

# 합금 응고과정에서 자연대류가 거시편석에 미치는 영향

이균호\* · 목진호\*\* · 이진호\*\*\*

## The Effects of Natural Convection on Macrosegregation during Alloy Solidification

Kyunho Lee, Jinho Mok and Jinho Lee

**Key Words:** Solid-liquid Interface, Continuum Model, SIMPLE Algorithm, Macrosegregation, Thermosolutal Convection, Boundary-Fitted Coordinate System

### Abstract

Numerical investigation is made to study the effects of natural convection on the formation of macrosegregation of a Pb-Sn alloy solidification process in a 2-D confined rectangle mold. The governing equations are calculated using previous continuum models with SIMPLE algorithm during the solidification process. In addition, to track the solid-liquid interface with time variations, the moving boundary condition is adopted and irregular interface shapes are treated with Boundary-Fitted Coordinate system. As the temperature reduce from the liquidus to the solidus, the liquid concentration of Sn, the lighter constituent, increases. Then the buoyancy-driven flow due to temperature and liquid composition gradients, called thermosolutal convection or double diffusion, occurs in the mushy region and forms the complicated macrosegregation maps. Related to this phenomena, effects on the macrosegregation formation depending on the cooling condition and gravity values are described.

### 기호설명

$f^a$  : Mass fraction of species  $a$

$\beta_T$  : Thermal expansion coefficient

$g$  : Gravity [  $m/s^2$  ] or Volume fraction

$\xi, \eta$  : Horizontal and vertical coordinates in the computational domain

$h_f$  : Latent heat of fusion [  $J/kg$  ]

$J$  : Jacobian

$k_p$  : Equilibrium partition ratio

$K_0$  : Permeability coefficient [  $m^2$  ]

$T_m$  : Fusion temperature [  $K$  ]

$U, V$  : Contravariant velocity components in  $\xi$  and  $\eta$  directions

$\beta_s$  : Solutal expansion coefficient

### 1. 서 론

2000년 이상의 오래된 역사를 지닌 주조는 금속의 응고특성을 이용한 대표적인 생산 방법으로 최근에는 전자 및 금속재료 산업과 관련한 첨단 기술분야에서 고품질의 신소재 개발의 중요성이 부각됨에 따라 이에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다.<sup>1)</sup> 그러나 주조공정은 재료의 불투명성 및 초고온의 작업조건으로 인해 실험적인 방법으로는 측정이 거의 불가능하므로 많은 시행착오를 겪어왔다. 이로 인한 경제적 손실을 줄이기 위해 수치해석적 방법을 도입하여 짧은 기간동안 큰

\* 연세대학교 공과대학 기계공학과

\*\* 연세대학교 공과대학 기계공학과

\*\*\* 연세대학교 공과대학 기계공학과

진전을 보였다.

주조과정에 대한 시뮬레이션의 목적은 실제 공정이 이루어지기 전에 결합부위를 예측하여 정량적으로 얻어진 결과를 실제 주조방안에 적용함으로써 생산비용의 절감을 꾀하는데 있다. 특히 합금의 경우 순금속과 달리 응고과정 동안 거시편석(macroseggregation)의 분포에 따라 제품의 기계적 성질이 크게 좌우되므로 연구가 활발히 진행중이나 완벽하게 정립된 이론이 없으며 다양한 해석모델이 적용되고 있다<sup>2,3</sup>. 거시편석은 자연대류에 크게 영향을 받는데 많은 연구자<sup>4,5,6</sup>들이 액상 내 온도와 농도 구배에 의한 밀도차를 자연대류 발생의 주된 원인으로 고려했으며 그 외에 응고계면에서 발생하는 수축 등 여러 요인에 대해 연구 중이다. 또한 해석의 복잡함을 줄이기 위해 응고계면의 형상이나 위치를 고려하지 않는 고정격자를 사용하고 있으며 몇몇 연구자<sup>7,8</sup>만이 순수 금속에 대해 이동경계를 도입해 정확한 응고계면의 형상과 위치를 고려하였다.

