

광열변위법을 이용한 재료의 열확산계수 측정에 대한 이론적 연구

전필수* · 이은호* · 이광재* · 유재석** · 김기현**

A Theoretical Study for the Thermal Diffusivity Measurement of Solid Material using Photothermal Displacement Method

Pilsoo Jeon, Eunho Lee, Kwangjai Lee, Jaisuk Yoo, Ki-hyun Kim

Key Words: Photothermal displacement method(광열변위법), Thermal diffusivity(열확산계수), Phase (위상차), Deformation gradient(변형구배), Modulation frequency(변조주파수)

Abstract

A complete theoretical treatment of the photothermal displacement technique has been performed for thermal diffusivity measurement in solid materials. The influence of parameters - radius and modulation frequency of pump beam and thickness of material - on the phase lag was studied. The phase decreases up to a certain position, then starts to increase and does have an asymptotic value. The position, where phase has the minimum value, is a function of thermal diffusion length, thickness of sample, and radius of pump beam. A new method based on minimum phase lag is described to determine the thermal diffusivity of solid material.

1. 서론

첨단산업의 발달과 함께 파인 세라믹스, 탄소 복합 재료, 금속 복합재료 등과 같은 열특성이 우수한 신소재 개발과 질화알루미늄, 다이아몬드 박막 등과 같은 특수 기능 재료의 개발이 활발하게 진행됨에 따라 열물성 계측 기술의 개발이 필수적으로 요구되고 있다.

열물성 계측 방법은 크게 직류통전 가열법, 펄스통전 가열법과 같은 접촉식과 초음파 부상 레이저 가열법, 레이저 선풍법, 광열효과를 이용한 방법과 같은 비접촉식으로 분류하는데, 접촉식은 재료의 부피가 비교적 커야하며, 측정대상이 전도성 재료에 한정되고 온도에 의존하는 문제점들이 있다. 비접촉식에서 초음파 부상 레이저 가열

법은 열확산계수의 측정이 불가능하고 레이저 선풍법은 재료의 크기와 형상에 제약이 큰 단점을 가지고 있다. 이러한 단점들을 줄이고 보다 높은 정밀도를 얻을 수 있는 방법으로 광열효과를 이용한 계측방법에 대한 연구가 활발히 진행 중에 있다. 이 방법은 일반적으로 재료의 구조적, 열적, 그리고 광학적 물성들을 결정하는데 사용되며, 특히 재료의 열물성을 계측하는데 활발한 연구가 진행되고 있다.

광열효과를 이용한 열물성 계측방법에는 photothermal radiometry, photothermal refraction, photothermal deflection, 그리고 photothermal displacement 등이 있다. 본 연구에서 사용한 photothermal displacement는 1983년 Olmstead 등에 의하여 이론이 정립되어 현재 활발한 연구가 진행되고 있다. Olmstead⁽¹⁾ 등은 2차원 열탄성 방정식을 유도하고 이에 대한 실험과의 맞춤곡선을 시도하였지만 그 결과는 명확하지 못하였다. Li 등⁽²⁾은 2차원 열탄성 방정식을 유도하여 재료의

* 아주대학교 대학원 기계공학과

** 아주대학교 기계 및 산업공학과

두께, 특성 주파수 그리고 열원의 반경에 가중치를 적용하고 이로부터 열확산계수와 관계식을 제시하였다. 이는 펌프빔의 변조주파수를 점점 증가시킬 때 변형의 크기가 급격히 감소하는 특징을 이용하여 관계식을 제시하였지만, 변형구배에 관한 이론식으로부터 열확산계수 관계식을 직접 유도하지는 못하였으며 이 때 제시한 열확산계수 관계식에 나타나는 가중치를 명확히 제시하지 못하여 열확산계수를 직접 구할 수가 없었다. Balageas 등⁽³⁾은 2차원 열탄성 방정식을 유도하고 이를 이용하여 두 가지 재료의 변형구배가 일정할 때 각각의 변조주파수의 비는 두 재료의 열확산계수의 비와 유사함을 발견하였다. 그러나 이 방법은 열확산계수를 정확히 알고있는 기준 재료를 필요로 하며, 또한 이론적으로 주파수를 계속 증가시킬수록 제시한 관계식에 접근하기 때문에 주파수의 기준이 없다는 단점을 갖고 있다.

