학의 결과로써 구해진다. 화학평형상태 공기의 열역학적 성질은 다음의 관계식을 사용하여 얻어진다.

$$\begin{array}{llll} p=p(e,\rho) & \gamma=\gamma(e,\rho) & a=a(e,\rho) \\ h=h(e,\rho) & T=T(e,\rho) & T=T(p,\rho) \end{array} \tag{3}$$

1960년대 전에는 화학평형상태의 공기성질을 결정할 때 주로 표나 도표를 사용하였으나, computer의 등장으로 program을 사용함으로써 평형상태의 계산이 가능케 되었다. NASA RGAS program[9]은 압력과 밀도, 압력과 엔트로피의 함수로써 엔탈피, 온도를 계산하기 위하여 표를 찾아 cubic interpolation을 사용한다. RGAS program의 표를 찾는 방식을 개선한 Tannehill 과 Srinivasan[3]의 curve fit 식은 더욱 효율적이고 간편하게 화학평형 계산을 할 수 있게 하였다. 이 curve fit 식은 internal energy와 밀도의 함수로써 압력, 온도, 음속, 점성계수, 열전달계수를 계산한다. 이 curve fit 식의 적용 범위는 온도 25,000 K 까지이다 각 계산점에서 밀도와 내부 에너지를 구하고 curve fit 식을 이용하여 압력과 온도를 다음의 상태방정식에서 구해진다.

$$p=\rho e(\gamma-1) \tag{4}$$

비열비 γ는

$$\begin{aligned}\gamma=&a_1+a_2Y+a_3Z+a_4YZ+a_5Y^2+a_6Z^2+a_7Y^2Z\\&+a_8Z^3+\frac{a_9+a_{10}Y+a_{11}Z+a_{12}YZ}{1+\exp[(a_{13}+a_{14}Y)(Z+a_{15}Y+a_{16})]}\end{aligned} \tag{5}$$

이며, $Y=\log(\rho/1.292), Z=\log(e/78408.4)$이다. 온도 T 는 밀도와 내부 에너지의 함수로써 다음 관계식에서 계산된다.

$$\begin{aligned}\log\left(\frac{T}{151.78}\right)=&b_1+b_2Y+b_3Z+b_4YZ+b_5Y^2+b_6Z^2+b_7Y^2Z\\&+b_8YZ^2+\frac{b_9+b_{10}Y+b_{11}Z+b_{12}YZ+b_{13}Z^2}{1+\exp[(b_{14}Y+b_{15})(Z+b_{16})]}\end{aligned} \tag{6}$$

여기서 $Y=\log(\rho/1.225)$, $Z=\log(p/1.01314\text{x}10^5)$이다.

또한 Navier-Stokes 계산을 위하여 필요한 화학평형상태 공기의 점성계수와 열전달 계수는 Peng과 Pindroh[10]의 자료에서 구할 수 있으며, computer 계산에 편리하도록 Srinivasan과 Tannehill[11]에 의해 밀도와 온도의 함수로써 개발된 curve fit 식을 사용하여 구해진다.

$$\mu=\mu(\rho,T),\quad k=k(\rho,T) \tag{7}$$

3. 수치해석기법 및 격자 형성

3.1 수치해석 기법

수치해석 기법은 Harten과 Yee의 TVD scheme을 사용하였으며 2차원 explicit Euler code를 축대칭 full Navier-Stokes TVD code로 확장하여, 극초음속 화학 평형유동해석이 가능하도록 개량하였다. Harten 과 Yee의 second-order TVD scheme의 j 방향의 수치함수는

$$\begin{aligned}\hat{E}_{j+\frac{1}{2},k} &= \frac{1}{2}[\,\bar{E}_{j,k}+\bar{E}_{j+1,k}+R_{j+\frac{1}{2}}\Phi_{j+\frac{1}{2}}/J_{j+\frac{1}{2}}\,]\\ \phi_{j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}\psi(a_{j+\frac{1}{2}})(g_j+g_{j+1})-\psi(a_{j+\frac{1}{2}}+\gamma_{j+\frac{1}{2}})\alpha_{j+\frac{1}{2}}\\ \gamma_{j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}\psi(a_{j+\frac{1}{2}})\begin{cases}(g_j+g_{j+1})/\alpha_{j+\frac{1}{2}} & \alpha_{j+\frac{1}{2}}\neq 0\\ 0 & \alpha_{j+\frac{1}{2}}=0\end{cases}\end{aligned} \tag{8}$$