본 연구에서는 기존의 연속체 모델에 에너지 평형식을 이용해 응고계면의 위치를 예측하는 새로운 방법을 적용함으로써 합금의 응고계면을 추적해 나가며 이와 동시에 유동장, 온도장 및 농도장에 대한 계산을 수행하였다. 이를 통해 자연대류가 거시편석에 미치는 영향을 해석하였다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 해석 모델

Fig. 1과 같이 사각 밀폐 주형에서 합금의 응고과정을 해석하였다. 주형의 상, 하 및 좌측면은 단열되어 있고 우측면은 냉각벽으로 온도  $T_c$ 로 응고과정동안 등온으로 유지된다. 조성  $f_{i,0}$ 인 합금이 초기온도  $T_0$ 로 채워져 있으며 응고과정동안 상변화로 인한 체적수축은 무시하였다.

### 2.2 기본 방정식

합금은 순금속과 달리 넓은 온도범위에 걸쳐 상변화가 진행된다. 이 구간을 머쉬 영역(mushy zone) 혹은 고-액 공존영역이라고 하는데 액상과 고상이 공존하므로 각 영역을 뚜렷하게 구분할 수가 없다. 본 연구에서는 각 영역에 대해 기본 방정식을 나눌 필요 없이 전 영역에 걸쳐 적용되는 연속체 모델(continuum model)을 이용하였으

며 다음과 같은 가정을 도입하였다.

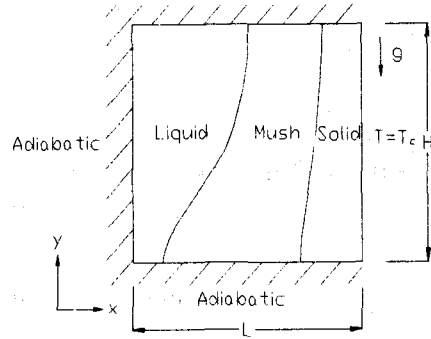


Fig. 1 The physical model of the horizontal directional solidification

- 1) 비압축성, Newton 유체로서 층류유동이다.
- 2) 머쉬영역을 제외한 고상과 액상에서의 모든 물성치는 일정하다.
- 3) 자연대류를 해석하기 위해 Boussinesq 근사를 적용하였다.
- 4) 고상에서의 확산은 무시하였다 ( $D_s^* = 0$ ).
- 5) 머쉬영역에서 고상과 액상은 국부적인 열역학적 평형을 이룬다.

연속체 모델을 이용한 일반화된 전달방정식은 다음과 같다.<sup>9,10</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho \vec{V}\phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S \quad (1)$$

이때,  $\Gamma$ 와  $S$ 는 종속변수  $\phi$ 에 대응하는 확산계수와 생성항이다. 각 물성치는 머쉬영역에서 질량분율  $f$ 와 체적분율  $g$ 에 의존하는 성질을 가지며 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$g_s + g_l = 1, \quad f_s + f_l = 1 \quad (2a)$$

$$D = f_s D_s + f_l D_l, \quad c = f_s c_s + f_l c_l \quad (2b)$$

$$\rho = g_s \rho_s + g_l \rho_l, \quad k = g_s k_s + g_l k_l \quad (2c)$$

$$K = K_0 \frac{g_l^3}{(1-g_l)^2} \quad (2d)$$

여기서  $D$ 는 농도의 확산계수, 하첨자  $s, l$ 은 각각 고상과 액상 상태를 나타낸다.  $K$ 는 투과율을 나타내며 본 연구에서는 Carman-Kozeny 식을 사용해 Darcian damping에 의한 유동감소 효과를 고려하였다.

물리 영역의 기본방정식 (1)을 계산 영역의 좌표계로 변환한 일반화된 전달방정식은 다음과

같다.<sup>11)</sup>

$$J \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Phi) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho U \Phi) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho V \Phi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \{ \Gamma J (q_{11} \Phi_\xi + q_{12} \Phi_\eta) \} + \frac{\partial}{\partial \eta} \{ \Gamma J (q_{21} \Phi_\xi + q_{22} \Phi_\eta) \} + J \cdot S(\xi, \eta) \quad (3a)$$

$$q_{11} = \xi_x^2 + \xi_y^2$$

$$q_{12} = \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y = q_{21} \quad (3b)$$

$$q_{22} = \eta_x^2 + \eta_y^2$$

식 (3a)를 이용해 연속방정식, 운동량, 에너지 및 질량보존 방정식으로 변환할 경우 각 식의 종속변수 및 생성항은 Table 1에 나타내었다.

