



## 예조건화 기법의 병렬화를 이용한 압축기 유동 해석

### Computation of Compressor Flows

### Using Parallel Implementation of Preconditioning Method

○이기수<sup>1)</sup>, 최정열<sup>2)</sup>, 김귀순<sup>3)</sup>

Gee-Soo Lee, Jeong-Yeol Choi, Kui-Soon Kim

In this paper, preconditioning method is parallelized on fast-ethernet PC cluster. The algorithm is based on scaling the pressure terms in the momentum equations and preconditioning the conservation equations to circumvent numerical difficulties at low Mach numbers. Parallelization is performed using a domain decomposition technique(DDT) and message passing between sub-domains are taken from the MPI library. The results are shown to have good convergence properties at all Mach number on the circular arc Bump and are capable of reasonable predicting two-dimensional turbulent flows on DCA compressor cascade.

## 1. 서론

지난 수십 년 동안 컴퓨터의 성능은 비약적으로 발전하였다. 이와 더불어 전산 유체 역학(CFD) 또한 많은 발전을 거듭하여 실제적인 유동 문제 해석에 널리 이용되고 있다. 그러나 항공기와 같은 복잡한 형상을 갖는 물체 주위의 유동장 해석은 물론 터보기계 내부 유동같이 근본적으로 비정상 난류유동이 포함된 유동은 많은 격자 수로 인한 계산 시간의 증가 때문에 아직까지 많은 문제점을 안고 있다.

이러한 유동해석에 있어 적은 계산 시간으로 정확한 해를 얻고자 하는 방법으로 많은 수치기법의 개선과 함께 고성능 컴퓨터의 사용이 증가하고 있다. 특히 실제 유동 현상에 있어서 압축성 및 비압축성 영역이 혼재하는 경우가 많으므로 최근 모든 속도 영역에서 안정적이고 정확한 해를 구할 수 있는 예조건화 기법(Preconditioning Method)이 많이 시도되고 있다.[1,2] 위와 같은 수치해석 기법과 컴퓨터의 성능 향상에도 불구하고 아직까지 복잡한 유동현상을 해석하는데 있어서는 많은 시간과 비용이 필요하다. 이러한 문제점을 해결하고자 하는 노력으로 계산영역을 여러 개의 부영역(sub-domain)으로 분할한 다음 각각의 영역에

1) 부산대학교 항공우주공학과 (609-735 부산시 금정구 장전동 Tel: (051)510-3290)

2) 부산대학교 항공우주공학과

3) 부산대학교 항공우주공학과

대해서 여러 개의 프로세서를 이용하여 계산 시간을 비약적으로 절감하는 병렬 컴퓨팅이 활용되고 있다. 이러한 병렬 컴퓨팅을 위해 특별히 제작된 대형 전용기계를 사용하지 않는 대신 기존 PC(personal computer)를 Ethernet과 같은 표준 네트워크를 이용해 병렬 시스템을 구축함으로써 전용 컴퓨터에 버금가는 계산 시간을 얻고자 한다.

본 연구에서는 예조건화 기법의 병렬화를 통해 원호형 범프(Circular Bump)에 대해 비점성 유동해석을 수행하여 입구 마하수에 따른 수렴 특성과 병렬화의 효율성을 살펴보았다. 또한 2차원 DCA(Double Circular Arc) 압축기 난류 유동장 해석을 수행하여 예조건화 기법의 순차 프로그램과 병렬 프로그램의 계산결과를 비교하였다. 입사각이 다른 유동조건에서 압축기 익렬의 표면 압력 분포를 실험 결과와 비교 검증함으로써 이를 통해 병렬화된 예조건화 기법의 신뢰성과 병렬 컴퓨팅의 유용성이 예증될 것이다.

