

# 광열변위의 위상차를 이용한 불투명 고체의 열확산계수 측정

이은호\*, 이광재\*, 전필수\*, 유재석\*\*

## Thermal diffusivity measurements of opaque solid using the phase lag of photothermal displacement.

Eunho Lee, Kwangjai Lee, Pilsoo Jeon and Jaisuk Yoo

**Key Words:** Photothermal displacement(광열변위), Phase lag(위상차), Thermal diffusivity(열확산계수), Pump beam(가열빔), Probe beam(검사빔), Modulation frequency(변조주파수).

### Abstract

A new method of measuring the thermal diffusivity of solid material at room temperature with photothermal displacement method is proposed. The influence of the parameters on phase lag was studied. From the minimum position of phase of measured deflection with respect to the pump beam, the thermal diffusivity of the materials can be obtained. The minimum position of phase is determined using multiparameter least-square regression fitting. The experimental values for different samples obtained by applying new method are in good agreement with the literature values.

### 1. 서 론

열특성이 우수한 신소재나 특수기능 재료의 개발과 고밀도로 집적된 전자부품의 열적인 문제에 있어서 비교적 정확하고 비접촉이면서 비파괴 방법으로 열물성을 측정하는 것이 필요하다. 최근 이러한 요구사항을 만족시킬 수 있는 방법으로 광열효과를 이용한 열물성 계측 방법이 활발하게 연구되고 있다.

광열효과란 일정한 주기를 가지는 강한 에너지를 재료에 조사하게 되면 일부는 반사하고 일부는 재료에 흡수되어 국부적으로 온도가 상승하여 온도구배를 발생시킨다. 이러한 온도구배는 다시 변형을 야기시키는데 변형의 기울기나 위상은 광흡수계수와 같은 광학적 성질과 열확산계수와 같은 열적 성질에 영향을 받는다.

광열효과를 이용하여 재료의 열확산계수를 측정하는 방법에는 여러 가지가 있는데 본 연구에

서는 광열변위법을 사용하였다. 이 방법은 1983년 Olmstead 등<sup>(1)</sup>이 싸인파로 변조한 가열빔을 가지는 2차원 모델을 제시하여 표면의 변형과 기울기의 위상차를 계산하여 실험결과와 비교하여 광열변위를 이용하여 열물성을 계측할 수 있다는 가능성을 제시하였다. 1991년에 Li 등<sup>(2)</sup>은 사각파로 변조한 가열빔을 가지는 3차원 모델을 제시하여 특성주파수와 열확산계수, 시편의 두께 그리고 가열빔 반경의 관계를 이용하여 열확산계수를 구할 수 있는 간단한 관계식을 제시하였지만 그 한계나 기준이 모호하여 실제 적용하기는 어렵다. Balageas 등<sup>(3)</sup>은 열확산계수를 알고 있는 기준물질과 미지 재료의 표면 기울기의 비교를 통하여 상대적인 열확산계수를 측정할 수 있음을 보였다. 하지만 이 방법은 특성주파수의 결정이 어렵고 기준물질이 있어야 하는 문제가 있다.

본 연구에서는 좀 더 간단하고 정확하게 열확산계수를 측정하기 위하여 변형의 위상이 최소가 되는 위치가 가열빔의 반경과 변조 주파수, 재료의 두께 그리고 열확산계수에 의존하는 특성을 이용하여 새로운 분석방법을 제시하고자 한다.

\* 아주대학교 대학원 기계공학과

\*\* 아주대학교 기계 및 산업공학부

## 2. 이론

열탄성변형에 대한 위상을 계산하기 위하여 Fig. 1에 나타낸 모델에 대하여 다음과 같은 열전도 방정식과 열탄성 방정식을 사용하였다.

$$\nabla^2 T + \frac{Q(r,t)}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

$$Q(r,z,t) = (P \lambda / 4\pi a^2) e^{-r^2/a^2} e^{-kz} \cos(\omega t) \quad (2)$$

$$\nabla^2 U + \frac{\nabla(\nabla \cdot U)}{1-2\nu} = \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha_{th} \nabla T \quad (3)$$

여기서  $k$ 는 전도열전달계수,  $\alpha$ 는 열확산계수,  $P$ 는 재료에 흡수되는 에너지,  $\lambda$ 는 광흡수계수,  $a$ 는 Gaussian 가열빔의  $1/e$  반경,  $\omega (= 2\pi f)$ 는 angular frequency,  $\nu$ 는 포화송비,  $U$ 는 변위벡터 그리고  $\alpha_{th}$ 는 열팽창계수이다.