이산화 방정식에서 검산면에서의 유속은 power-law scheme을, 압력은 SIMPLE 알고리즘<sup>12)</sup>을 사용하였다.

응고계면의 이동이 종속변수에 미치는 영향을 고려하기 위해 다음과 같이 시간의존 좌표계를 도입하여 물리영역상의 점  $(x, y)$ 에서 정의된 종속변수  $\Phi(x, y, t)$ 의 시간에 대한 도함수를 계산 영역으로 변환하였다.<sup>11)</sup>

$$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{x,y} = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{\xi,\eta} - \frac{1}{J} [y_\eta \Phi_\xi - y_\xi \Phi_\eta] \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right)_{\xi,\eta} - \frac{1}{J} [x_\xi \Phi_\eta - x_\eta \Phi_\xi] \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)_{\xi,\eta} \quad (4)$$

### 2.3. 응고계면 위치 계산 및 격자 배치

이동격자계의 경우에는 시간에 따른 영역의 변화로 매 시간간격마다 격자계를 재구성해야 하는데 이때 정해진 비율에 따라서 배치해야 한다. 본 연구에서는 시간이 경과함에 따라 고상영역이 확장하는 한편 액상영역은 줄어들는데 이때 각 영역의 격자수는 동일하게 고정시켰다.

고-액 응고계면에서는 응고잠열이 방출되므로 다음과 같은 에너지 평형식이 성립된다.

$$k_s \nabla T_s - k_l \nabla T_l = \rho_s h_f R \quad (5)$$

$R$ 은 응고계면의 이동속도를 의미한다. 본 연구에서는 에너지 방정식에서 응고잠열을 생성항으로 포함시켜 온도를 계산하므로 우변의 응고잠열 항은 좌변의 온도  $T$ 에 이미 포함되어 있다. 따라서 본 연구에서는 응고잠열 항을 생략한 형태의 에

너지 평형식을 사용했다. 즉,

$$k_s \nabla T_s - k_l \nabla T_l = 0 \quad (6)$$

고-액 응고계면의 위치결정과 격자배치과정은 다음과 같다.

- (1) Fig. 2에서 처럼 응고계면의 위치는 항상 액상 셀과 고상 셀 사이에 위치하므로 식 (6)을  $x$  방향에 대해 이산화하면

$$k_l \frac{T_l - T_m}{x_l - x_i} = k_s \frac{T_m - T_s}{x_i - x_s} \quad (7)$$

이 된다. 단  $k$ 는 전도계수,  $T$ 는 온도,  $x$ 는 좌표를 나타낸다. 하첨자  $i$ 는 응고계면,  $m$ 은 응고상태를 의미한다. 식 (7)을  $x_i$ 에 대해 정리하면 응고계면의 위치를 구할 수 있다.

- (2) (1)에서 구한 계면 위치를 이용해 액상과 고상에 정해진 비율과 개수로 새로운 격자를 배치한다.
- (3) 다음 시간단계의 온도값을 계산한 후 (1)과정부터 반복한다.

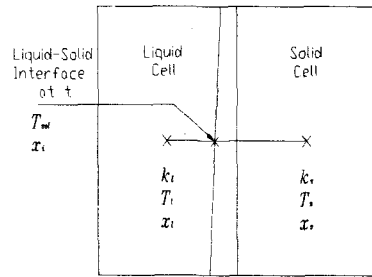


Fig. 2 Solid-liquid interface position between liquid and solid cells

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

냉각온도와 중력 조건의 변화에 따라 자연대류가 거시편석의 분포에 미치는 영향을 해석하기 위해 크기  $5\text{cm} \times 5\text{cm}$ 인 Fig. 1의 모델에 대해 수치해석을 수행하였다. Pb-19wt%Sn 용융금속이 사각주형 내에 채워져 있으며 용질의 재분배는 고-액 공존영역에서 발생하므로 다양한 조건에 따른 거시편석 분포를 확실하게 비교하기 위해서 초기 용융금속의 온도를 액상선 온도(liquidus temperature)로 하였다. 본 연구에서 사용된 용융금속의 물성치는 Table 2에 제시했다.