## 2. 예조건화 기법

일반적으로 높은 마하수에서는 보존방정식이 잘 커플링이 되어 많은 수치해석 기법들이 좋은 수렴성을 보이거나 낮은 마하수 유동에서는 운동량 방정식과 에너지 방정식 사이에서 커플링이 약해지므로 수치적 수렴성이 극히 저하된다. 이러한 문제점들을 극복하기 위해 예조건화 기법이 사용되었는데 이 기법은 특성의 파동 속도를 유동속도와 동일한 차수가 되도록 인위적으로 조정하는 시간 미분항을 도입하여 모든 유동속도에 대해 우수한 수렴특성을 갖도록 한다. 또한 압력 구배항에서 발생하는 저 마하수에서의 특이성을 완화하기 위해 압력 분리기법을 적용하여 압력항을 기준압력과 게이지 압력( $p = p_0 + p_g$ )으로 분리하여 적용하였다.[1,2]

여기서 예조건화 행렬  $\Gamma$ 와 Shuen이 제안한 예조건화 계수  $\beta$ [3]는 다음과 같다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1/\beta^2 & 0 & 0 & 0 \\ u/\beta^2 & \rho & 0 & 0 \\ v/\beta^2 & 0 & \rho & 0 \\ h_t/\beta^2 - 1 & \rho u & \rho v & \rho \end{bmatrix} \quad \beta^2 = u^2 + v^2 \quad (5)$$

공간 이산화에 있어서는 Chakravarthy-Osher의 TVD 기법에 근거한 풍상 차분법이 예조건화 지배방정식에 맞게 변형되었으며 MUSCL 기법을 적용하여 3차의 공간정확도를 갖도록 하였다. 시간 적분은 이보성의 DP-SGS(Data Parallel Symmetric Gauss Seidel) 기법[4]이 사용되었다. 비정상 계산의 경우 이중 시간 전진 기법(dual time stepping)을 사용하여 2차의 시간 정확도를 갖도록 계산을



수행하였다.[1,2]

난류 유동장 해석을 위해 Menter의  $k-\omega$  SST 모델을 적용하였다.  $k-\omega$  SST 모델은 복잡한 벽함수를 사용하지 않고도 경계층 내부의 유동을 잘 예측하는  $k-\omega$  모델과 원방의 자유류 값에 큰 영향을 받지 않는  $k-\epsilon$  모델의 장점만을 결합시킨 것이다.[5,6]

### 3 영역 분할 기법을 통한 병렬처리

병렬 처리기법이란 하나의 프로세서가 아닌 여러 개의 프로세서를 동시에 이용하여 큰 문제를 보다 효율적으로 풀고자 하는 방법을 말한다. 이 방법은 중앙처리장치(CPU)의 성능 증가가 한계에 도달함에 따라 이러한 CPU를 하나가 아닌 여러개를 동시에 사용하여 성능의 한계를 극복하고자 하는 생각에서 나온 것이다. 이 기법은 현재 공학 및 과학 계산 분야에서 널리 응용되고 있으며 그 효율성이 널리 알려져 있다.[7]

병렬처리를 통한 수치해석은 영역분할 기법(DDT, Domain Decomposition Technique) 및 MPI(Message Passing Interface)를 기본으로 하고 있다. 영역 분할 기법은 전영역을 몇 개의 부영역(sub-domain)으로 분할하고 영역간 정보를 주고받음으로써 계산을 수행하게 된다. 여기서 MPI는 병렬처리 컴퓨터 상의 Message Passing에 기본을 둔 프로그래밍 기법의 하나로 새로운 프로그래밍 언어라기 보다는 부 프로그램의 라이브러리다. MPI는 다양한 시스템에서 최대한 성능을 발휘하기 때문에 병렬 프로그램에 널리 사용되고 있다.[8]

이러한 영역 분할 기법을 사용함으로써 분할된 부영역은 물리적인 경계조건과 부영역간의 가상적인 경계조건이 형성된다. 물리적인 경계조건일 경우 적합한 경계조건을 부여하며 영역분할로 인한 내부 경계조건은 다른 프로세서간의 메시지 전달을 통해서 경계조건을 부여하게 된다. 내부 경계조건에 있어 고차의 정확도를 요구하므로 부영역간의 2개의 가상셀(ghost cell)을 겹치게 하여 3차의 공간 정확도를 유지하도록 하였다. 그러나 물리적인 경계조건 중 주기면의 경우는 1차의 공간정확도를 가지도록 하였다. 영역 분할 기법에서 내재적 시간적분을 위해 이보성의 DP-SGS 기법을 사용하는데 그로 인해 매회 반복 계산마다 부영역간의 추가적인 메시지 전달이 필요하다.

