

다단 전류도입선 해석

문정수*, 설승윤**

Study of Multi-Step Current Lead

J. S. Moon, S. Y. Seol

Key Words: High-Tc superconductor(고온초전도체), current lead(전류도입선), safety-factor(안전율), multi-step current lead(다단 전류도입선), critical current density(임계전류밀도)

Abstract

High-Tc superconducting current leads with multi-step and continually varied cross-sectional area are studied to reduce heat leak into cryostat and material use. Assuming conduction-cooled lead, the cross-sectional area is reduced along the heat flow direction according to the increase of critical current density which increases with decreasing temperature. In this study, we also analyze the multi-step cross-sectional area High-Tc current leads. The multi-step current leads changes the cross-sectional area to have constant safety-factor at changed section. The heat leak into cryostat, total volume, safety-factor and the temperature profiles are compared to those of the constant safety-factor current leads. The developed methods are applied to the Bi-2223 superconductor sheathed with Ag-Au alloy.

기호설명

A	cross-sectional area, m^2
a	dimensionless cross-sectional area
I	current, A
J	current density, I/A , A/m^2 ,
k	thermal conductivity, $W/m-K$
L	length of current lead, m
Q	heat leak into cryostat, W
q	dimensionless heat leak, $Q/[k_0(SI/J_{c1})(T_c-T_1)/L]$
S	safety factor, dimensionless, $J_c A/I$
T	Temperature, K
V	Volume of current lead, m^3
v	dimensionless volume, $V/(LSI/J_{c1})$
x	coordinate along current lead, m
Y	integration of thermal conductivity defined by Eq. (11), W/m
y	$Y/[k_0(T_c-T_1)]$
η	dimensionless coordinate, x/L
θ	dimensionless temperature, $(T-T_1)/(T_c-T_1)$

λ dimensionless thermal conductivity,
 k/k_0

1. 서론

초전도체 마그네티에 전류를 공급하는 HTS 전류도입선은 저온부는 액체 헬륨에 접하고 고온부는 액체질소에 의하여 온도가 고정된다. 이용되는 초전도 전류도입선은 대부분 일정 단면적을 가지고 있다.

도입선의 단면적을 저온부로 갈수록 줄인다면 액체헬륨으로 유입되는 열손실을 줄일 수 있기 때문에 이에 대한 연구가 이루어지고 있다. 즉 초전도체의 임계전류는 저온에서 크고 고온에서 작기 때문에 저온부에서는 고온부보다 적은 단면적으로 작동전류를 손실 없이 통과시킬 수 있다. 저온부의 단면적이 줄어든다면 이에 따라 고온부에서 유입되는 전열량도 줄어들게 된다.

상전도체 전류도입선의 경우, 최소 열손실을 갖도록 단면적을 변화시키는 것은, 열전도율과 전기 비저항이 Wiedemann-Franz 법칙에 따라 변화하므로 비효과적이다[1]. Seol[2] 등은 테이프 형태의 PIT(Powder In Tube) HTS 전류도입선에 대한 소손(burn out) 가능성을 검토하였다. Zeimetz[3] 등은 길이가 다른 여러 장의 HTS 테이프를 이용하여 단을 가지는

* 전남대 대학원

** 전남대 공대

HTS 전류도입선을 제안하였다. 서로 다른 길이를 가진 HTS 테이프들을 겹쳐서 전체적으로 테이프 형태의 도입선을 만들 때 각 테이프의 길이를 최적화 시키는 방법을 해석적으로 구하였다. Moon[4]등은 안전율이 일정하도록 HTS 전류도입선의 단면적을 변화시키면 저온부로 갈수록 단면적은 줄어들게 됨을 보였고, 일정단면적인 경우와 비교하여 해석하였다.

본 연구에서는 Fig. 1 (a)와 같이 여러 장의 길이가 다른 일정 단면적 고온 초전도체 테이프로 제작한 다단 HTS 전류도입선과 Fig. 1 (b)와 같이 단면적이 연속적으로 변화하는 HTS 전류도입선을 비교하고자 한다. 다단 도입선의 각 테이프의 길이는 Zeimetz[3]가 제안한 방식으로 각 도입선의 단면적이 변화하는 부분의 안전율이 일정하도록 테이프의 길이를 선택하였고, 연속적으로 변화하는 단면적을 가지는 도입선은 각 위치의 안전율이 일정하도록 단면적을 변화시켰다. 일정 안전율 도입선의 안전율과 동일한 최소 안전율을 가진 다단 도입선을 고려하여 저온부 유입열량, 도입선의 체적, 그리고 온도 분포를 비교 검토하였다.

