배관망의 비정상상태 압축성 유동해석을 위한 TVD 와 MOC 방법의 비교 연구

(Comparative study between TVD and MOC methods for the analysis of Unsteady compressible flow in pipe network)

O신영섭[1], 사종엽[2]

Yeung-Seob Shin, Jong-Youb Sah

Pipe network analysis is analyze all of it about pressure and volume flow rate through that are pipeline, junction, regulator and valve etc. In this study is compare TVD with MOC method for analysis of unsteady compressible flow in pipelines. Then, we calculated unsteady compressible flow for pipe network that periodic volume flow rate conditions.

1. 서론

오늘날 상하수도, 공기조화 시스템, 천연가스, 석유 또는 기타 물질의 이송 등, 배관망을 이용한 유체의 이송은 산업현장에서 그 적용되는 사례가 매우 많다. 배관망의 안정성과 경제적인 운영 방안을 제시하기 위해서 반드시 선행되어야 하는 배관망의 해석 방법에는 채은미, 사종엽[6]이 ILU-CGS 방법을 이용하여 복잡한 대형 배관망 해석의 수렴성과 계산속도를 향상 시키며 정상 상태의 배관망 유동을 해석하였다. 비정상 상태 압축성 유체의 배관망 해석은 MOC에 기초를 두고 여러 가지 연구[7]들이 수행되어 왔으며, Adewumi[9]는 단일 배관에 대하여 TVD 방법을 적용하였다.

본 연구에서는 배관에 유체가 흐를 때 비정상상태 압축성 유동에 대한 TVD와 MOC 방법을 계산하였으며, 또한 주기적인 경계조건의 변화에 대한 배관망 전체의 유량과 압력 사이의 관계를 응용 프로그램을 만들어 전국 가스 배관망에 적용시켜 계산해 보았다.

2. 지배 방정식과 수치 해석 기법

2.1 TVD

1-D Euler eqn.을 행렬식으로 나타내면 식(1)과 같이 나낱나며, Roe의 방법을 사용

[1] 영남대학교 기계공학부 대학원 컴퓨터 응용유체 연구실(CAF Lab.)
[2] 영남대학교 기계공학부 (712-749 경북 경산시 대동 214-1 Tel : 053-810-2574)

하여 Flux는 식(2)와 같이 구한다. van Leer 방법을 사용하여 slope limeter를 구하는 식 (3)과 같다.

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x = \mathbf{S}(\mathbf{U})$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ u(E+p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{2 C_f \rho u^2}{D} - \rho g \sin\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$where,\ C_f : skin\ friction\ coeff = \frac{f}{4}$$

$$\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_R) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} \tilde{\alpha}_i \left|\tilde{\lambda}_i\right| \tilde{K}^{(i)} \tag{2}$$

$$where,\ \tilde{\alpha}_i : wave\ strength,\ \tilde{\lambda}_i : eigen\ values,\ \tilde{K}_i : eigen\ vectors$$

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} 0 & r \le 0 \\ \min\left(\dfrac{2r}{1+r}, \varepsilon_R(r)\right) & r \ge 0 \end{cases} \tag{3}$$

2.2 MOC

비정상 압축성 유동의 지배 방정식을 대류항과 중력항을 무시하고 압력과 대기압상태의 유량에 관한 식으로 표현하면 아래의 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\rho_n c^2}{A}\frac{\partial Q_n}{\partial x} = 0 \\ &\frac{\partial Q_n}{\partial t} + \frac{A}{\rho_n}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{2 f \rho_n c^2}{AD}\frac{|Q_n| Q_n}{P} = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

이를 MOC에 적용하면 식(5)과 같이 표현된다.

$$C^+ \begin{cases} dx - cdt = 0 \\ dP + \dfrac{\rho_n C}{A} dQ_n + \dfrac{2f}{D}\left(\dfrac{\rho_n C}{A}\right)\dfrac{Q_n|Q_n|}{P} dx = 0 \end{cases}$$

$$C^- \begin{cases} dx + cdt = 0 \\ dP - \dfrac{\rho_n C}{A} dQ_n + \dfrac{2f}{D}\left(\dfrac{\rho_n C}{A}\right)\dfrac{Q_n|Q_n|}{P} dx = 0 \end{cases} \tag{5}$$

2.3 At junction

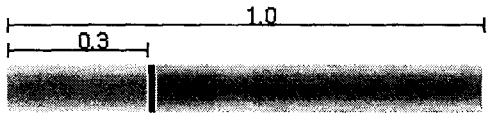
Junction에서는 continuity eqn.이 만족하며, Junction과 연결된 배관의 끝에서는 압력이 동일하다는 가정에서 Eqn(8)과 같이 나타내었다.