이고, 여기서 $\frac{\partial\bar{E}}{\partial Q}$의 특성 속도인 $a_{j+\frac{1}{2}}$와 특성 변수의 jump 인 $\alpha_{j+\frac{1}{2}}$는 Roe의 평균 상태에서 구해진다. Harten의 expansion shock의 형성을 방지하기 위한 entropy correction 함수는

$$\psi(z)=\begin{cases}|z| & |z|\geq\varepsilon\\ (z^2+\varepsilon^2)/2\varepsilon & |z|<\varepsilon\end{cases} \tag{9}$$

여기서 $\varepsilon\geq 0$ 이며, Yee는 최대 특성치에 비례하는 다음식에서 $\varepsilon_0=0.125$ 를 사용하였다.

$$\varepsilon=\varepsilon_0(|U|+c) \tag{10}$$

그러나, Roe의 Approximate Riemann solver 에 근거한 수치기법의 일반적인 결점으로써 Peery와 Imlay[9]에 의해 blunt body 해석시 발견된 carbuncle phenomenon은 Harten entropy correction 함수에서 ε_0를 증가시켜 해결할 수 있지만 수치점성이 증대되는 결과를 초래하므로, Lin[6]은 ε_0 가 상수가 아닌 각 계산점에서 pressure gradient에 비례하는 방법을 사용하여 carbuncle phenomenon을 제어하였다.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{u\pm c} &= (|U|+c)(k_1+k_2K_P)\\ \varepsilon_u &= (|U|+c)(k_3K_P)\end{aligned} \tag{11}$$

여기서 pressure gradient K_P 는 아래와 같으며,

$$K_P=\frac{1}{2}\left(\frac{|P_{j+1,k}-2P_{j,k}+P_{j-1,k}|}{|P_{j+1,k}+2P_{j,k}+P_{j-1,k}|}+\frac{|P_{j,k+1}-2P_{j,k}+P_{j,k-1}|}{|P_{j,k+1}+2P_{j,k}+P_{j,k-1}|}\right) \tag{12}$$

절두형인 탑재부 계산시 Lin[8]이 blunt body 해석시 제의한 $k_1=0.25$, $k_2=5$, $k_3=15$ 를 사용하였다.

또한 화학평형유동 계산시 Approximate Riemann solver 적용은 아래의 Vinokur 와 Liu [11]의 식을 사용하였다. Roe의 평균 상태에서 사용되는 음속 $\bar{c}$ 는

$$\bar{c}^2=\bar{\chi}+\bar{x}\,\bar{h} \tag{13}$$

이며, calorically perfect gas는 $\bar{\chi}=0$와 $\bar{x}=\gamma-1$ 이지만 thermally perfect gas 에선

$$\frac{1}{\bar{x}}=\frac{D\Delta\rho+\Delta p\Delta e}{(\Delta p)^2+\bar{c}^4(\Delta\rho)^2},\qquad \frac{\bar{\chi}}{\bar{x}}=\frac{D\Delta p-\bar{c}^4\Delta\rho\Delta e}{(\Delta p)^2+\bar{c}^4(\Delta\rho)^2}$$

$$D=\frac{1}{2}[(\frac{\chi_L}{x_L}+\frac{\chi_R}{x_R})\Delta p+(\frac{1}{x_L}+\frac{1}{x_R})\bar{c}^4\Delta\rho] \tag{14}$$

이고, 엔탈피 $\overline{h}$ 는 아래 식에서 구해진다.

$$\overline{h} = \overline{H} - 0.5(\overline{u}^2 + \overline{v}^2) \quad (15)$$

시간의 적분은 Strang type fractional step method를 사용하였다.

3.2 격자 형성

격자는 elliptical grid 형성 프로그램인 GRAPE2D[13]를 사용하였으며, kick motor 노즐 내부를 제외한 탑재부 형상 주위에 C-type 142X64 개의 격자를 분포시켰다. Fig. 1 과 2 에 절두형 탑재부 형상과 주위에 분포된 격자를 나타내었다.

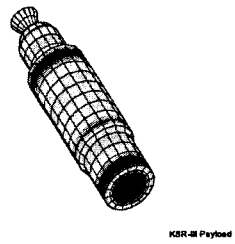

Fig. 1 KSR-III Payload

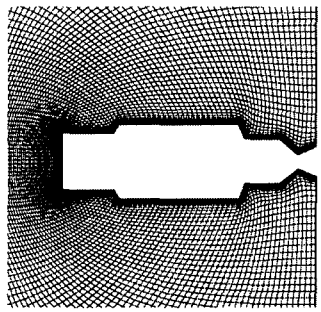

Fig. 2 C-type (142 x 64) grid

4. 결과 및 분석

4.1 프로그램 검증

극초음속 화학평형 계산에 대한 검증은 10도 ramp 형상을 이용하였다. 이 형상은 CFL3DE와 GASP code를 검증시 사용되었으며[4], 입력조건은 마하수 5, 압력 1기압, 온도 3,573 K, 밀도 0.0883 kg/m3 이다. H-type 121x61 격자를 사용하였으며 비점성 화학평형상태의 계산하였다.