Table 1 Definitions of  $\Phi$ ,  $\Gamma$ ,  $S$  in the governing equation

	$\Phi$	$\Gamma$	$S(\xi, \eta)$
연속 방정식	1	0	0
운동량 방정식	$u$	$\mu_l \frac{\rho}{\rho_l}$	$-\frac{\mu_l}{K} \frac{\rho}{\rho_l} (u - u_s) - \left( \xi_x \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial p}{\partial \eta} \right)$
	$v$		$-\frac{\mu_l}{K} \frac{\rho}{\rho_l} (v - v_s) - \left( \xi_y \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \rho g [\beta_T (T - T_{ref}) + \beta_s (f^a_l - f^a_{l,ref})]$
에너지 방정식	$h$	$\frac{k}{c_s}$	$\frac{\partial}{\partial \xi} \{ \Gamma J (q_{11} A_\xi + q_{12} A_y) \}$
			$+\frac{\partial}{\partial \eta} \{ \Gamma J (q_{21} A_\xi + q_{22} A_y) \}$
질량 보존 방정식	$f^a$	$\rho D$	$-\frac{\partial}{\partial \xi} \{ \rho (U - U_s) B \}$
			$-\frac{\partial}{\partial \eta} \{ \rho (V - V_s) B \} + \rho h_f \frac{\partial f_s}{\partial t}$
			$A = h_s - h$ $B = h_l - h$
			$\frac{\partial}{\partial \xi} \{ \Gamma J (q_{11} A_\xi + q_{12} A_y) \}$
			$+\frac{\partial}{\partial \eta} \{ \Gamma J (q_{21} A_\xi + q_{22} A_y) \}$
			$-\frac{\partial}{\partial \xi} \{ \rho (U - U_s) A \}$
			$-\frac{\partial}{\partial \eta} \{ \rho (V - V_s) A \}$
			$A = f_l^a - f^a$

3.1. 냉각조건이 거시편석에 미치는 영향

냉각벽의 온도를 420K와 300K 두가지 경우에 대해 고려했을 때 각 조건에 대해서 응고가 40초, 70초 및 10초, 40초가 지난 후 속도, 온도 및 거시편석을 Fig. 3에서 Fig. 8까지 제시했다. 420K일 때 응고시간이 70초인 경우와 300K일 때 10초는 동일한 응고 진행율을 갖는데 이를 통해 자연대류의 크기와 영향을 비교할 수 있도록 했다. 또한 응고계면을 실선으로 속도 벡터와 함께 제시했다. 초기 온도가 액상선 온도와 동일하므로 고-액 공존영역이 주형 내부 전체에 형성되어 응고 초기부터 용질의 재분배가 발생하게 된다. 따라서 응고가 진행될수록 납보다 상대적으로 가벼운 주석 성분이 응고계면 부근에서 석출되면서 주형내부에 국부적인 밀도차를 유발하기 때문에 반시계 방향으로 주유동이 회전한다.

Table 2 Properties used in the numerical simulation

Pb - 19wt%Sn	
Mass fraction of tin at initial state	$f^{sn}_0 = 0.192$
Mass fraction of tin at eutectic state	$f^{sn}_e = 0.619$
Solutal expansion coefficient	$\beta_s = 0.354$
Thermal expansion coefficient	$\beta_T = 1.09 \times 10^{-4} K^{-1}$
Initial temperature	$T_0 = 552 K$
Eutectic temperature	$T_e = 456 K$
Latent heat	$h_f = 30162 J \cdot kg^{-1}$
Dynamic viscosity	$\mu = 0.0023 kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$
Permeability coefficient	$K_0 = 2.8 \times 10^{-11} m^2$
Thermal conductivity (liquid and solid)	$k_l = 22.9 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ $k_s = 39.7 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
Specific heat capacity (liquid and solid)	$c_l = 177.9 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ $c_s = 154.7 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Density (liquid and solid)	$\rho_l = 10000 kg \cdot m^{-3}$ $\rho_s = 10800 kg \cdot m^{-3}$

