



로켓 주노즐내 비정상 유동의 수치해석적 연구

김상덕*¹, 김영인*², 송등주*³

A Numerical Study of Unsteady Flows in A Rocket Main Nozzle

S. D. Kim, Y. I. Kim and D. J. Song

A numerical study of axisymmetric rocket main nozzle flow has been accomplished. The CSCM upwind flux difference splitting method with an iterative time marching scheme having second order accuracy in time and space has been used to simulate unsteady flow characteristics in an axisymmetric rocket main nozzle. Though the pressure vary at nozzle inlet with the lapse of time, Mach No. and the density were not changed significantly compared with the temperature. Specific heat ratio $\gamma=1.134$ predicted higher temperature at nozzle throat and exit and nondimensional thrust coefficients at exit than specific heat ratio $\gamma=1.4$ did.

Key Words: 풍상차분법(upwind method), 비정상유동(unsteady flow), 국소시간전진법(local time stepping), 비열비(specific heat ratio), 로켓 노즐(rocket nozzle)

1. 서 론

로켓 노즐 내의 유동은 로켓의 움직임에 따른 외기조건과 연소실의 조건 변화에 따라 전형적인 비정상, 축대칭, 압축성, 점성 천음속/초음속 유동이다. 또한 연소실의 고온, 고압조건으로부터 노즐내 유동은 열량적 완전기체 유동이 아니며 열적 화학적 반응기체의 유동이 된다. 주노즐 내의 유동은 비정상 압축성 완전 Navier-Stokes 방정식을 사용한 전산유체역학적인 접근방법이 필요하게 된다.

이러한 비정상 유동은 Ballhaus & Goorjian[1]와 같이 포텐셜 방정식에 의해 해석되어지기 시

작하여, 유체의 회전 특성을 고려할 수 있는 Euler 방정식과 Navier-Stokes 방정식으로 확대 되어 왔다. 특히 비정상 Navier-Stokes 방법의 경우 시간항을 처리하는 방법에 따라 반복계산 과정의 생략과 간단한 수식화의 장점이 있는 반면 Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 조건에 의해 시간 간격(time step)에 제한을 받는 Runge-Kutta 방법[2]과 같은 외재적 시간 전진법과 시간 간격에 대한 제한이 적고 반복적인 계산으로 해의 안정성을 도모할 수 있는 내재적으로 처리하는 방법으로 나뉘 수 있으며 Steger, Chyu, Pulliam 등은 내재적인 근사 인수분해 방법을 도입하여 비정상 유동에 대한 계산을 수행하였다[3]. 특히 내재적 방법에 있어서 중요한 문제는 시간을 한 단계 전진시킬 때마다 얼마나 빠르게 해를 수립시켜 나가는가 하는 것이다.

*1 박사후 과정, 영남대 기계공학부

*2 영남대 기계공학부 대학원

*3 영남대 기계공학부

각 시간 단계에서 계산을 보다 빠르게 수행시키고 안정적인 해를 얻기 위해서는 가공의 시간을 이용한 국소시간전진법(local time stepping) [4]으로 내재적 반복계산을 수행하거나, 잔류항 완화계수를 도입하거나, 다중격자계[5,6]를 이용하는 방법 등이 있다.

본 연구에서는 Lombard등[7]의 CSCM(Conservative Supra Characteristic Method)방법과 국소시간전진법을 이용하여 노즐 입구 조건(연소실 조건) 변화에 따른 로켓 노즐 내부 유동의 비정상 거동을 해석하였으며 내부 공기 모델의 비열비($\gamma=1.134, \gamma=1.4$) 변화에 대해서도 유동장을 비교해 보았다.