경계조건은 모든 표면에서 단열이며  $r$ 방향의 온도변화는 없고  $z$  방향의 응력은 존재하지 않는다고 가정하였다. 온도분포는 팽창에 의해 변하지 않는다고 가정하였고 광학적 흡수에 의해 지수 함수적으로 감소하는 Gaussian 빔의 열원을 갖는 열전도 방정식을 해결함으로써 얻어진다.

열탄성 방정식 (3)의 해는 온도분포를 식(3)에 대입하여 풀면 다음과 같다.

$$\left. \frac{\partial u_z}{\partial r} \right|_{z=0} = \frac{(1+\nu) \alpha_{th} P \lambda^2}{2\pi k L} \int_0^\infty \frac{\delta^2 d J_1(\delta r)}{\lambda^2 - \xi^2} \times \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\eta_p^2 H e^{-\delta^2 a^2/4} [(-1)^p - \cosh(\xi L)]}{\xi (\delta^2 + \eta_p^2) (\xi^2 + \eta_p^2) \sinh(\xi L)} \quad (4)$$

$$H = \frac{\sinh^2(\delta L) + \delta L \sinh(\delta L) \cos(p\pi)}{\delta^2 L^2 - \sinh^2(\delta L)} \quad (5)$$

$$\xi = (\delta^2 + i\omega/\alpha)^{1/2} \quad (6)$$

여기서  $L$ 은 재료의 두께,  $\eta_p = p\pi/L$  그리고  $J_1(\delta r)$ 은 first-order Bessel function이다.

식 (4)에서 적분내의 값은 복소수로 구성되어 있으며, 열확산계수, 시편의 두께, 가열빔의 반경 그리고 변조주파수를 알면 반경방향의 거리  $r$ 의 함수인  $f(r)$ 로 표현할 수 있다. 그러므로 반경방향의 거리  $r$ 에 따른 위상차는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(r) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Imag}[f(r)]}{\text{Real}[f(r)]} \right\} \quad (7)$$

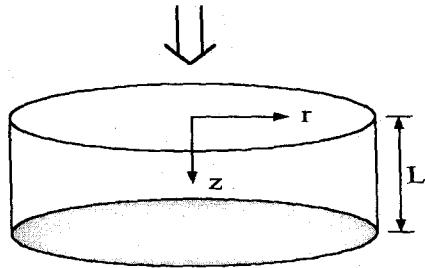


Fig. 1 Theoretical Model and coordinate system.

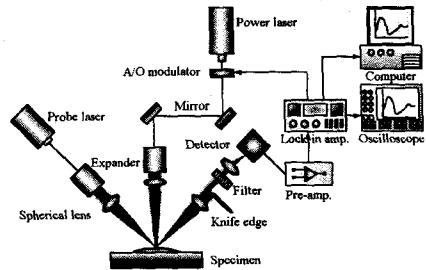


Fig. 2 Schematic diagram of experimental setup.

## 3. 실험장치 및 실험방법

### 3.1 실험장치

Fig. 2는 본 연구에서 사용한 실험장치의 개략도를 나타냈 것이다. 가열빔은 488 nm 파장의 연속파이며, 지름 1.3 mm의 Gaussian 분포를 가지는 Ar-ion 레이저를 사용하였다. 가열빔은 Lock-in 층폭기에 의하여 제어되는 A/O(acoustic-opto) 변조기를 이용하여 싸인파로 변조하였다. 변조된 가열빔은 빔을 확대하고 빔의 분포를 균일하게 만들여주는 expander와 빔의 크기를 적절한 크기로 줄일 수 있는 볼록렌즈를 통과하여 시편의 표면 위에는 약 0.12 mm 정도의 지름을 가지게 된다. 시편은 각각 1/60도와 0.5 μm의 분해능을 가지는 회전이송장치와 직선이송장치에 고정하였다.