$$\Sigma Q_{junction} = \Sigma Q_{Pi} + \Sigma Q_{out} = 0, \qquad P_{junction} = P_{p1} = P_{p2} = \cdots = P_{pn} \tag{8}$$

3. 결과

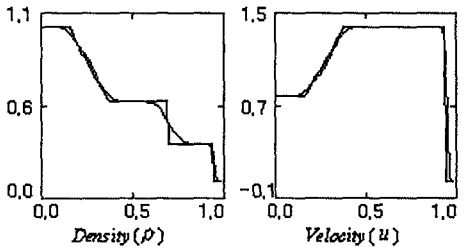
3.1 TVD 방법에 대한 배관의 계산

Shock tube 문제를 사용하였다. 마찰이 없는 단일 배관에서 Fig.1 (a)의 조건에서 대하여 밀도, 속고 압력, 내부 에너지의 분포를 Fig.1(b)의 HLLC method, Fig.1 (c)의 Roe method, Fig.1 (b)와 (c)의 실선으로 표시된 Riemann solver에대하여 E.F.Toro 결과[10]와 비교 한 결과 잘 일치 함을 볼 수 있다.

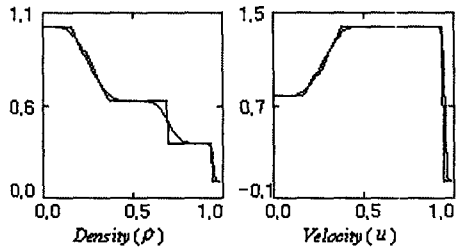


$\rho_L = 1.0$ $\quad \Delta t = 0.0050$ $\quad \rho_R = 0.125$
$u_L = 0.75$ $\quad t_{max} = 0.2000$ $\quad u_R = 0.0$
$p_L = 1.0$ $\quad\quad\quad\quad\quad\quad p_R = 0.1$

(a) Problem definition



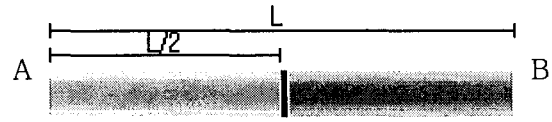
(b) HLLC method



(c) Roe method

Fig. 1. 1st order without friction term

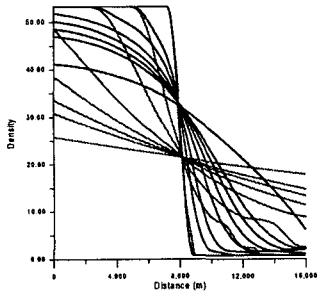
마찰을 고려한 경우 배관 내에서 물성치의 변화를 Fig.2에 나타내었다. Fig.2 (b) (c) (d) (e) 결과에서 마찰의 영향으로 압력파의 영향이 무뎌지는 것을 알 수 있다.



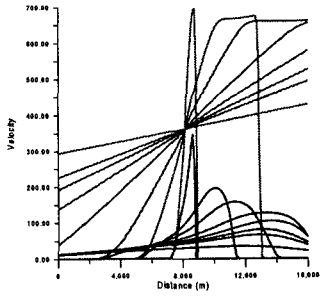
$$\begin{cases} L &= 15934m \\ D &= 0.6398m \\ \varepsilon &= 0.046mm(commercial steel) \\ \rho &= 0.625\times 1.2\,kg/m^3(air) = 0.75\,kg/m^3 \end{cases}$$

$$A:\begin{cases} \rho &= 71atm\times 0.75\dfrac{kg/m^3}{1atm} = 53.25\,kg/m^3 \\ u &= 0.0\,m/\sec \\ p &= 71atm\times 101320\dfrac{Pa}{1atm} = 7{,}193{,}720Pa \end{cases} \qquad B:\begin{cases} \rho &= 1atm\times 0.75\dfrac{kg/m^3}{1atm} = 0.75\,kg/m^3 \\ u &= 0.0\,m/\sec \\ p &= 1atm\times 101320\dfrac{Pa}{1atm} = 101{,}320Pa \end{cases}$$