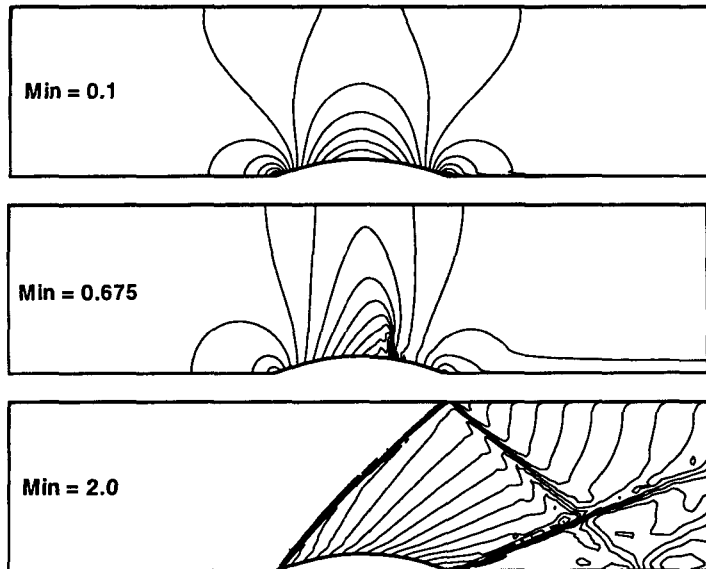
## 4. 계산결과 및 분석

### 4.1 원호형 범프(Circular Bump) 비점성 유동해석

예조건화 기법의 마하수에 따른 수렴특성을 확인하기 위해 입구 마하수가 0.1, 0.675와 2.0의 경우에 대해 두께가 코드길이의 10%인 원호형 범프에 비점성 유동

해석을 수행하고 병렬화의 효율을 살펴보았다. 계산 격자점은  $128 \times 60$ 개이며 5개의 프로세서의 효율적 사용과 부영역 간의 로드 균형을 위해 128개 방향으로 영역을 분할하여 계산하였다.

**Fig 1**은 각 입구 조건에서의 마하수의 분포를 나타낸 것이다. 입구 마하수가 0.1인 경우 코드 중간지점을 중심으로 좌우 대칭적인 유동결과를 보여주며 0.675로 증가하면 코드 70%에서 수직 충격파(normal shock)가 발생한다. 마하수 2.0의 경우 유동은 압전(leading edge)에서 발생한 경사충격파가 윗면에 반사되어 뒷전(trailing edge)를 벗어나는 충격파와 만나 다시 반사되는 결과를 가져온다.



**Fig. 1** Contour plots of Mach number in a Circular Bump

**Fig 2**는 각각의 입구 유동조건에서의 수렴곡선을 나타낸 것이다. 수렴향상을 목적으로 한, 예조건화 기법이 모든 마하수에서 만족할 만한 수렴 결과를 얻을 수 있었다. **Fig 3**은 프로세서 수 증가에 따른 속도 향상률을 나타낸 것이다. 본 연구에서 사용된 5개의 프로세서에서는 만족할 만한 그 성능을 얻을 수 있었으나 그 이상의 프로세서 수가 증가 할 경우 메시지 전송에 필요한 시간이 급격히 증가하므로 속도 향상률은 이상적인 증가율에 크게 미치지 못하리라 생각된다. 하지만 Cray T3E의 경우 SHMEM 경우처럼 하드웨어의 특성을 고려하여 개발된 라이브러리나 네트워크 성능향상을 위한 고속 네트워크를 이용하면 프로세서 증가에 따른 속도 향상률 감소는 많이 줄어들 것이다.