Fig. 3의 420K인 경우에는 서냉으로 인해 온도구배가 작으므로 석출되는 주석의 분포도 용융 금속 내에서 큰 구배를 갖지 않는 반면에 Fig. 4의 300K인 경우에는 온도구배가 커서 석출된 주석의 분포 역시 큰 차이가 생기므로 자연대류가 훨씬 활발하다. 또한 420K인 경우에 급냉인 300K인 경우보다 비교적 유동이 오랫동안 존재하는 것을 볼 수 있다. Fig. 5와 6은 온도 분포로서 반시계 방향의 자연대류로 인해 액상내 등온선의 윗부분이 휘어져 있으나 응고가 진행될수록 자연대류가 소멸하고 대신 전도에 의한 열전달이 지배적으로 작용해 점점 일직선으로 온도분포가 형성된다. Fig. 7과 8은 각 온도에 대한 거시편석의 분포로서 석출된 주석은 반시계 방향의 자연대류에 의해 운반되어져 V자 형상의 정편석(positive segregation)이 윗면에, A자 형상의 부편석(negative segregation)이 밑면에 형성된다. 자연대류는 응고과정 동안 계속 용질을 재분배하므로 시간이 지날수록 거시편석의 분포범위가 넓어짐을 볼 수 있다. 하지만 300K인 경우 420K인 경우보다 분포범위가 좁은데 이것은 활발한 자연대류가 형성되었지만 존재하는 시간이 짧아 용질을 덜 재분배하기 때문이다.



의 강도에 대한 영향을 살펴보았다. 응고가 진행된 지 40초가 지난 후 속도, 온도 및 거시편석을 Fig. 10에서 Fig. 12까지 나타내었다.

중력값이 작아질수록 자연대류도 점점 약해지는데 이것은 본 연구의  $y$ 방향 운동량 방정식에 적용된 Boussinesq 근사를 이용해 설명이 가능하다. 이 근사에 따르면 동일한 유체일 경우, 즉 열팽창계수  $\beta_T$ 와 농도팽창계수  $\beta_S$ 가 일정하다면 자연대류는 온도 및 농도구배와 중력값  $g$ 에 비례한다. 즉 중력값은 온도 및 농도구배에 의한 자연대류의 영향을 나타내주는 계수이므로 이 값이 작아질수록 동일한 온도와 농도구배 하에서 자연대류는 활발하게 일어나지 못하게 된다. 따라서 속도는  $g$ 값에 비례해 점점 감소하며  $g = 0.00982 \text{ m/s}^2$ 의 경우에는 무시할 수 있을 만큼 작아진다. 이러한 중력값과 자연대류의 관계는 온도장에서도 확인할 수가 있는데  $g = 9.82 \text{ m/s}^2$  일 때를 나타내는 Fig. 11(a)를 살펴보면 반시계 방향의 자연대류에 의해 등온선의 윗 부분이 휘어진 형상을 나타내는 반면에 중력값이 작아질수록 자연대류가 감소하면서 그 대신 전도에 의한 열전달이 응고과정을 지배하게 되어 등온선은 점점 수직 벽에 평행하게 형성됨을 Fig. 11(b), (c), (d)에서 확인할 수가 있다. Fig. 12는 각 중력값에 대해 거시편석 형상을 나타낸 것으로 반시계 방향의 유동으로 인해 주형 윗면에는 V자 형의 정편석이, 아랫면에는 A자 형의 부편석이 형성된다. 하지만 중력값이 감소할수록 그 경향이 뚜렷해지지 않으며 분포 범위도 점점 좁아짐을 볼 수 있는데 이것은 자연대류도 중력에 비례해 작아져서 그만큼 용질을 덜 재분배하고 동시에 주형 전체에 운반해 분포시킬 만큼 활발하게 존재하지 못하기 때문이다. Fig. 13은 각 중력값에 대해 응고가 완료된 후의 최종 거시편석의 분포를 나타내는 것으로 위에서 언급한 것처럼 중력값이 작아질수록 거시편석의 형성 범위가 좁아지고 정편석과 부편석의 형상이 뚜렷해지지 않음을 다시 한번 확인할 수가 있다. Fig. 13(d)처럼 중력값이 더 작아지면 자연대류가 용질 재분배에 미치는 영향은 약해지고 그 대신 확산에 의한 재분배가 지배적이기 때문에 거시편석은 수직벽에 평행하게 일직선으로 분포하게 된다. 따라서 최종 주물은 더욱 균일한 성분 조성을 이루게 된다.