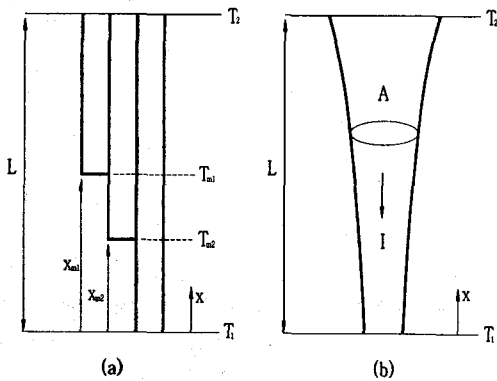


Fig. 1 Schematics of HTS current leads (a) multi-step area with three tapes and (b) variable cross-sectional area.

2. 해석

2.1 일정 안전율을 가지는 HTS 전류도입선 초전도체의 임계 전류 밀도(critical current

density)는 일정 자기장 하에서 온도에 따라 비선형적으로 단조 감소한다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{J_c}{J_{c1}} = (1 - \theta)^n \quad (1)$$

여기서 θ 는 무차원 온도이고 J 는 전류밀도 (I/A)이다. 하첨자 c 는 임계상태를 의미하고 J_{c1} 은 저온부의 온도 T_1 에서의 임계전류밀도이다.

HTS 전류도입선의 안전율 S 는 도입선으로 흐르는 전류 I 에 비하여 초전도체가 저항 없이 통과시킬 수 있는 최대전류 즉 임계전류 $J_c A$ 가 어느 정도 큰지를 나타낸다.

$$S = \frac{J_c A}{I} \quad (2)$$

안전율 S 가 도입선 전 길이에 대하여 일정하도록 하려면 도입선의 단면적이 임계전류밀도의 증가에 따라, 즉 온도가 낮아질수록 다음과 같이 감소해야 한다[4].

$$a = \frac{1}{(1 - \theta)^n} \quad (3)$$

전류도입선의 체적은 다음의 적분식으로 구한다.

$$v = \int_0^{\theta_2} \frac{\lambda}{(1 - \theta)^{2n}} d\theta \Big| \int_0^{\theta_2} \frac{\lambda}{(1 - \theta)^n} d\theta \quad (4)$$

λ 는 k/k_0 로서 고온부의 온도 T_2 에서의 열전도도 k_0 를 기준으로 한 무차원 열전도도이고 θ_2 는 온도 T_2 에 대응하는 무차원 온도이다. 길이 방향으로의 온도분포는 다음과 같다.

$$\int_0^{\theta} \frac{\lambda}{(1 - \theta)^n} d\theta = \eta \int_0^{\theta_2} \frac{\lambda}{(1 - \theta)^n} d\theta \quad (5)$$

전류도입선을 통하여 저온조로 유입되는 열 유입은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$q = \int_0^{\theta_2} \frac{\lambda}{(1-\theta)^n} d\theta \quad (6)$$

일정안전계수를 가지는 전류도입선은 단면적 변화가 곡선 형태로 나타나므로 제작 상 어려움이 따른다. 이를 해결하기 위한 방법으로 다단 형태와 테이퍼 형태의 제작을 고려할 수 있다.

2.2 일정단면적 HTS 테이프를 이용한 설계

Zeimetz[3] 등은 단면적과 임계전류가 일정한 HTS 테이프들을 이용한 전류도입선에 대한 해석을 하였다. 길이가 다른 테이프들을 접합하여 전체적으로 테이퍼 형태가 되도록 하여 앞 절에서 설명한 최적 단면적 분포에 가깝도록 하는 것이다.

길이가 L 인 하나의 테이프를 이용하여 안전을 S 인 도입선으로 사용하려면 단면적은 다음 값이어야 한다.

$$A_o = \frac{SI}{J_{c1}(1-\theta_2)^n} \quad (7)$$

단면적 A_o 가 일정하기 때문에 온도분포, 저온부 유입열량은 쉽게 결정할 수 있다.

길이가 L 과 $L_m (=L-x_m)$ 인 두 개의 테이프를 이용하는 경우, 전체 단면적이 변화하는 부분에서의 안전율이 고온단 (T_2)에서의 안전율과 동일해야 한다.

$$S = \frac{J_c(T_2)(2A_o)}{I} = \frac{J_c(T_m)A_o}{I} \quad (8)$$

A_o 는 테이프 하나의 단면적이다. 위 식과 식 (1)을 이용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{(1-\theta_m)^n}{(1-\theta_2)^n} = 2 \quad (9)$$

식 (9)에 의하여 단이 변화하는 부분의 온도 (T_m)를 구할 수 있다.