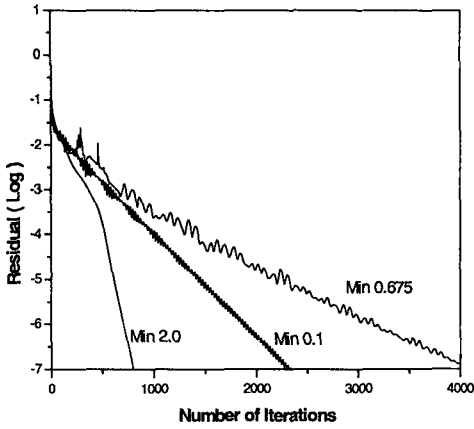


Fig. 2 Convergence histories of a Circular Bump

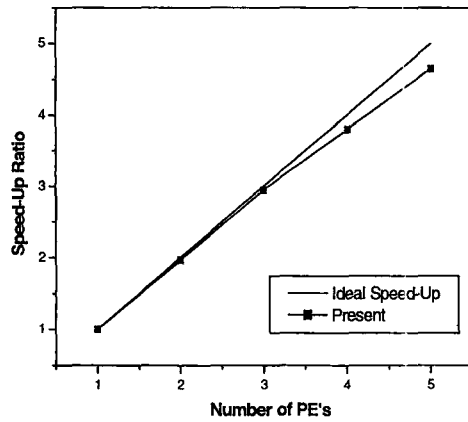


Fig. 3 Speed-up ratio vs. Number of PE's

## 4.2 DCA 압축기 난류 유동장 해석

역압력 구배가 형성되는 DCA 압축기 유동의 정확한 해석을 위해서는 박리점 예측을 정확하게 할 수 있는 난류 모델이 필수적이다. 이러한 난류 유동장 해석을 위해서는 원호형 범프 유동해석과는 달리 많은 격자수가 필요할 뿐만 아니라 난류 변수를 포함하고 있으므로 부영역간에 전달할 메시지 양이 급격히 증가해 전체적으로 많은 계산 시간을 필요로 한다.

입사각이  $-1.5^\circ$ ,  $5^\circ$  그리고  $-8.5^\circ$  에 대해 레이놀즈 수가  $5.01 \times 10^5$  인 DCA 압축기 익렬에 대해 유동해석을 수행하여 W.C Zierke 와 S. Deutsch이 수행한 실험결과[9]와 비교했다.

계산 격자계는 압축기 유동해석에서 일반적으로 많이 사용되는 H형 격자계를 사용하였는데 이는 격자 형성이 비교적 쉬울 뿐만 아니라 병렬 계산에 있어 많은 이점을 가지고 있기 때문이다. 그러나 익렬 앞전과 뒷전의 격자 형태가 좋지 않아 보다 정확한 유동을 기술하는데 어려움이 있다. 유동해석에 사용된 격자점의 수는  $211 \times 71$ 이며 전방 격자면의 위치는 코드길이의 약 0.5배, 후방 격자면의 위치는 코드길이의 약 2배되는 지점에 위치하도록 했다. 영역 분할은 원호형 범프 유동해석과 마찬가지로 211개 방향으로 영역을 5개로 분할하여 계산하였다. 압축기 유동해석에 필요한 격자계와 블레이드 형상은 다음의 Fig 5와 Table 1에 명시하였다.