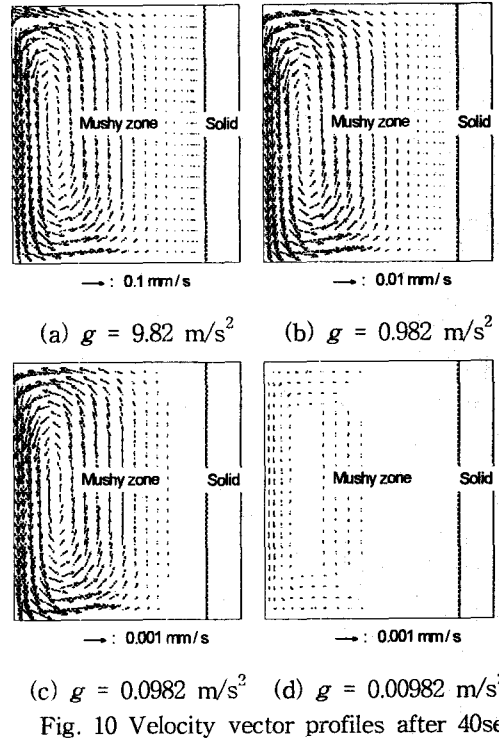


Fig. 10 Velocity vector profiles after 40sec

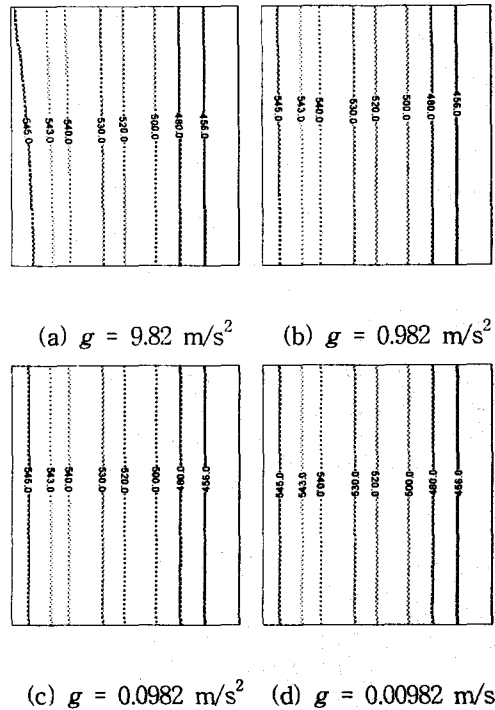
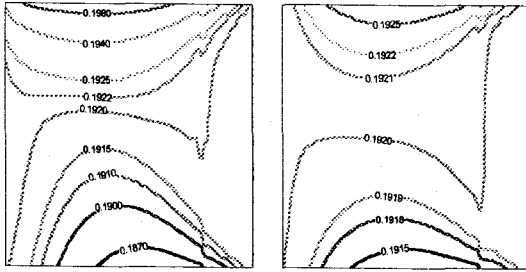
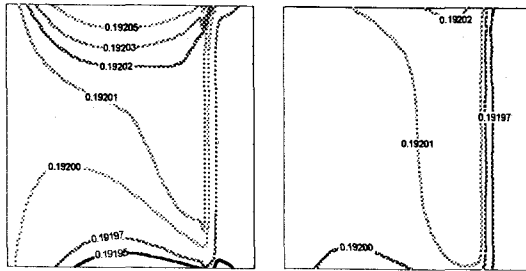