본 연구에서는 광열효과에 의한 재료내의 2차원 온도분포와 변형구배를 해석적으로 유도하고 이 결과를 이용하여 열확산계수에 영향을 미치는 인자들의 특성을 파악하였다. 그리고 변형의 위상차와 위상이 최소가 되는 위치를 이용하여 열확산계수를 결정할 수 있는 방법을 제시하였다.

2. 측정원리 및 이론

2.1 측정원리

Fig. 1은 광열변위법을 개략적으로 설명한 것이다. 임의의 주파수로 변조된 펌프빔이 시편의 표면에 조사되면 단속된 에너지의 일부는 시편내부로 흡수되어 온도변화를 야기시킨다. 이러한 온도변화는 시편내의 체적상호간의 팽창으로 인한 열탄성으로 인하여 시편 표면의 변형을 유발시킨다. 이러한 열탄성 변형은 재료의 열확산계수와 같은 열적 성질 그리고 광흡수계수와 같은 광학적 성질에 의존하게 된다. 시편 표면 위의 공기에 의한 굴절을 무시하면, 검사빔의 입사각과 반사각의 차이는 표면 변형의 기울기에 비례한다.

$$\phi = 2 \frac{du}{dr} \Big|_{z=0} \quad (1)$$

여기서 ϕ 는 변형이 일어나지 않았을 때의 반사각과 변형이 일어났을 때의 반사각의 차이며, du/dr 은 변형의 기울기이다.

시편의 표면에서 열탄성 변형이 발생하면 펌프빔의 중심으로부터 거리가 멀어질수록 위상지연이 발생한다. 표면의 변형구배는 복소수로 구성되어 있으며, 위상차 θ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\theta(r, f, a, \alpha) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Imag} [du/dr]_{z=0}}{\text{Real} [du/dr]_{z=0}} \right] \quad (2)$$

여기서 r 은 펌프빔과 검사빔의 상대적인 거리, f 는 펌프빔의 변조주파수, a 는 펌프빔의 반경, 그리고 α 는 열확산계수를 나타낸다.

실험적으로 열확산계수를 제외한 모든 변수들은 측정이 가능하다. 그러므로 이 때 측정된 위상차와 이론적으로 계산된 위상차를 비교함으로써 열확산계수를 구할 수 있다.

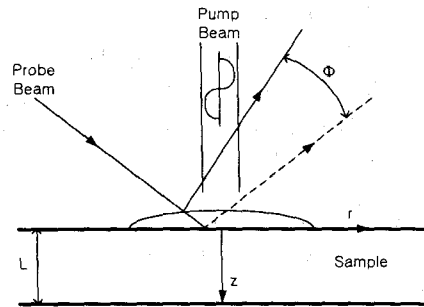


Fig. 1 Principal of measurement and theoretical model.

2.2 온도해석

시편내의 온도분포를 구하기 위해 Fig. 1과 같이 r 방향으로는 무한하고 z 방향으로는 유한한 길이를 가지는 2차원 고체 모델을 선정하였다. 온도해석⁽⁴⁾에서는 대류나 복사에 의한 열전달을 고려하지 않고 단지 전도만을 고려하였다. 지배방정식은 식(3)과 같이 열원이 있는 2차원 원통좌표계의 열전도방정식을 사용하였다.

$$\nabla^2 T + \frac{1}{k} Q = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

여기서 T 는 시편의 온도, k 는 열전도계수, 그리고 Q 는 열원을 나타낸다. 적용되는 경계조건은 식(4)에 나타내었는데, 불투명한 금속 재료를 고려하므로 주위 공기보다 금속의 열전도계수가 매우 높기 때문에 경계면에서의 열손실은 무시하였다.

$$k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0, L} = 0 \quad (4)$$

열원은 공간에 대하여 Gaussian 분포를 가지는 레이저빔으로 주파수 f ($f = \omega/2\pi$)로 단속되고, 최대 강도의 $1/e$ 이 되는 지점까지를 빔의 반지름 (a)으로 고려하였으며, 광에너지가 시편에 흡수되는 깊이를 나타내는 광흡수계수 λ 는 광흡수의 지수법칙을 이용하여 정의하였다.

$$Q(r, z) = \frac{\lambda P}{4\pi a^2} e^{-\frac{r^2}{a^2} - \lambda z} (1 + \cos(\omega t)) \quad (5)$$

여기서 P 는 시편에 흡수되는 펄스빔의 에너지이고 λ 는 광흡수계수이다. 식(5)에서 나타낸 것처럼 열원은 시간에 독립적인 부분과 시간에 종속적인 부분의 합으로 나타낼 수 있다. 이 때 시간에 독립적인 부분은 광열변위법의 신호에 영향을 미치지 않기 때문에 시간에 종속적인 부분만을 고려하였다.