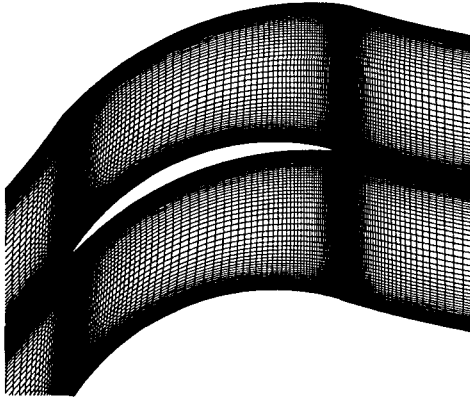


Fig. 5 Computational grid system of DCA Compressor

Table. 1 Geometry of DCA Compressor

Chord	228.6 mm
Solidity	2.14
$t_{max}$	12.5 mm
$\gamma_{LE}$	914.4 $\mu$ m
$\gamma_{TE}$	914.4 $\mu$ m
Aspect Ratio	1.61
Stagger Angle	20.5°
Camber Angle	65.0°

Fig 6과 Fig 7은 입사각이  $-1.5^\circ$  인 경우 순차(Sequential) 프로그램과 병렬(Parallel) 프로그램의 유동해석 결과를 실험결과와 비교한 것이다. 순차 프로그램과 병렬 프로그램이 동일하게 수렴하는 것을 알 수 있으며 그에 따른 블레이드 표면 압력 계수 분포도 서로 잘 일치하고 있다. 압력계수 분포는 흡입면(suction surface)의 유로 후방의 확대되는 구간에서 실험결과와 다소 차이를 보이지만 전체적으로 유사하다. 흡입면 뒷전(trailing edge)의 박리점(separation point) 위치는 코드(chord) 길이의 83.5%로서 실험결과 82.1%와 잘 일치함을 알 수 있다.

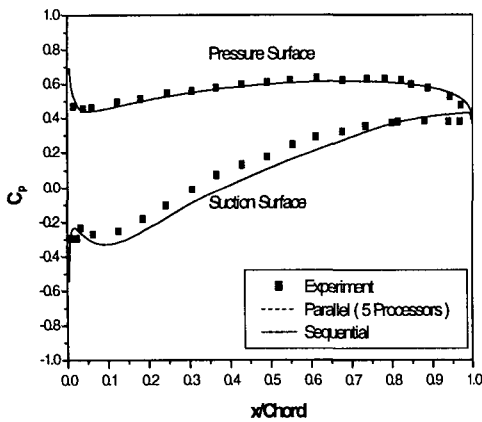


Fig. 6 Pressure coefficient at  $-1.5^\circ$  ( Sequential vs. Parallel)

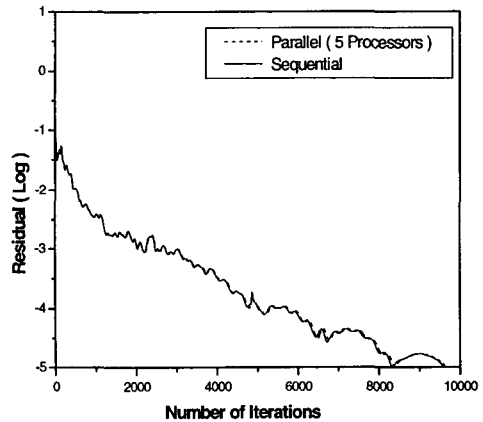


Fig. 7 Convergence histories at  $-1.5^\circ$  ( Sequential vs. Parallel)

Fig 8과 Fig 9는 입사각이  $-8.5^\circ$  와  $+5^\circ$  일 경우에 대해 수치해석을 수행한 결과이다. 전체적인 압력계수 분포는 실험결과와 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 입사각이  $+5^\circ$  일 경우 흡입면의 앞전에서 매우 큰 역압력 구배가 형성되어 앞전 박리버블이 발생하지만  $-8.5^\circ$  에서는 박리버블이 압력면(pressure surface)에서 발생하는 것을 알 수 있다.