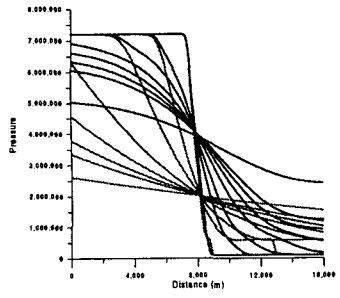
(a) Problem definition



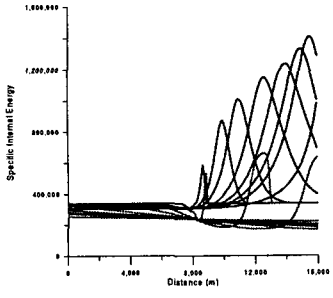
(b) Density



(c) Velocity



(d) Pressure

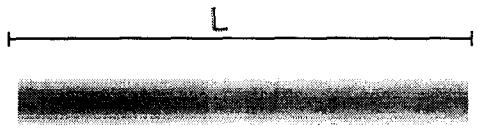


(e) Internal energy

Fig. 2 1st order with friction term

3.2 MOC 방법에 배관의 계산

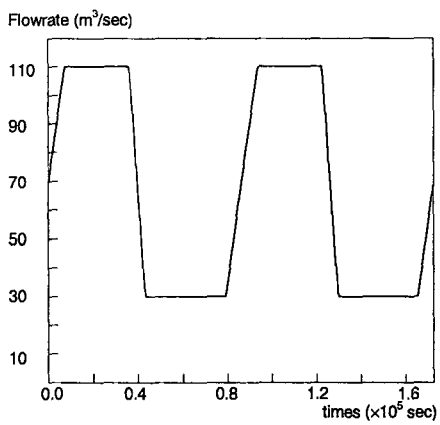
한쪽 끝은 상수의 압력을 가지고 다른 쪽 끝의 유량이 주기적인 값을 가지는 경우를 사용하였다. 단일 배관에 대하여 유량이 정의된 끝에서의 압력을 AJ Osiadacz의 결과[7]와 비교 한 결과 잘 일치 함을 볼 수 있다.



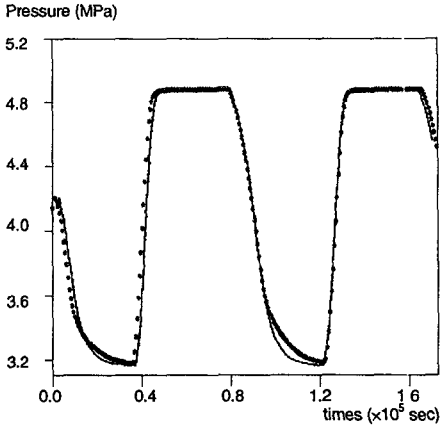
Pressure B.C. Periodic Flowrate B.C.

$$P(0,t) = P_0 = 4.912MPa$$
$$Q_n(L,t) = f(t)\ m^3/\sec$$
$$L = 10^5\,[m] \quad Z = 0.95 \quad T = 278\,[K] \quad c = 300[m/\sec]$$
$$D = 0.6\,[m] \quad s = 0.6 \quad t_{max} = 48\,[hr] \quad \rho_n = 0.73[kg/m^3]$$
$$J = 20 \quad f = 0.003$$

(a) Problem definition



(b) Flow rate B.C.



(c) Pressure result at end of pipeline

-- : Referenced result (A.J. Osiadacz)

● : Calculate result by using MOC

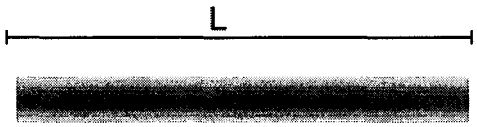
Fig. 3. Single pipeline analysis using MOC

3.3 주기적인 경계조건에서의 TVD와 MOC의 비교

배관망의 계산에 있어서는 배관에 유체가 흐를 때 경계조건의 변화에 대한 배관망 전체의 유량과 압력 사이의 관계를 분석하고자 하므로 유량이 주기적인 값을 가지는 경우를

TVD 와 MOC방법에 대한 유량이 정의된 끝에서의 압력을 비교 하였다. TVD 방법은 Roe의 방법에 기초하여 van Leer 방법을 사용하였다.

Fig 4.(c)에서 나타나 결과에서 배관망의 계산에 있어서는 TVD와 MOC의 방법은 사용한 별다른 차이를 주지 않음을 볼 수 있다.



Pressure B.C. Periodic Flowrate B.C.

$P(0,t) = P_0 = 50[Kg/cm^2]$

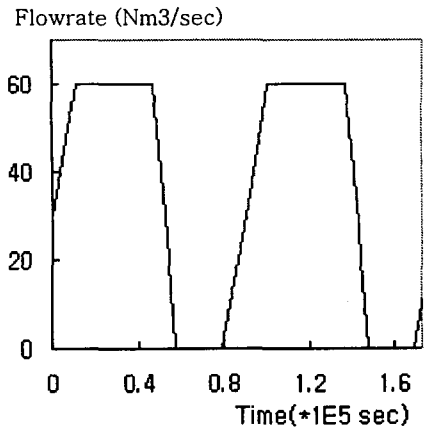
$Q_n(L,t) = f(t)\ m^3/\sec$

$L = 10^5[m]$ $Z = 1.0365$ $T = 273[K]$ $c = 426[m/\sec]$

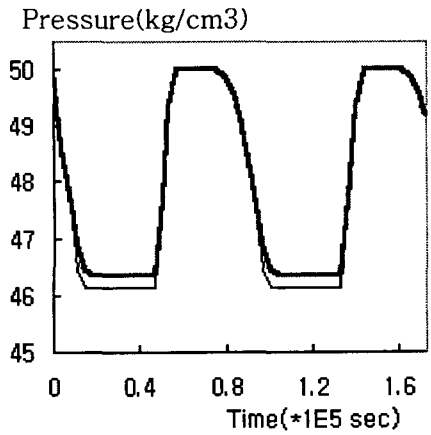
$D = 0.727[m]$ $s = 0.6$ $t_{max} = 48[hr]$ $\rho = 0.73[kg/m^3]$