열전도 미분방정식은 적분변환법을 사용하여 풀 수 있다. 식(3)의 일반적인 해는 particular solution과 homogeneous solution의 합으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \int_0^\infty \beta d\beta J_0(\beta r) e^{i\omega t} [F e^{-\lambda z} + A \sinh(\xi z) + B \cosh(-\xi z)] \quad (6)$$

여기서

$$F = -\frac{P\lambda}{8\pi k} \frac{e^{-\beta^2 a^2/4}}{\lambda^2 - \xi^2} \quad (7)$$

$$\xi = (\beta^2 + i\omega/a)^{1/2} \quad (8)$$

계수 A 와 B 는 식(4)의 경계조건을 적용하여 구하였다. 식(6)으로부터 시편내의 시간에 종속적인 부분의 온도분포에 대한 식을 얻었다.

$$T(r, z, t) = -\frac{P\lambda}{8\pi k} e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{\beta d\beta J_0(\beta r)}{\lambda^2 - \xi^2} e^{-a^2\beta^2/4} \times \left[e^{-\lambda z} + \frac{\lambda}{\xi} \{ \sinh(\xi z) - \coth(\xi L) \cosh(\xi z) + \frac{e^{-\lambda z}}{\sinh(\xi L)} \cosh(\xi z) \} \right] \quad (9)$$

2.3 열탄성해석

온도해석 결과를 이용하여 이를 열탄성 모델⁽⁵⁾에 적용하고자 한다. 이 때 사용되는 열탄성 지배방정식 및 경계조건은 식(10), (11)과 같으며, 시편 주위에는 외력이 작용하지 않는다고 가정하였다.

$$\nabla^2 \vec{u} + \frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{u})}{1-2\nu} = \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha_{th} \nabla T \quad (10)$$

$$\sigma_{rz}|_{z=0,L} = 0, \quad \sigma_{zz}|_{z=0,L} = 0 \quad (11)$$

여기서 ν 는 포와송비, α_{th} 는 열팽창계수, 그리고 σ 는 응력을 나타낸다.

열탄성 방정식의 해는 식(12)와 같이 particular 항 \vec{u}_p 과 homogeneous 항 \vec{u}_h 의 합으로 나타낼 수 있다. 또한 \vec{u}_p 는 다시 열탄성 포텐셜함수 $\nabla\phi$ 로 가정할 수 있다.

$$\vec{u} = \vec{u}_p + \vec{u}_h = \nabla\phi + \vec{u}_h \quad (12)$$

식(12)를 식(10)에 대입하여 정리하면, 식(13)과 (14)와 같이 표현할 수 있다. 또한 식(14)는 Love 함수 ψ 를 적용하여 정리하면 식(15)과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla^2\phi = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_{th} T \quad (13)$$

$$(1-2\nu)\nabla^2\vec{u}_h + \nabla(\nabla \cdot \vec{u}_h) = 0 \quad (14)$$

$$\nabla^4\psi = 0 \quad (15)$$

식(13)의 해는 식(16)에 나타낸 2차원 원통좌표계에 대한 Green's function⁽⁶⁾을 사용하여 구하였다. 여기서 $\eta_p = p\pi/L$ 이고 $J_0(\delta r)$ 은 zeroth-order Bessel function이다.

$$G(r, r') = -\frac{1}{\pi L} \int_0^\infty \delta d\delta J_0(\delta r) J_0(\delta r') \times \sum_{p=1}^\infty \frac{\sin(\eta_p z') \sin(\eta_p z)}{\delta^2 + \eta_p^2} \quad (16)$$

식(16)을 이용하여 구한 식(13)의 해는 다음과 같다.

$$\phi(r, z) = -\frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{2\alpha_{th}}{L} \int_0^\infty r' dr' \int_0^L dz' \times \int_0^\infty \delta d\delta J_0(\delta r) J_0(\delta r') T(r', z') \times \sum_{p=1}^\infty \frac{\sin(\eta_p z') \sin(\eta_p z)}{\delta^2 + \eta_p^2} \quad (17)$$