2. 수치해석방법

2.1 지배방정식

2차원, 비정상, 압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반곡면 좌표계에서 다음과 같이 벡터 보존 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_x}{J} F + \frac{\xi_y}{J} G \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\eta_x}{J} F + \frac{\eta_y}{J} G \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_x}{J} F_v + \frac{\xi_y}{J} G_v \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\eta_x}{J} F_v + \frac{\eta_y}{J} G_v \right) \quad (1)$$

여기서 q 는 보존 변수, f 와 g 는 비점성 플럭스, f_v 와 g_v 는 점성 플럭스로 밀도와 압력, 속도, 총에너지의 원시 변수로 나타낼 수가 있다.

CSCM Upwind 방법에 있어서 비점성 플럭스는 다음과 같은 형태로 쓰일 수가 있다.

$$\begin{aligned} \partial_{\xi} F &= \bar{A} \partial_{\xi} q &= \overline{MT \Lambda T^{-1} M^{-1}} \partial_{\xi} \bar{q} \\ &= \overline{MT \Lambda T^{-1}} \partial_{\xi} \bar{q} = \overline{M \bar{A}'} \partial_{\xi} \bar{q} \\ &= \overline{M \bar{T} \Lambda} \partial_{\xi} \bar{q} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, q 는 보존 변수, \tilde{q} 는 원시 변수를 \tilde{q} 는 특성변수를 나타낸다.

식(2)로부터 대각행렬 진리 함수 D^{\pm} 를 사용하여 플럭스 ΔF^+ 와 ΔF^- 는 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$\Delta \hat{F} = \overline{MTIT^{-1} \bar{A}'} \Delta \bar{q}$$

$$= \overline{MT}(D^+ + D^-) \overline{T^{-1} \bar{A}'} \Delta \bar{q} = \Delta \hat{F}^+ + \Delta \hat{F}^-$$

그리고

$$\Delta F^{\pm} = \overline{MTD^{\pm} T^{-1} \bar{M}^{-1}} \Delta q = \bar{A}^{\pm} \Delta q \quad (3)$$

식(3)와 같이 플럭스의 차분을 보존 변수 q 를 이용하여 표시한다. 위와 같은 변환으로 CSCM방법을 Roe의 U특성치를 만족하는 형태로 나타낼 수가 있어 충격파의 포착과 경계층내의 물성치를 정확히 구할 수가 있다. 자세한 유도 과정은 Lombard등[7]의 논문에 나와 있다.

2.2 이산화 방정식

본 논문에 사용된 이산화 방정식은 우선 시간과 공간에 대해서 각각 2차의 정확도로 차수를 높였으며, 난류모델은 Baldwin-Lomax[8]의 대수 모델을 사용하였다.

시간에 대해 2차의 정확도를 가진 이중 시간 전진법의 내부 반복과정은 다음과 같이 일반적인 i, j 번째 내부 점의 유한 차분 방정식으로 기술하면 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\left[\left(\frac{1}{J \Delta \tau} + \frac{1+\phi}{J \Delta t} \right) + \bar{A}^+ \nabla_{\xi} + \bar{A}^- \Delta_{\xi} + \bar{B}^+ \nabla_{\eta} + \bar{B}^- \Delta_{\eta} \right] \delta q^{n+1,k} = R^{n+1,k} \quad (4)$$

여기서 $n+1, n$ 은 실제 time level을 의미하며, $k+1, k$ 는 가공의 시간(pseudo time)에 의한 iteration level을 나타내고 있으며, Δ, ∇ 는 전방 및 후방 공간차분 기호이고 잔류항 $R^{n+1,k}$ 은 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$R^{n+1,k} = \frac{\phi \delta q^{n-1}}{J \Delta t} - \frac{(1+\phi)(q^{n+1,k} - q^n)}{J \Delta t} + RHS(q^{n+1,k})$$

그리고 ϕ 는 시간에 대한 정확도 계수로 2를 사용하였다.

공간에 대해서도 정확도를 높여서 2차의 정확도를 가지는 Fromm Scheme을 적용하고 minmod limiter를 사용하였다. 또한 viscous flux는 중앙차분을 적용하였다.