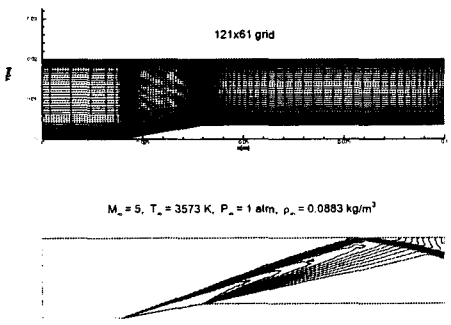

Fig. 3 H-type grid(121x61) and density contours

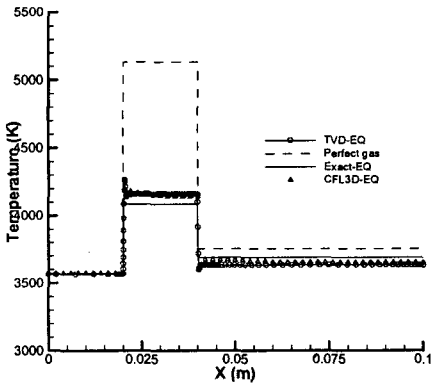

Fig. 4 Surface temperature distribution

Fig. 3은 ramp 격자 모양과 밀도 contours이며, 10도의 ramp에서 압축되어 충격파를 형성하고 expansion corner에서 expansion fan을 형성한다. 윗면에서는 반사 경계조건을 사용하여 shock이 충돌하여 반사되는 것을 볼 수 있다. Fig. 4에 표면온도 분포를 화학평형(TVD-EQ)계산결과와 CFL3D-EQ 및 calorically perfect gas와 비교하였다.

계산결과는 CLF-3DE 결과와 일치함을 볼 수 있다. Fig. 4 에서 calorically perfect gas의 표면 온도가 크게 나타나는 이유는 충격파 앞 유동의 운동에너지가 충격파 뒤에서 병진 및 회전 분자 에너지로 바뀌서 온도가 높아지고, thermally perfect gas 나 화학반응기체는 운동에너지가 모든 에너지 mode 즉 회전, 병진, 진동, 전자 mode 및 화학반응 결과인 zero-point energy로 바뀌기 때문이다.[8]

4.2 탑재부 재돌입시 수치해석

재돌입시 비행조건은 고도 79km에서 마하수 10.2으로 하강하며, 고도 53km에서 마하수 8, 고도 20.6km에서 마하수 4.9에 이른다. 고도 450-700 km 으로부터 하강시 Navier-Stokes 방정식의 적용이 어려워 자유분자운동을 고려해야 할 희박류 영역을 지난다. 79km에서 평균 자유분자운동 거리 λ 가 대략 0.003 m, 53km 에서는 0.0002 m 이다. 이때 탑재부의 직경이 1m 일 때 knusden no. $K_n=\lambda/L$ 는 $K_n=0.003$이 된다. 희박류 영역은 Knudsen no.를 기준으로 0.03 이하는 Navier-Stokes 방정식 적용가능 영역이고 $0.03<K_n<1.0$ 에서는 slip 효과를 고려하여야 하며, 1.0 이상은 자유분자운동 해석이 필요하다.[8] 탑재부 비행 궤적중 120 km 이상의 영역은 $K_n=1.0$ 을 넘어서며 희박류 자유분자운동 해석을 해야 한다. 그러나 K_n이 0.03 이하가 되는 90 km 이하의 비행궤도는 Navier-Stokes 계산 영역 안에 있다고 볼수 있다.