$\varepsilon = 0.046\,mm\,(commercial\ steel)$ $\Delta x = 5000[m]$

(a) Problem definition



(b) Flow rate B.C.



(c) Pressure result at end of pipeline

-- : MOC ▬ : TVD

Fig. 4. Single pipeline using MOC

3.4 실제 배관망에의 적용

실제 운영중인 전국 가스 배관망에 대하여 배관망 해석을 해 보았다. Fig.5 (a)는 2000년 4월 현재 운영중인 배관망, Fig.5 (b)는 현재의 배관망에서 서부 및 남부 배관망

을 연결하고 2002년 통영기지 건설의 운영될 배관망의 해석 계산 결과를 나타내었다. 경계조건으로는 실제 배관망에서 사용되는 것과 같이, 평택 및 인천, 통영은 배관망의 입구 조건으로서 압력(70kg/cm2), 각 기지는 하루 24시간의 실제 사용량(유량 조건)을 주었다.

(a) Actual pipe network (2000. 4) (b) Virtual pipe network (Coming 2002)

Fig 5. MOC에 의한 전국 가스 배관망 계산

현재 운영중인 배관망은 실제로 배관망의 입구조건이며 가스 공급원인 평택과 인천에서 멀리 떨어진 경상도 지방의 압력저하가 현저한데, 계산 결과도 실제 현장에서와 같은 현상이 나타났다. 이와 같이 수요의 증가에 따른 압력저하 문제로, 2002년 운영 예정인 배관망에서는 서부 및 남부 배관망이 남부 지방의 가스 공급을 병렬로 이루어지고, 배관내 가스의 line-packing 효과가 나타나 경상도 지방의 압력저하 문제를 해결 할 수 있다는 결과를 얻을 수 있었다.

4. 결론 및 향후 계획

본 연구에서는 배관에 유체가 흐를 때 비정상상태 압축성 유동에 대한 TVD와 MOC 방법에 대하여 비교하였다. 또한 전체 배관망을 이루는 주요 부요소들인 DR(Down stream Regulator), Valve 등을 모델링하여 주기적인 경계조건의 변화에 대한 배관망 전체의 유량과 압력 사이의 관계를 응용 프로그램을 만들어 실제 전국 가스 배관망에 적용시켜 계산해 보았다. 통상의 배관망 운영 상태에서는 TVD 방법이나 MOC 방법이 별 차이를 보이지 않음을 보았다.

참고문헌

[1] Cross, H., 1936, "Analysis of flow in networks of conduits or conductors," Bulletin No. 286, University of Illinois Engr. Expr. Station, Urbana, Ill.

[2] Martin D.W. ,Peters G., "The Application of Newton's Method to Network Analysis by Digital Computer", Journal of the Institute of Water Engineers, Vol 17, 1963, pp. 115-129

[3] Epp, R., and Fowler, A. G., 1970, "Efficient code for steady-state flows in networks," Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96, No. HY1, Proc. Paper 7002, Jan., 1970, pp. 43-56.

[4] Shamir, U., and Howard, C.D.D., 1968, "Water Distribution Systems Analysis," Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 94, No. HY1, Proc. Paper 5758, Jan., 1968, pp. 219-234.

[5] Greyvenstein, G.P., and Laurie, D.P., 1994, "A segregated CFD approach to pipe network analysis," Int. J. for Numer. Methods in Engineering, Vol. 37, pp. 3685-3705.

[6] 채은미, 사종엽, 1996, 배관망 내의 유동 해석을 위한 코드 개발에 관한 연구, 대한 기계학회 춘계학술대회 눈문집, B, pp. 336-339

[7] Andrzej J.Osiadacz, Simulation and Analysis of Gas Networks , E.&F.N.SPON, 1987

[8] E.B. Wylie, V.L.Streeter, Fluid Transients in Systems , Prentice hall, 1993

[9] S.O.Ibraheem, M.A.Adewumi, Application of Higher-order TVD resolution for investigation of Transient problems in Natural Gas Pipelines , Int. Pipeline Conference, ASME, 1996

[10] C.Hirsch, Numerical Computation of Internal and External Flows , Wiley, 1997

E.F.Toro, Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics , Springer, 1997