내재적인 왼쪽항을 근사인수분해한 후 Lombard 등[7]이 사용한 대각지배 ADI 방식을 도입하면 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$[-\bar{A}^+, E, \bar{A}^-] E^{-1} [-\bar{B}^+, E, \bar{B}^-] = R^{n+1,k} \quad (5)$$

여기서,

$$E = I + \bar{A}^+ - \bar{A}^- + \bar{B}^+ - \bar{B}^-$$

2.3 격자 및 경계조건

축대칭 노즐의 난류 유동을 계산하기 위해서 50×30 의 H형 격자를 생성하였다. 벽면에서 조절함수(stretching function)를 사용하여 격자를 조밀하게 구성하였다(Fig.1). 벽면경계조건으로는 벽면을 따라서 점착조건과 단열 조건을 주었다. KSR-III 로켓 주노즐내의 비정상 유동현상의 관찰을 위해 입구에서는 시간에 따라 압력 변화를 주었다(Fig.2). 노즐 출구에서는 유동 변수를 외삽하였다. 초기조건은 입구에서 13.6기압이고 다른 부분은 대기압으로 하였다.

3. 결과 및 토의

Fig.3은 시간이 20초 경과한 후 유동내의 압력 분포를 비열비가 다른 두 경우 ($\gamma=1.134$, $\gamma=1.4$)에 대하여 보여 주고 있다.

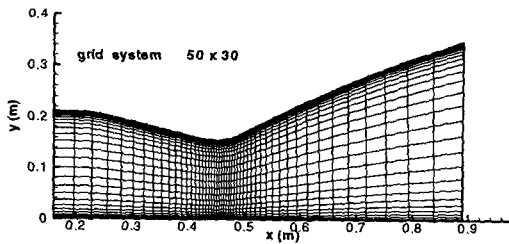


Fig 1 Grid system of a rocket nozzle (50 x 30)

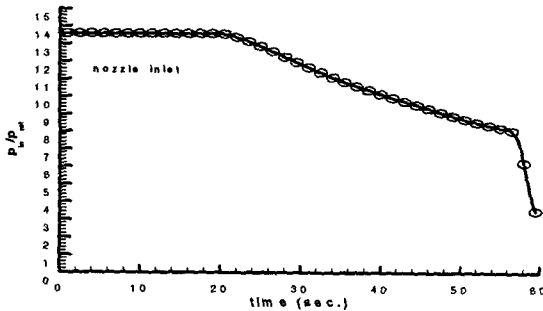
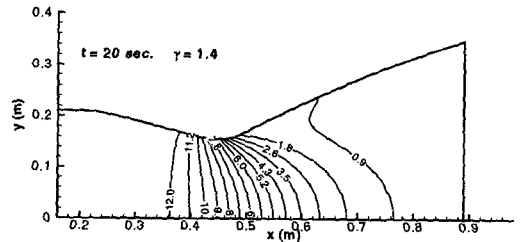


Fig. 2 Time history of pressure variation at nozzle inlet

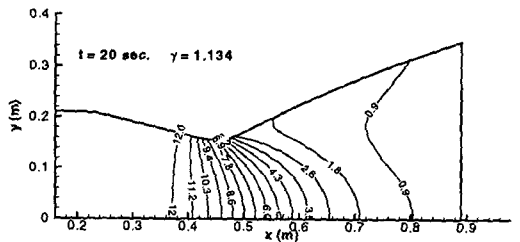
비열비의 차이에도 불구하고 유동장내의 압력 변화는 유사한 경향을 보여주었다. 아음속으로 노즐의 목 바로 앞의 벽면 가까이에서는 유동이 수축부분을 통과하며 축대칭 선상보다 높은 압력분포를 보이고 있다. 노즐 목을 지나 노즐의 확대부분을 통과하며 벽면 가까이에서 유동이 빠르게 팽창하여 축대칭 선상보다 압력이 낮아진 것을 볼 수 있다. 비열비가 높은 경우가 더욱 빠르게 압력이 낮아지고 있다.