검사빔은 출력 5 mW, 파장 632.8 nm 그리고 지름 0.8 mm를 가지는 He-Ne 레이저를 사용하였다. 검사빔도 가열빔과 마찬가지로 expander와 볼록렌즈를 통과하여 시편 표면에서 약 0.055 mm 정도의 크기를 가지도록 조절하였다. 시편으로부터 반사된 검사빔은 한 개의 볼록렌즈를 통과한 후 Knife edge에 의하여 광량의 반을 제거하고 검사

Table 1. Optical &amp; physical properties of specimens.

|            | Thermal diffusivity<br>(m <sup>2</sup> /s)<br>at 25°C | Poisson ratio | Thermal conductivity<br>(W/m · K)<br>at 25°C | Reflectivity | Expansion coefficient<br>(1/°C)<br>at 25°C | Absorption coefficient |
|------------|---|---------------|--|--------------|--|------------------------|
| 구리(99.98%) | $11.6 \times 10^{-3}$                                 | 0.35          | 398  | 0.6403       | $16.6 \times 10^{-6}$                      | $70 \times 10^6$       |
| 철(99.90%)  | $2.3 \times 10^{-3}$                                  | 0.28          | 80.3   | 0.6102       | $12.0 \times 10^{-6}$                      | $99 \times 10^6$       |
| 아연(99.80%) | $4.4 \times 10^{-3}$                                  | 0.35          | 113  | 0.747        | $35.0 \times 10^{-6}$                      | $97 \times 10^6$       |

빔의 파장만을 통과시키는 여파기를 통과한 후 또 다른 하나의 볼록렌즈를 지나 실리콘 포토다이오드 검출기로 들어간다.

검출기에서 나온 신호는 증폭기를 거친 후 가열빔의 변조주파수와 동기시켜 Lock-in 증폭기로 측정하였다. 이 때 전원에 의한 잡음을 제거하기 위하여 60Hz와 120Hz의 신호성분을 제거하여 실험에서의 오차를 줄였다. 신호의 크기와 위상차는 분석을 위하여 RS232C 통신프로그램을 이용하여 컴퓨터에 저장한 후 자체 제작한 분석 프로그램을 이용하여 분석하였다.

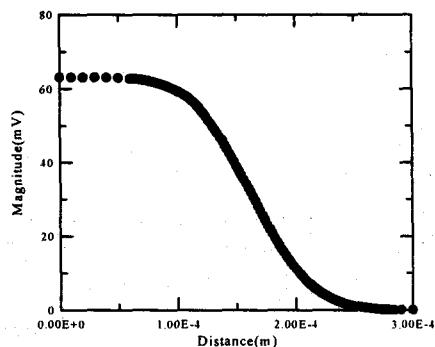
가열빔과 검사빔의 지름은 Knife-edge 방법을 사용하여 결정하였다. 이 방법은 Knife-edge로 빔을 점차적으로 가리면서 광량의 변화를 측정하는 것이다. 이 방법으로 측정한 검출기의 출력은 error 함수의 형태를 가지는데 이것을 미분하면 Gaussian 분포를 얻을 수 있다. 빔의 반경은 Gaussian 분포에서 최대값의  $1/e$ 가 되는 지점까지의 거리이다. 이러한 방법을 통하여 가열빔의 지름은 대략 120 μm 그리고 검사빔의 지름은 55 μm로 조절하였다. Knife-edge 방법을 이용하여 측정한 error 함수 형태의 결과와 이를 미분하여 얻은 Gaussian 분포는 Fig. 3에 나타냈다.