식(15)의 해의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$\psi(r, z) = \int_0^\infty J_0(\delta r) [(A + B\delta z) \sinh(\delta z) + (C + D\delta z) \cosh(\delta z)] d\delta \quad (18)$$

식(18)의 미지수 A, B, C, D 는 식(11)의 경계조건을 적용하여 구할 수 있다. 이러한 결과들을 이용하여 최종적인 변형구배식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u_z}{\partial r} \Big|_{z=0} = \frac{(1+\nu)\alpha_{th}P\lambda^2}{2\pi\kappa L} \int_0^\infty \frac{\delta^2 d\delta J_1(\delta r)}{\lambda^2 - \xi^2} \times \sum_{p=1}^\infty \frac{\eta_p^2 H e^{-\delta^2 a^2/4} [(-1)^p - \cosh(\xi L)]}{\xi(\delta^2 + \eta_p^2)(\xi^2 + \eta_p^2) \sinh(\xi L)} \quad (19)$$

여기서

$$H = \frac{\sinh^2(\delta L) + \delta L \sinh(\delta L) \cos(p\pi)}{\delta^2 L^2 - \sinh^2(\delta L)} \quad (20)$$

3. 결과 및 검토

Pulsed laser에 의하여 가열되는 고체의 시간에 따른 온도변화는 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 전체적인 온도는 증가하지만 시간에 종속적인 부분의 온도는 열원의 주기와 동일한 주기를 가지며 온도차가 일정하게 나타난다. 전체적인 온도가 증가하는 것은 경계조건을 단열로 설정하였기 때문에 재료에 흡수된 에너지가 계속 축적되어 온도가 상승하게 된다. 열원의 주기와 동일한 주기를 가지는 시간에 종속적인 온도의 크기는 열확산계수, 재료의 두께, 열원의 반경 등에 따라 달라지게 된다.

열확산계수를 결정하는 데는 변형구배와 변형의 위상차를 이용할 수 있다. 변형구배는 식(19)에 나타낸 바와 같이 재료의 열적 및 광학적 물성치가 모두 필요하기 때문에 열확산계수를 측정하는 데는 어려움이 있다. 하지만 변형의 위상차를 이용하여 열확산계수를 측정하는 데는 시편의 두께, 펄스빔의 반경 및 변조 주파수만이 필요하기 때문에 본 연구에서는 위상차에 영향을 주는 인자들에 특성에 대하여 연구하였고 이로부터 좀 더 정확하고 간편한 열확산계수 측정방법을 제시하였다.

3.1 각 인자들의 영향

서로 다른 열확산계수를 가지는 구리, 알루미늄, 그리고 아연에 대하여 펄스빔과 검사빔의 상대위치에 대한 변형구배와 위상차의 결과를 Fig. 3에 나타냈다. 이 결과는 재료의 두께가 모두 1mm, 가열빔의 반경이 60 μ m, 재료내부로 흡수된 에너지가 0.33W 그리고 변조주파수가 500Hz로 설정하여 계산한 것이다. Fig. 3(a)에서 변형구배

의 최대값은 펄스빔의 반경 부근에서 나타나고 있으며, 열확산계수가 큰 재료일수록 변형구배의 최대값은 열원의 중심으로부터 멀어지지만 그 정도는 미약함을 볼 수 있다. Fig. 3(b)에 나타낸 바와 같이 위상차는 최소점까지는 감소하다가 증가하여 임의의 값에 수렴한다. 열확산계수가 큰 재료일수록 최소점의 위치가 열원의 중심에서 멀어지는 것을 알 수 있고, 최고점과 최저점의 차이가 작아짐을 알 수 있었다. 이러한 현상은 열확산계수가 큰 재료는 열확산계수가 작은 재료에 비하여 흡수된 에너지가 넓은 면적으로 확산되기 때문에 위상이 최소가 되는 위치가 펄스빔의 중심에서 멀어진다.