전도냉각이므로 각 단에 흐르는 열량은 동일하다. 즉 하나의 테이프로 이루어진 아랫부분은 $kA_o dT/dx=Q$, 두 개의 테이프로 이루어진 위 부분은 $k(2A_o)dT/dx=Q$ 를 이용하여 온도 T_m 의 위치 $x_m (=L-L_m)$ 과 열량 Q 를 구할 수 있다.

$$\eta_m = \frac{x_m}{L} = \frac{Y(T_m)}{2Y(T_2) - Y(T_m)} \quad (10)$$

함수 $Y(T)$ 는 도입선의 열전도도를 T_1 에서 T 까지 적분한 값이다.

$$Y(T) = \int_{T_1}^T k(T) dT \quad (11)$$

$Y(T)$ 를 $k_o(T_c-T_1)$ 으로 무차원화하여 $y(\theta)$ 를 정의한다.

$$y(\theta) = \int_0^\theta \lambda(\theta) d\theta \quad (12)$$

저온단으로 유입되는 열량은 다음 식과 같다.

$$Q = \frac{A_o}{L} [2Y(T_2) - Y(T_m)] \quad (13)$$

위 식을 무차원 열유입량으로 표시하면

$$q = \frac{2y_2 - y_m}{2(1-\theta_2)^n} \quad (14)$$

이다. y_2, y_m 은 각각 $y(\theta_2), y(\theta_m)$ 을 의미한다.

두 개의 테이프를 사용할 경우 전류도입선의 부피는 $V=A_o(L+L_m)$ 으로서 무차원 부피로 표시하면 다음과 같다.

$$v = \frac{2-\eta_m}{2(1-\theta_2)^n} \quad (15)$$

마지막으로 각단의 온도분포는 다음 식으로 구한다.

$$\eta = \frac{y(\theta)}{2y_2 - y_m} \quad \text{for } 0 < \eta < \eta_m \quad (16)$$

$$\eta = \frac{2y(\theta) - y_m}{2y_2 - y_m} \quad \text{for } \eta_m < \eta < 1 \quad (17)$$

이상은 두 개의 테이프를 이용한 설계의 예를 보인 것이지만 여러 장의 테이프를 사용할 때에도 동일한 방식으로 계산할 수 있다.

3단의 경우에 대한 공식을 다음과 같이 정리하였다.

$$S = \frac{J_c(T_2)(3A_o)}{I} = \frac{J_c(T_{m1})(2A_o)}{I} = \frac{J_c(T_{m2})(A_o)}{I} \quad (18)$$

위 식을 이용하여 단이 변하는 곳들의 온도 T_{m1}, T_{m2} 를 구할 수 있다(Fig. 1 (a) 참조). 각 구간별 전열량 Q 는 같아야 한다는 조건으로부터 세 개의 변수 Q, x_{m1}, x_{m2} 를 구할 수 있는 세 개의 방정식을 얻을 수 있다.

$$3A_o(Y_2 - Y_{m1}) = (L - x_{m1})Q$$

$$2A_o(Y_{m1} - Y_{m2}) = (x_{m1} - x_{m2})Q \quad (19)$$

$$A_o Y_{m2} = x_{m2}Q$$

해를 구하고 무차원화하면 다음의 결과를 얻는다. 하첨자 2, m1, m2는 각각 $T=T_2$, T_{m1} , T_{m2} 에서 계산한 값을 의미한다.

$$\eta_{m1} = \frac{2y_{m1} - y_{m2}}{3y_2 - y_{m1} - y_{m2}} \quad (20)$$

$$\eta_{m2} = \frac{y_{m2}}{3y_2 - y_{m1} - y_{m2}}$$

$$q = \frac{3y_2 - y_{m1} - y_{m2}}{3(1 - \theta_2)^n} \quad (21)$$

$$v = \frac{3 - \eta_{m1} - \eta_{m2}}{3(1 - \theta_2)^n} \quad (22)$$

각 단의 온도 분포는 다음과 같다.

$$\eta = \frac{y(\theta)}{3y_2 - y_{m1} - y_{m2}} \quad \text{for } 0 < \eta < \eta_{m2}$$

$$\eta = \frac{2y(\theta) - y_{m2}}{3y_2 - y_{m1} - y_{m2}} \quad \text{for } \eta_{m2} < \eta < \eta_{m1} \quad (23)$$

$$\eta = \frac{3y(\theta) - y_{m1} - y_{m2}}{3y_2 - y_{m1} - y_{m2}} \quad \text{for } \eta_{m1} < \eta < 1$$