재돌입 대기조건은 고도 79 km에서 온도 200.2 K, 압력 $1.203\ N/m^2$, 밀도 $2.093\times10^{-5}\ Kg/m^3$이며, 낙하 속도는 2661.2 m/s, 마하수 10.2,. unit Reynolds 수는 4.188×10^3 이다. 고도 53km에서 대기 온도 267.4 K, 압력 $50.70\ N/m^2$, 밀도 $7.518\times10^{-4}\ Kg/m^3$ 이며 속도는 2686.8 m/s, 마하수 8, unit Reynolds 수는 1.197×10^5이다. 그리고 고도 20.6km에서 대기 온도 217.2 K, 압력 $5.034\times10^3\ N/m^2$, 밀도 $8.704\times10^{-2}\ Kg/m^3$ 이며 낙하속도는 1431 m/s, 마하수 4.9, unit Reynolds 수는 8.109×10^6이다

경계조건은 표면에 adiabatic wall조건을 사용하였다. 수치해석 결과 탑재부 앞부분의 detached shock에 carbuncle phenomenon이 발생하였다. Fig.5-(a)는 Yee의 (10)식을 사용한 결과이며, Lin[8]이 제시한 pressure gradient에 기준한 (11) 식을 사용한 결과 Fig.5-(b)와 같이 detached shock의 불안정성이 해소되었다. 따라서 탑재부 계산시 Lin의(11) 식을 적용하여 계산하였다.

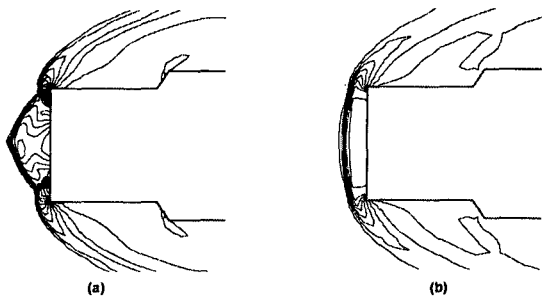

Fig. 5 Carbuncle phenomenon : density contours
(a) Yee's formula (b) Lin's formula

또한 마하수 10.2의 조건에서 calorically perfect gas를 사용한 계산과 화학반응을 고려한 계산 Fig. 6에 비교하였다. 대기온도 200 K인 경우 calorically perfect gas의 경우 탑재부 전면에 4,200 의 고온이 발생되지만 (normal shock 관계식은 $T_2/T_1 = 20.4$ 로써 대략 4,080 K), 화학반응을 고려한 계산은 2,400 K 로써 큰 차이가 있음을 볼 수 있다.

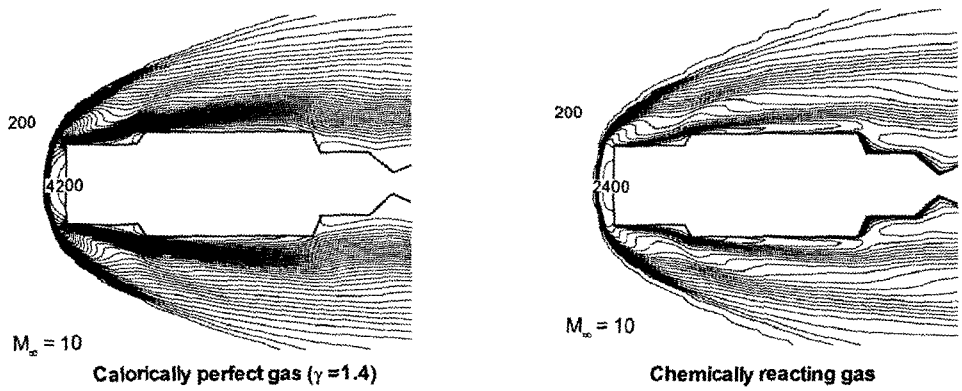

Fig. 6 Comparison of temperature contours between calorically perfect gas and equilibrium chemically reacting gas

Fig. 7에 마하수 8 비행시의 속도 벡타를 나타내었다. 과학탑재부와 전자탑재부 연결부에 형성되는 충격파와 경계층 간섭에 의한 유동박리 및 kick moter 부분에 유동 박리현상을 볼 수 있다.

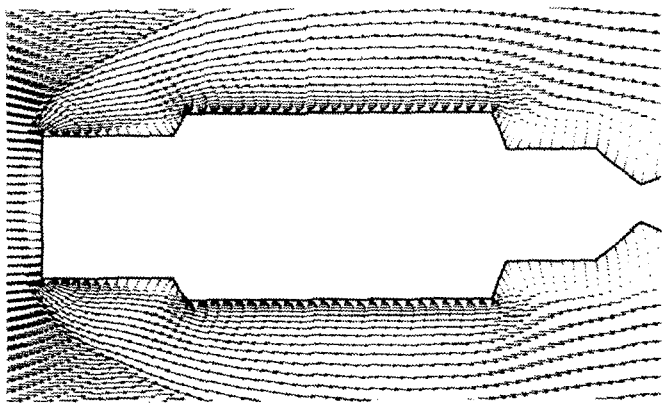

Fig. 7 Velocity vector plot at Mach no. 8

마하수 4.9, 8, 10.2 의 재돌입 조건에서 탑재부에 발생하는 온도 contour를 Fig. 8에 표시하였다. 탑재부 앞면의 표면 온도는 마하수 4.9인 경우 1,150 K이고, 마하수 8은 2,700 K, 마하수 10.2는 2,400 K이다. 마하수 10.2에 비해 마하수 8의 표면온도가 더 높은 이유는 마하수 8의 경우 고도 53km 로써 마하수 10.2에 비하여 대기온도가 상승하였기 때문으로 볼 수 있다.