### 3.2 실험방법

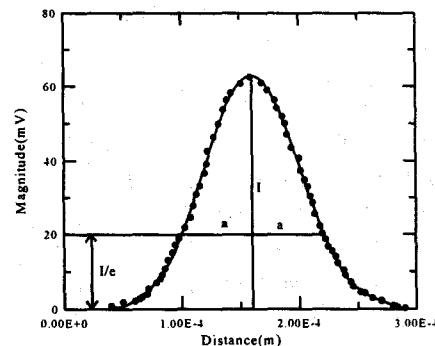
본 연구에서 사용한 시편은 순도가 높은 구리, 철 그리고 아연이며, 물리적 특성과 광학적 특성은 표1에 나타냈다. 모든 시편은 광학적 특성의 국부적인 변화를 줄이기 위하여 알루미늄 분말로 연마하여 경면상태로 만든 후 사용하였다. 시편의 두께는 10 μm의 분해능을 가지는 캘리퍼스를 이용하여 측정하였다.

실험은 검사빔이 가열빔에 의한 변형의 중심선을 따라 이동하도록 상대위치를 조절한 후 변형의 중심선을 따라 두 빔의 상대위치를 0.5 μm 분

해능을 가지는 이송장치를 이용하여 10~100 μm 정도의 간격으로 변화시키면서 수행하였다. 본 연구에서는 열확산계수  $\alpha$  와 가열빔의 변조주파수,  $f$ , 에 의하여 결정되는 열확산길이,  $\mu (= \sqrt{\alpha/\pi f})$ , 를 재료의 두께로 나눈 비를 0.1~1.0 범위에서 0.1 간격으로 가열빔의 변조주파수를 조절하면서 실험을 수행하였다. 실험결과는 한 지점에서 50개 정도의 결과를 취득한 후 최대값과 최소값을 제외한 나머지 결과들을 산술 평균하여 사용하였다.



(a) Profile of error function



(b) Gaussian distribution &amp; diameter of pump beam

Fig. 3 Knife-edge method

#### 4. 결과 및 검토

가열빔의 변조주파수가 113Hz이고 지름이 110  $\mu\text{m}$  그리고 재료의 두께가 1.04 mm일 때, 시편상의 두 빔의 상대위치에 따른 위상은 Fig. 4에 나타냈다. 그림에서 기호는 실험결과를 나타낸 것이고 실선은 식(7)에 의한 결과를 나타내 것으로 두 결과가 잘 일치하는 것을 보인다. 그림에서 두 빔의 상대 위치가 증가함에 따라 위상차는 최소 점까지는 감소하다가 증가한 후 임의의 값에 수렴한다. 본 연구에서는 위상이 최소가 되는 위치를  $p_{\min}$ 이라고 정의하였다. 따라서  $p_{\min}$ 에 영향을 주는 인자들의 영향을 살펴보았다.

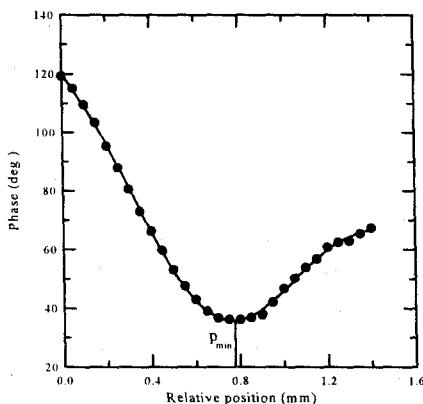


Fig. 4 Phase as a function of relative position.

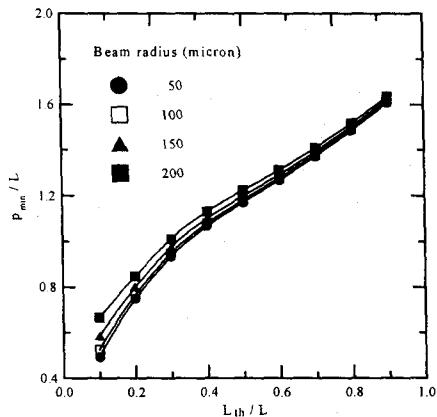


Fig. 5 Normalized minimum position,  $p_{\min}/L$ , versus normalized thermal diffusion length,  $L_{th}/L$ , for different radius of pump beam at thickness of sample  $L=0.7\text{mm}$ .