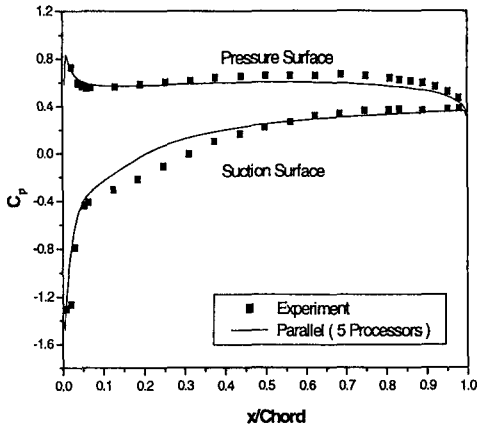


Fig. 8 Pressure coefficient at  $-8.5^\circ$

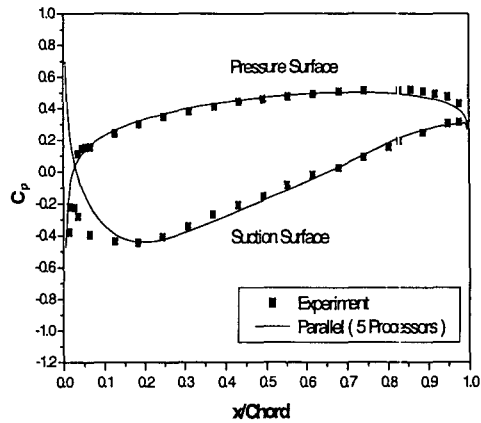


Fig. 9 Pressure coefficient at  $5^\circ$

## 5. 결론

본 연구에서는 예조건화 기법에 대해 병렬화를 수행하였다. 원호형 범프의 유동해석을 통해 예조건화 기법의 낮은 마하수에서의 안정된 수렴성을 확인 할 수 있었으며 2차원 DCA 압축기 난류 유동장을 해석하여 실험결과와 비교함으로써 병렬화된 예조건화 기법의 신뢰성을 검증할 수 있었다. 향후 압축기 유동해석에서 보다 정확한 결과를 얻기 위해서는 양질의 격자계에서 예조건화 기법의 병렬의 구현이 필요하다. 또한, 지금까지 5개의 Intel Celeron 450Mhz CPU로 구성된 Fast Ethernet PC-Cluster를 이용해 계산을 수행하였으나, 부산대학교 HPSC(High Performance Supercomputing PC Cluster)의 16노드 32 CPU로 구성된 Parallel Myrinet PC-Cluster를 이용하여 좀 더 형상이 복잡하고 격자수가 많은 3차원 유동해석을 통한 검증이 이루어져야 한다.

## 참고문헌

- [1] Shin-Yang Heieh, Vigor Yang, " A Preconditioned Flux-Differencing Scheme for Chemically Reacting Flows at all Mach Numbers", IJCFD, 1997, Vol 8.

- [2] 김성룡, 최윤호, 정인석, “ 예조건화 압축성 Navier-Stokes 방정식을 이용한 저 마하수 유동의 수치해석”, 한국항공우주학회 추계 학술대회, 1997.
- [3] Jian-Shun Shuen, Kuo-Huey Chen and Yun-ho Choi, “ A Coupled Implicit Method for Chemical Non-equilibrium Flows at All Speeds”, Journal of Computational Physics 106, 1993.
- [4] 이보성, 이동호, “ MPP에서 효율적 분산처리를 위한 Data Parallel Symmetric Gauss-Seidel 알고리즘”, 항공우주공학회, 1997.
- [5] Menter, F. R., 1992, “Influence of Freestream Values on the  $k-\omega$  Turbulence Model Predictions,” AIAA Journal, Vol. 30, No. 6, pp. 1598-1605.
- [6] Menter, F. R., 1994, “Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications,” AIAA Journal, Vol 32, No. 8, pp. 1598-1605.
- [7] 이보성, “ 가상병렬처리시스템(PVM)을 이용한 다중블럭격자에서의 유동장 분산처리 해석”, 서울대학교 공학석사학위논문, 1996.
- [8] Peter S., Pacheco, “ Parallel Programming with MPI”, Morgan Kaufmann Publishers.Inc.
- [9] Zierke, W. C. and Deutsch, S., “ The Measurement of Boundary Layers on a Compressor Blade in Cascade: Part 4 - Flow Fields for Incidence Angles of  $-8.5$  Degrees,” American Society of Mechanical Engineers, Paper 89-GT-72, June 1989.