5. 결론

3단형 과학로켓의 대기권 재돌입시 탑재부 형상에 발생하는 극초음속 공력특성을 해석하기 위하여

축대칭 Navier-Stokes 화학평형 TVD code를 개발하였다. 탑재부 대기권 재돌입 궤도중 마하수 10, 8, 4.9의 비행조건에 대한 화학평형 공력해석을 수행하여, 고도 53 km의 마하수 8 조건에서 최대 2,700 K의 고온이 탑재부 앞부분에 형성되었다. 또한 탑재부와 같은 절두형상에 대한 수치해석시 발생하는 carbuncle phenomenon은 상수 사용보다는 압력구배에 비례한 entropy correction 함수 사용이 효과적임을 밝혔다.

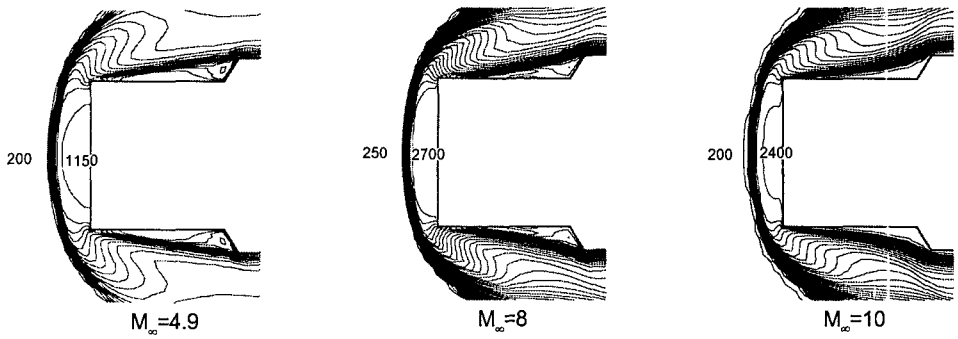

Fig. 8 Temperature contours at Mach no. 4.9, 8 and 10

참고문헌

[1] 3단형 과학로켓 개발사업 연구보고서, 2000.

[2] Yee, H.C.,"A Class of High-Resolution Explicit and Implicit Shock capturing Methods," NASA TM 101088, 1989.

[3]Srinivasan, S. and Tannehill, J. and Weilmuenster, K.,"Simplified Curve Fits for the Thermodynamic Properties of Equilibrium Air," NASA RP-1181, 1987

[4]Walters, R.W, Slack, D.C. and Cinnella, P. et al.,"A User Guide to GASP,"VPISU, Nov. 1990.

[5]Peery, K.M. and Imlay, S.T.,"Blunt-Body Flow Simulations,"AIAA 88-2904, 1988.

[6]Lin, H.-C.,"Dissipation Addition to Flux-Difference Splitting," AIAA 91-1544-CP, 1991.

[7]Lee, J.Y.,"A Numerical Study of the Starting Process in a Hypersonic Shock Tunnel", Ph.D Dissertation, University of Maryland, 1993.

[8]Anderson, Jr., J.D., "Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics," McGraw-Hill Book Co., 1989.

[9] Bailey, H.E., "Programs for Computing Equilibrium Thermodynamic Properties of Gases," NASA TN D-3921, 1967.

[10]Peng, T.C. and Pindroh, A.L.," An Improved Calculation of Gas Properties at High Temperatures: Air," The Boeing Co. Report D2-11722, 1962.

[11]Srinivasan, S. and Tannehill, J., "Simplified Curve Fits for the Transport Properties of Equilibrium Air," NASA CR-178411, 1987

[12]Vinokur, M. and Liu, Y., "Equilibrium Gas Computations. II. An Analysis of Numerical Formulations of Conservation Laws,"AIAA 88-0127, 1988.

[13]Sorenson, R.L., " A Computer Program to Generate Two-Dimensional Grids about Airfoils and Other Shapes by the Use of Poisson's Equation," NASA TM-81198, 1980.