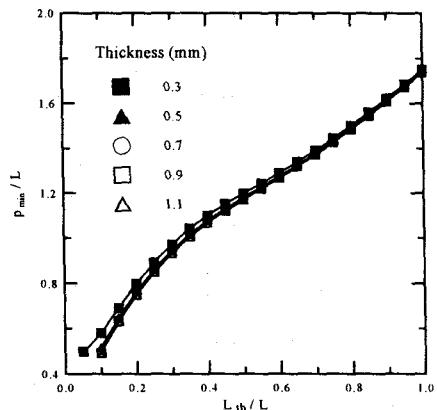


Fig. 6 Normalized minimum position,  $p_{\min}/L$ , versus normalized thermal diffusion length,  $L_{th}/L$ , for different thickness of sample at radius of pump beam  $a=110\text{ }\mu\text{m}$ .

#### 4.1 각 인자들의 영향

위상이 최소가 되는 위치의 거동을 알아보기 위하여 식(7)을 이용하여 재료의 두께와 가열빔의 반경이 일정한 상태에서 변조주파수를 변화시켰다. Fig. 5와 Fig. 6는 식(7)을 이용하여 위상이 최소가 되는 위치를 재료의 두께로 나누어 무차원화시킨  $p_{\min}/L$ 에 대하여 열확산계수와 가열빔의 변조주파수에 관계된 열확산길이를 마찬가지로 재료의 두께로 나누어 무차원화시킨  $L_{th}/L$ 를 나타낸 것이다. 무차원 열확산길이가 증가할수록 가열빔 지름의 영향은 감소하였으며 이러한 경향은 두께에 대해서도 마찬가지로 나타났다. 하지만 가열빔의 자름보다는 재료의 두께가 영향이 작은 것으로 나타났다. 이러한 관계는 재료의 종류에는 관계없이 가열빔의 지름과 재료의 두께가 일정하면 동일하게 나타났다. 따라서 실험에서는 재료의 두께와 가열빔의 지름을 측정하면  $p_{\min}/L$ 과  $L_{th}/L$ 의 관계로부터 열확산계수를 구할 수 있다.

가열빔의 지름이 110  $\mu\text{m}$ 이고 재료의 두께가 0.5~1 mm인 경우에 무차원 최소위상 위치에 따른 무차원 열확산길이의 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{L_{th}}{L} = \sum_{n=0}^5 A_n \left( \frac{p_{\min}}{L} \right)^n \quad (8)$$

Table 2 Comparison of the measured thermal diffusivity and literature value

|    | L(mm) | a(μm) | $\lambda \times 10^7$ | Measured Thermal diffusivity ( $m^2/s \times 10^5$ ) | Literature value <sup>(4)</sup> ( $m^2/s \times 10^5$ ) | Error(%) |
|----|-------|-------|-----------------------|--|---|----------|
| 구리 | 0.82  | 110   | 7.01                  | 11.5   | 11.6  | 1.27     |
| 철  | 1.04  | 110   | 9.86                  | 2.29   | 2.3   | 0.60     |
| 아연 | 0.78  | 110   | 9.77                  | 4.39   | 4.4   | 0.25     |

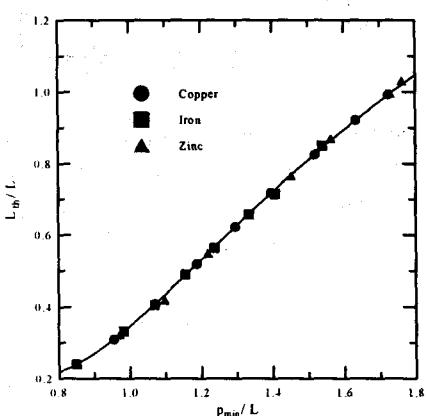


Fig. 7 Comparison of experimental and theoretical result.

식(8)을 열화산길이의 정의로부터 열화산계수에 대한 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\alpha = \pi f L^2 \left[ \sum_{n=0}^5 A_n \left( \frac{\rho_{min}}{L} \right)^n \right]^2 \quad (9)$$

여기서  $A_n$ ( $n=0, 1, \dots, 5$ )은 2.93, -10.29, 13.77, -8.11, 2.29 그리고 -0.25이다. 이러한 계수들은 재료의 두께와 가열빔의 지름에 따라서 변하기 때문에 각각의 조건에 따라 결정하여 사용하는 것이 바람직하다.