Fig.4는 시간이 20초 경과한 후 유동내의 마하수 분포를 비열비가 다른 두 경우에 대하여 보여 주고 있다. 압력 분포의 변화에서와 같이 비열비의 차이에도 불구하고 유동장내의 마하수 변화는 유사한 경향을 보여주었다. 두 결과에서 노즐 목에서 마하수 분포는 유사하지만 노즐 출구 마하수 분포는 비열비가 높은 경우 낮은 경우에 비해 유동이 높은 마하수 분포를 보여주었다.

Fig.5에서 비열비가 다른 두 경우에 있어 노즐 입구의 압력이 시간에 따라 변화할 때 노즐 목과 출구 벽에서의 압력변화를 살펴 보았다.



(a)



(b)

Fig. 3 Pressure contours in nozzle at t=20 sec. with (a) $\gamma=1.134$ and (b) $\gamma=1.4$

연소실 출구, 즉 노즐 입구의 압력이 일정시간 높은 압력으로 유지되다가 감소하는 것과 같이 짧은 시간내에 압력이 급격히 상승한 노즐 목에의 압력은 입구의 압력 변화와 유사한 경향을 보이고 있다. 그 크기는 입구압력의 반 정도에 해당한다. 노즐 출구의 압력은 노즐 입구와 목에서의 압력 변화에 관계없이 계속적으로 낮은 압력을 보여주고 있다.

Fig.6은 시간의 변화에 따라 축대칭 선상의 마하수 변화를 보여주고 있다. 노즐 입구에서 아음속 유동의 유입이 계속적으로 있고 노즐 목에서는 마하수 1의 초킹 현상이 유지되었다. 출구에서는 비열비가 높은 경우가 더 높은 마하수 분포를 보여주었다. 마하수 변화는 시간의 변화에 따라 거의 일정한 크기를 보여주었다.

Fig.7은 시간 변화에 따른 벽면 온도 변화를 보여주고 있다. 비열비가 1에 가까울수록 등온 과정에 가까운 유동변화를 갖는 것과 같이 비열비가 낮은 경우 높은 입구 온도가 노즐 목과 출구에서 유지되고 있으며 비열비가 높은 경우 출구에서 온도가 크게 낮아 진것을 볼 수가 있다. 로켓 노즐과 같이 고온의 내부 유동장의 경계면

을 형성하는 곳에서는 유동장으로부터의 극심한 열전달이 노즐의 열보호재와 물리적, 화학적 변화를 발생시켜 유동장 자체의 유동이 경계면과 상호작용 하여 노즐의 형상이 바뀌는 복잡한 물리적 메카니즘을 형성하게 된다.

이러한 노즐벽에서의 물질전달 현상의 정확한 예측을 위해 노즐을 통과하는 유동에서 정확한 벽면 온도의 예측이 필요하다. 비열비가 다른 경우 노즐 목에서 약 10% 정도, 노즐 출구에서 약 20%정도의 차를 보여주었다.

Fig.8은 시간 변화에 따라 벽면 밀도 변화를 보여주고 있다. 노즐 목과 출구에서 팽창과 가속 유동으로 밀도가 낮아져 있으며 시간의 변화에도 거의 일정한 크기를 유지하고 있다. 비열비가 작은 경우가 약간 더 큰 값을 보여주었다.