Fig. 11 Temperature profiles after 40sec



(a)  $g = 9.82 \text{ m/s}^2$

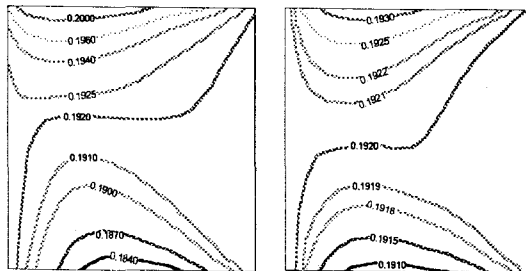
(b)  $g = 0.982 \text{ m/s}^2$



(c)  $g = 0.0982 \text{ m/s}^2$

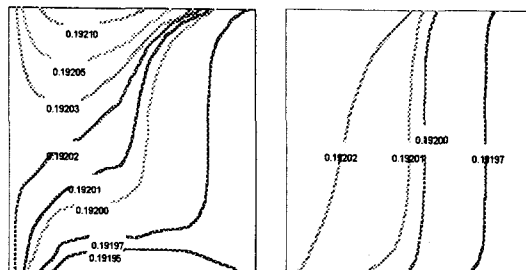
(d)  $g = 0.00982 \text{ m/s}^2$

Fig. 12 Macro-segregation profiles after 40sec



(a)  $g = 9.82 \text{ m/s}^2$

(b)  $g = 0.982 \text{ m/s}^2$

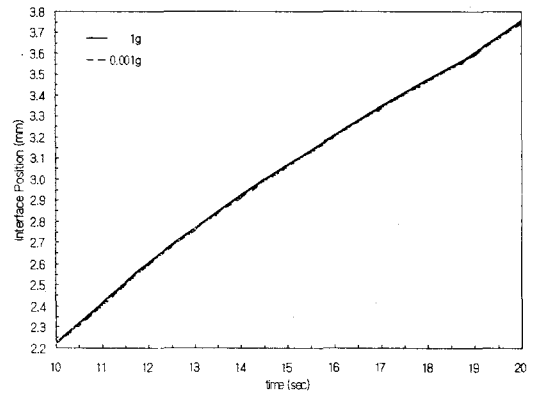


(c)  $g = 0.0982 \text{ m/s}^2$

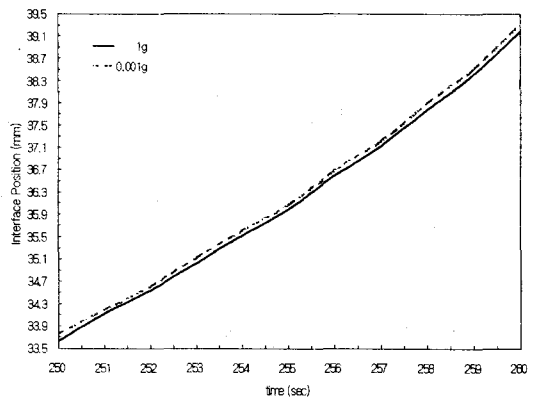
(d)  $g = 0.00982 \text{ m/s}^2$

Fig. 13 Final macro-segregation profiles after solidification

Fig. 14는 주형의 4.7cm 높이에서 1g와 0.001g에 대해 각각 응고 초기와 후반에서 고-액 계면의 위치를 응고시간에 대해 나타낸 것으로 (a)에서 보듯이 자연대류가 비교적 활발한 응고 초기에 두 중력값은 동일한 응고 진행을 나타내지만 응고 후반을 나타내는 (b)에서는 1g 조건이 상대적으로 반시계 방향으로 회전하는 자연대류가 오래 지속되어 응고계면의 이동을 더디게 하므로 전도가 지배적인 0.001g 조건보다 응고 진행이 느림을 볼 수 있다. 하지만 두 응고 진행의 차이가 약 1% 미만이므로 무시할 만큼 아주 미미하다고 볼 수 있다.