#### 4.2 열화산계수의 결정

식(9)를 이용하여 열화산계수를 결정하기 위하여 본 연구에서는 열화산계수가 서로 다른 구리, 철 그리고 아연에 대하여 실험을 수행하였다. 각 재료에 대하여 가열빔의 여러 가지 변조주파수에 대하여 Fig. 4와 같은 결과를 보이는 가열빔과 검사빔의 상태위치에 따른 위상을 측정하였다. 위

상이 최소가 되는 위치는 맞춤곡선을 이용하여 구하였다. 이러한 방법으로 구한  $p_{min}$ 을  $L$ 로 나눈 후 식(9)에 대입하여 열화산계수를 결정하였다.

실험에서  $L_{th}/L$ 가 0.2보다 작은 경우에는 신호의 크기가 작기 때문에 위상이 불안정하게 나타나서 측정이 어려웠다. 그리고  $L_{th}/L$ 가 0.9보다 큰 경우에는 두 빔의 상대위치 변화에 따른 위상의 변화가 너무 작기 때문에 위상이 최소가 되는 위치를 결정하기가 어려웠다. 따라서 본 연구에서는  $L_{th}/L$ 를 0.3에서 0.8까지 0.1씩 6단계로 변화시킨 결과를 이용하여 열화산계수를 결정하였다. 이러한 방법으로 결정한 열화산계수는 참고문헌 [4]에 나타나있는 값들과 비교하였을 때 최대 3% 정도의 오차를 보이는 것을 알 수 있었다. 두께 0.82 mm를 가지는 구리의 경우에 가열빔의 변조주파수는 80Hz에서 568Hz가지였다. Fig. 7은 구리, 철 그리고 아연에 대하여 실험으로부터 구한 결과를 식(9)과 같이 나타낸 것이다. 그럼에서 알 수 있듯이 식(9)는 재료에는 무관함을 알 수 있었고 이론에 의한 결과와 실험결과가 정량적으로 잘 맞고 있음을 알 수 있었다. 이러한 결과는 다른 방법에 비하여 측정방법이 간단하고 정확도도 우수한 것으로 나타났다. 표 2에는 본 연구에서 제시한 방법으로 구한 열화산계수와 참고문헌의 값을 비교하여 나타낸 것이다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 좀 더 간단하고 정확하게 열화산계수를 측정하기 위하여 변형의 위상이 최소가 되는 위치에 영향을 주는 가열빔의 반경과 변조주파수, 재료의 두께 그리고 열화산계수의 관계를 연구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 위상이 최소가 되는 위치와 열화산길이를

재료의 두께로 나누어 무차원화시키면 재료의 종류에 관계없이 동일한 선형적인 관계를 가진다.

(2) 무차원 열확산길이가 증가할수록 가열빔 지름의 영향은 감소하였으며 이러한 경향은 두께에 대해서도 마찬가지로 나타났다. 하지만 가열빔의 자름보다는 재료의 두께가 영향이 작은 것으로 나타났다.

(3) 무차원 열확산길이가 0.3에서 0.8 사이에 있을 때 실험에서 신호가 안정되게 측정되고 위상이 최소가 되는 위치를 결정하는 것이 용이하였다.

(4) 본 연구에서 제시한 열확산계수 측정방법은 다른 방법에 비하여 비교적 간단하며 상대오차 3% 이내에서 정확하게 열확산계수를 결정할 수 있다.

## 후기

본 연구는 아주대학교의 연구비 지원과 서울대학교 터보동력기계 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

## 참고문헌

- (1) Olmstead, M. A., Amer, N. M. and Kohn, S., 1983, J. Appl. phys(A), 141-154.
- (2) Bingcheng, L., Zhaoxin, Z. and Shunhua, H., 1991, Appl. Phys. 24.
- (3) Balageas, D. L., Boscher, D. M., Deon, A. A. and Enguehard, H., 1991, High Temperatures - High Pressure, Vol. 23, 517-528.
- (4) White, F. M., 1988, Heat and Mass transfer, ADDISON WESLEY.