$$C_t = \frac{\dot{m}V_{exit}}{\rho_o A_{throat}} \quad (6)$$

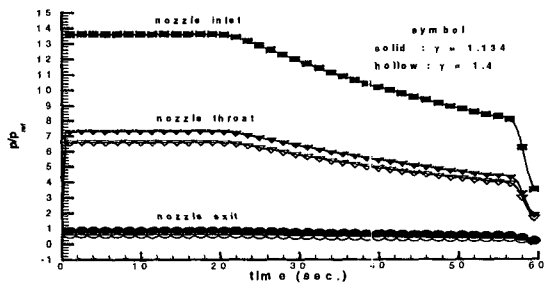
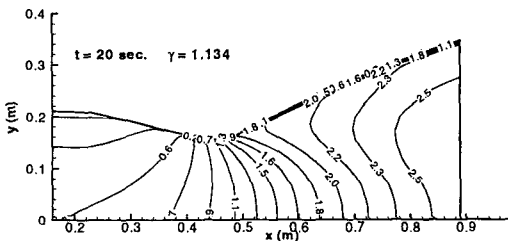
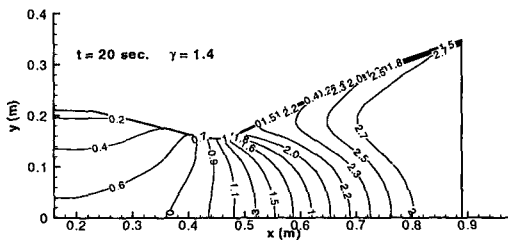


Fig. 5 Time history of pressure variation at nozzle inlet, throat and exit with $\gamma=1.134$ and $\gamma=1.4$



(a)



(b)

Fig. 4 Mach number contours in nozzle at t=20 sec. with (a) $\gamma=1.134$ and (b) $\gamma=1.4$

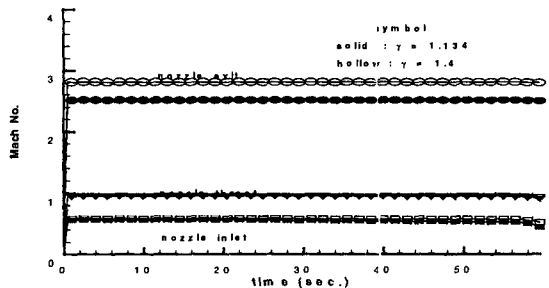


Fig. 6 Time history of Mach number variation at nozzle inlet, throat and exit with $\gamma=1.134$ and $\gamma=1.4$



Fig.9는 식(6)에서 보는 것과 같은 무차원 추력 계수 C_t 의 시간 변화에 따른 분포를 보여주고 있다. 추력 변화는 노즐 출구의 온도변화와 같이 일정 크기를 유지한 후 출구 온도의 감소와 같이 감소해 가는 것을 보여주었다. 비열비가 작은 경우가 비열비가 높은 경우에 비해 무차원 추력 계수가 10% 정도 높은 분포를 보여주었다.

4. 결론

CSCM 풍상차분법을 사용하여 노즐 입구 조건(연소실 조건)이 시간에 따라 변화할 때 로켓 주노즐의 내부 유동장을 국소 시간전진법과 서로 다른 두 가지의 비열비($\gamma=1.134, \gamma=1.4$)로 가정하여 비정상 유동 현상을 해석하였다.

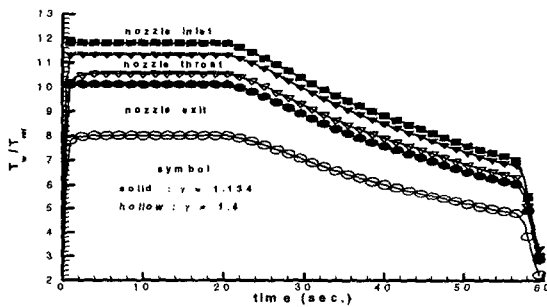


Fig. 7 Time history of wall temperature variation at nozzle inlet, throat and exit with $\gamma=1.134$ and $\gamma=1.4$

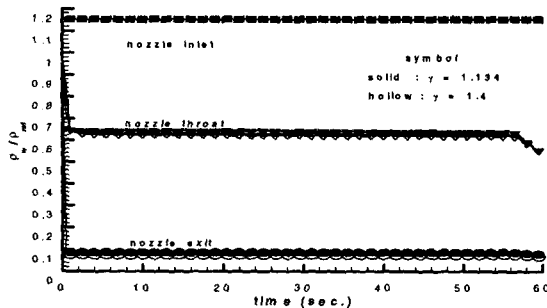


Fig. 8 Time history of density variation at wall of nozzle inlet, throat and exit with $\gamma=1.134$ and $\gamma=1.4$