(a) Solid-liquid interface positions from 10 sec to 20 sec



(b) Solid-liquid interface positions from 250 sec to 260 sec

Fig. 14 Comparison of solid-liquid interface positions between 1g and 0.001g

#### 4. 결 론

본 연구에서는 합금의 응고과정에서 발생하는 자연대류가 거시편석의 형성에 미치는 영향을 해석하기 위해 기존의 연속체 모델에 경계밀착좌표계를 적용한 SIMPLE 알고리즘 및 프로그램을 개발하였고 이와 동시에 이동하는 고-액 응고계면을 고려할 수 있도록 시간의존 좌표계를 첨가해 합금의 고-액 응고계면 위치를 시간에 따라 추적함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 고-액 응고계면에서의 에너지 평형식을 이용해 응고계면 위치를 계산함으로써 합금의 응고과정을 해석하는 기존의 연속체 모델에 시간의존 좌표계를 도입하여 시간에 따라 이동하는 고-액 응고계면을 추적하는 방법을 제시했다.
- 2) 냉각조건  $T_c$ 가 420K와 300K인 두 가지 모델에 대해 해석한 결과 420K인 경우 비교적 오랜 시간 동안 자연대류가 존재하면서 용질을 재분배해 넓은 범위에 걸쳐 거시편석이 형성된 반면 300K인 경우에는 큰 온도 및 농도구배로 인해 자연대류가 상대적으로 활발하게 발생했지만 짧은 응고시간으로 인해 거시편석이 좁은 범위에 걸쳐 형성되었다.
- 3) 중력값  $g$ 가  $9.82 \text{ m/s}^2$ ,  $0.982 \text{ m/s}^2$ ,  $0.0982 \text{ m/s}^2$  및  $0.00982 \text{ m/s}^2$ 의 네 가지 경우에 대해 해석한 결과 중력값이 감소할수록 자연대류가 소멸하므로 용질의 재분배가 약해져 분포가 뚜렷하게 형성되지 않으며 또한 좁은 범위에 걸쳐 분포하게 된다.
- 4) 중력값  $g$ 가  $9.82 \text{ m/s}^2$ 와  $0.00982 \text{ m/s}^2$ 일 때 응고 진행율은 응고 후반에서 미미한 차이를 발생했지만 전체적으로 동일한 분포를 나타내었다. 따라서 본 연구의 해석 모델처럼 중력이 자연대류를 지배하는 주된 요인일 경우 미세 중력 조건하에서 확산에 의해 시간적, 경제적으로 큰 손실없이 고품질의 제품을 생산할 수 있을 것으로 기대된다.

#### 참고문헌

(1) M. Mclean: *Directionally Solidified Materials for High Temperature Service*, The Metals Society (1983)

(2) D. G. Neilson and F. P. Incropera: *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34, (1991), 1717s  
 (3) J. H. Chen and H. L. Tsai: *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36, (1993), 3069  
 (4) S. Chang and D. M. Stefanescu: *Metall. Trans.*, 27A, (1996) 2708  
 (5) W. D. Bennon and F. P. Incropera: *Numerical Heat Transfer*, 13, (1988) 277  
 (6) A. K. Singh and B. Basu: *Metall. Trans.*, 26B, (1995) 1069  
 (7) D. G. Wilson, A. D. Solomon and P. T. Boggs: *Moving Boundary Problems*, Academic Press, New York (1978)  
 (8) J. R. Ockendon and W. R. Hodgkins: *Moving Boundary Problems in Heat and Diffusion*, Oxford University Press (1975)  
 (9) W. D. Bennon and F. P. Incropera: *Int. J. Heat Mass Transfer*, 30, (1987) 2161  
 (10) W. D. Bennon and F. P. Incropera: *Int. J. Heat Mass Transfer*, 30, (1987) 2171  
 (11) J. F. Thompson, Z. U. A. Warsi and C. W. Mastin: *J. Comput. Phys.*, 47, (1982) 1  
 (12) S. V. Partankar: *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, (1980)