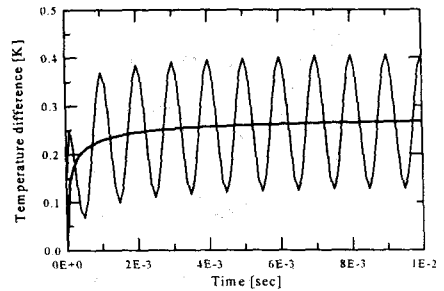
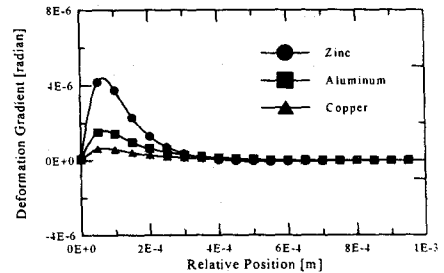
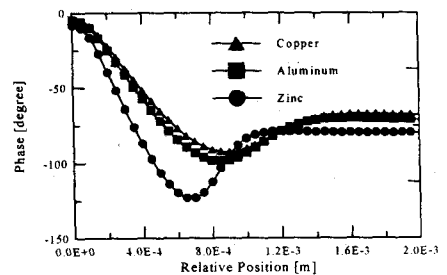


Fig. 2 Temperature history of iron.



(a) Deformation gradient



(b) Phase

Fig. 3 Deformation gradient and phase of various materials.

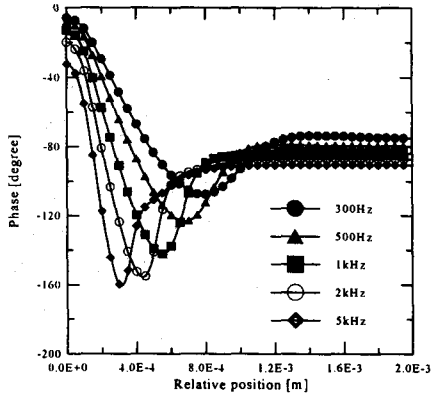


Fig. 4 Phase of zinc for various frequencies.

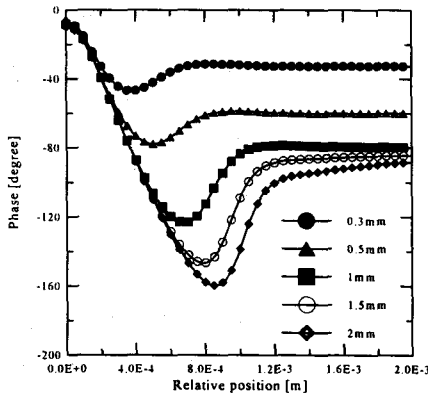


Fig. 5 Phase of zinc for various thickness.

Fig. 4는 펌프빔의 변조주파수를 300Hz, 500Hz, 1kHz, 2kHz, 그리고 5kHz로 변화를 주었을 때 반경방향에 대한 위상차를 나타낸 것이다. 변조주파수가 커질수록 위상차의 최소값은 더 작아지고, 최소가 되는 상대위치는 펌프빔의 중심에 가까워진다. 이러한 현상은 펌프빔의 변조주파수가 증가하면 한 주기 당 재료에 흡수되는 에너지가 감소함으로 인하여 흡수된 에너지가 확산되는 면적이 작아지기 때문이다.

재료의 두께를 0.3mm, 0.5mm, 1mm, 1.5mm, 그리고 2mm로 변화를 주었을 때 반경방향에 대한 위상차를 Fig. 5에 나타냈다. 재료의 두께가 두꺼워질수록 위상차의 최소값은 더 작아지고 최소점의 상대위치는 펌프빔의 중심에서 멀어지며, 위상이 급격히 감소하는 부분의 기울기는 유사한 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 재료의 두께가 두꺼워지면 흡수된 에너지가 재료의 두께방향으로 확산될 수 있는 공간이 증가하기 때문이다.

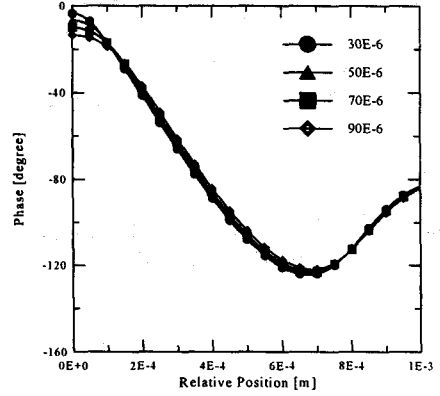


Fig. 6 Phase of zinc for various pump beam radius.