노즐 목에서 마하수와 압력 분포는 유사하지만 노즐 출구 마하수 분포는 비열비가 높은 경우가 낮은 경우에 비해 높은 마하수 분포를 보여주었으며 압력은 크게 감소한 것을 볼 수 있었다. 시간이 진행되는 동안 입구 압력변화에 따라 노즐 목에서 압력 변화는 입구 압력변화와 같은 경향으로 변화하지만 노즐 출구에서는 계속적으로 낮은 압력 분포를 보여 주었다. 시간 경과에도 불구하고 노즐 목과 출구에서는 마하수와 밀도는 초기에 빠르게 적응한 유동결과로 계속적으로 일정한 크기를 보여주었다. 벽면 온도 분포는 입구온도 변화와같이 노즐 목과 출구에서 변하는 것을 볼 수 있었는데, 비열비가 작은 경우($\gamma=1.134$)가 비열비가 큰 경우($\gamma=1.4$)에 비하여 입구에서 출구까지 온도 변화가 적으며 출구에서 높은 온도를 유지하였다. 무차원 추력 계수 C_t 도 노즐 출구의 온도변화와 같은 경향을 보여주었다. 비열비가 작은 경우가 비열비가 높은 경우에 비해 무차원 추력 계수가 10% 정도 높은 분포를 보여주었다.

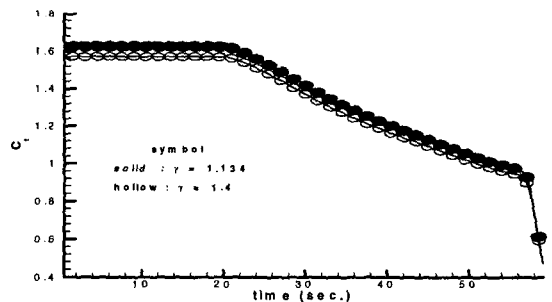


Fig. 9 Time history of thrust coefficient variation with $\gamma=1.134$ and $\gamma=1.4$

참고문헌

[1] W. F. Ballhaus and P. M. Goorjian, 1977, "Implicit Finite Difference Computations of Unsteady Transonic Flows about Airfoils, Including the Treatment of irregular shock motions," J. AIAA, Vol. 15, pp.1728-1735.
 [2] C. E. Philip, Jorgenson and Rodrick V. Chima, June 1989, "Explicit Runge-Kutta Method for Unsteady Rotor/Stator



- Interaction," J. AIAA , Vol. 27, No. 6.
- [3] Feng Liu and Shanhong Ji, October 1996, "Unsteady Flow Calculations with a Multigrid Navier-Stokes Method," J. AIAA , Vol. 34, No. 10.
- [4] L. B. Simpson and D. L. Whitfield, April 1992, "Flux-Difference Split Algorithm for Unsteady Thin-Layer Navier-Stokes Solutions," J. AIAA , Vol. 30, No. 4.
- [5] A. Jameson, June 1991, "Time Dependent Calculations Using Multigrid with Applications to Unsteady Flows Past Airfoils and Wings," AIAA Paper 91-1596.
- [6] K. J. Badcock, F. Cantariti, I. Hawkins, B. Gribben, L. Dubuc and B. E. Richards, 1997, "Simulation of Unsteady Turbulent Flows using the Pseudo Time Method," Glasgow University Aerospace Engineering Report 9721.
- [7] C. K. Lombard, J. Bardina, E. Venkatapathy and J. Olinger, 1983, "Multi-Dimensional Formulation of CSCM-An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations," AIAA-83-1859cp.
- [8] B. S. Baldwin and H. Lomax, 1978, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper No. 78-257.

후 기

본 연구는 항공우주연구소 KSR-III 로켓 사업의 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.