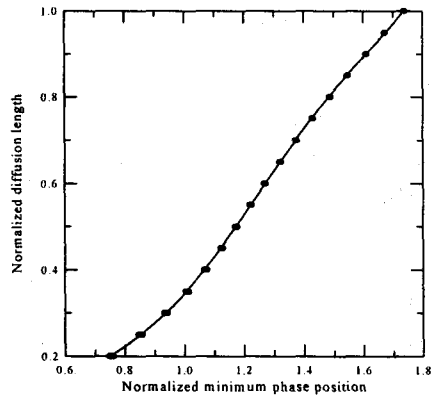


Fig. 7 Normalized minimum phase position versus normalized diffusion length.

Fig. 6은 펌프빔의 반경을 변화시켰을 때 반경방향에 대한 위상차를 나타낸 그래프이다. 펌프빔의 반경이 커질수록 최소점의 상대위치는 흡수된 에너지가 확산되는 면적이 증가하기 때문에 중심에서 멀어지지만 위상이 급격히 감소하는 부분의 기울기는 거의 변하지 않는 것을 알 수 있다.

3.2 열확산계수의 결정

광열변위법을 이용하여 열확산계수를 결정하는 방법은 열확산계수를 변화시키면서 실험으로 측정된 위상차 곡선과 이론의 위상차 곡선을 일치시키는 방법과 특성주파수를 이용하는 방법 등이 주로 사용되고 있다. 하지만 이러한 방법들은 분석시간이 많이 소요되며 또한 그 오차도 크다.

본 연구에서는 위상차가 최소가 되는 위치가

펄프빔의 반경, 변조 주파수 그리고 재료의 두께에만 의존하는 특성을 이용하여 Fig. 7에 나타난 바와 같은 관계를 얻을 수 있었다. 그림에서 알 수 있듯이 위상차가 최소가 되는 위치와 펄프빔의 변조주파수와 재료의 열확산계수에 의하여 결정되는 열확산길이($\mu = \sqrt{\alpha/\pi f}$)를 재료의 두께로 나누었을 때 재료에 관계없이 동일한 결과가 나타남을 알 수 있었다. 이러한 관계로부터 펄프빔의 변조주파수와 재료의 두께가 결정되면 위상차가 최소가 되는 위치를 찾음으로서 열확산계수를 쉽게 결정할 수 있다.

4. 결론

광열효과를 이용하여 주기적인 열원을 갖는 재료내의 2차원적 온도분포, 변형구배, 그리고 위상차에 대한 해석을 수행하여 열확산계수에 영향을 주는 인자들간의 관계를 조사하였다. 이러한 결과로부터 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- (1) 열탄성 변형의 위상차는 재료의 열확산계수, 두께, 펄프빔의 크기 그리고 변조주파수에만 영향을 받는다.
- (2) 위상차는 재료의 열확산계수, 펄프빔의 크기에는 반비례하고 재료의 두께와 펄프빔의 변조주파수에는 비례한다.
- (3) 펄프빔의 중심으로부터 위상차가 최소가 되는 위치는 재료의 열확산계수, 두께 그리고 펄프빔의 크기에는 비례하여 증가하지만 펄프빔의 변조주파수에는 반비례한다.
- (4) 위상차가 최소가 되는 위치와 열확산길이를 재료의 두께로 나누었을 때 재료에 관계없이 선형적인 관계가 나타난다. 이러한 관계로부터 펄프빔의 변조주파수와 재료의 두께가 결정되면 위상차가 최소가 되는 위치를 찾음으로서 열확산계수를 쉽게 결정할 수 있다.

후기

본 연구는 아주대학교의 연구비 지원과 서울대학교 터보동력기계 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

- (1) M. A. Olmstead, N. M. Amer, and S. Kohn, "Photothermal displacement spectroscopy : an optical probe for solids and surfaces", Appl. Phys. A32, pp. 141~154, 1983
- (2) B. Li, Z. Zhen, and S. He, "Modulated photothermal deformation in solids", Appl. Phys. D, 24, pp. 2196~ 290, Jul, 1986.
- (3) D. L. Balageas, D. M. Boscher, A. A. Deon, and F. Enguehard, "Photoacoustic microscopy by photodeformation applied to thermal diffusivity determination", ETPC Proceedings, Vol. 23, pp. 517~528, 1991
- (4) M. N. Ozisik, "Heat conduction", 2nd ed., Wiley Interscience, 1983.
- (5) W. Nowacki, "Thermoelasticity", 2nd ed, Pergamon Press, 1986.
- (6) Yu. A. Melnikov, "Green's functions in Applied Mechanics", Computational mechanics publications, 1995.