3. 계산결과 및 고찰

앞의 해석 부분에서 유도한 방법을 적용하기 위하여 Bi-2223 테이프를 대상으로 하였다. Bi-2223 테이프의 임계전류밀도는 식 (2)에서 지수 n 을 1.4로 보았다[2]. 지수 값 n 이나 함수 형태는 재료에 따라 달라질 것이다. 안정체 (sheath material)는 Ag-Au 합금을 사용한 것으로 보았다. 순수 은(Ag)을 안정체로 사용하는 경우는 은의 높은 열전도도로 말미암아 열손실이 극심하므로 열전도도를 작게 하기 위하여 Ag-Au 합금이 이용되고 있다[5, 6]. Ag-9at.%Au 합금에 대한 열전도도에 대한 실험식 이 참고문헌[5]에 보고되고 있다.

$$k = 0.00377 - 0.0186T + 0.000194T^2 + 0.00951T^3 \quad (24)$$

위 식은 Ag-Au 안정체만의 열전도도이므로

HTS 재료와 복합한 도입선의 열전도도는 안정체 비율을 곱해 주어야 한다. 본 논문에서는 안정체의 비율을 0.75로 보아 계산하였다. 저온부의 온도는 액체헬륨의 온도 4.2 K(T_1), 고온부의 온도는 액체질소의 온도인 77 K(T_2), 그리고 임계온도 T_c 는 100K로 보아 계산하였다. 이상의 온도를 이용하면 $\theta_2=0.76$ 이다.

온도에 따른 열전도도를 적분한 식 (12)를 계산하면 Fig. 2와 같다.

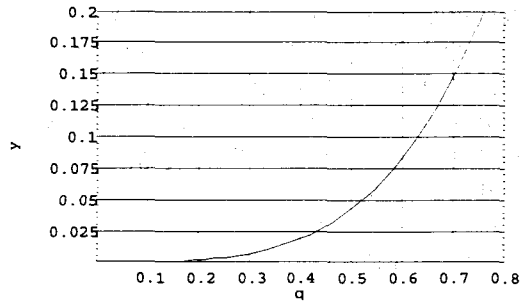


Fig. 2 Integration of thermal conductivity of current lead material.

Fig. 3는 일정단면적을 가지는 도입선과 일정 안전율 S 를 가지는 도입선의 온도분포를 나타낸 것이다. 일정 안전율을 가지는 도입선의 온도분포가 일정 단면적을 가지는 도입선에 비하여 높은 온도분포를 가진다. 다단으로 설계된 도입선의 온도 분포는 이 두 온도 분포 사이에 위치하게 된다.

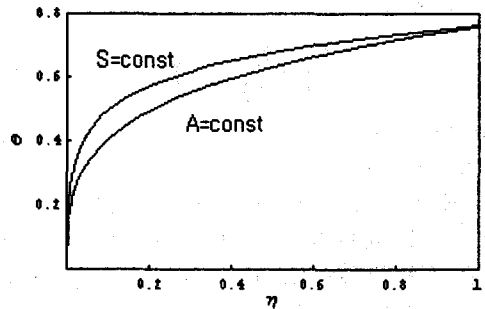


Fig. 3 Temperature profiles for constant cross-sectional area and constant safety factor current leads.

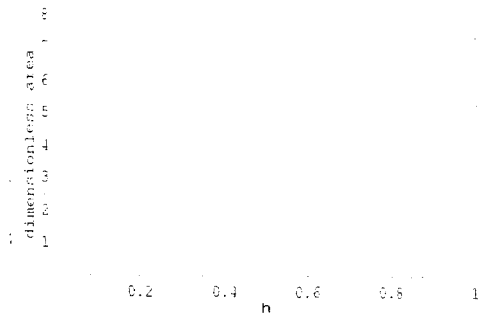


Fig. 4 Cross-sectional area variation for constant cross-sectional area and constant safety factor current leads.

Fig. 4는 일정단면적 도입선과 일정안전율 도입선의 단면적 분포를 구한 것이다. 일정단면적 도입선은 일정안전율 도입선의 고온단의 면적을 저온단까지 유지하고 있다.

일정단면적 도입선의 무차원 체적 v 는 7.37이고 일정안전율을 가지는 도입선의 체적은 식 (4)에 의하여 4.82이다. 즉 일정안전율을 가지는 도입선의 체적은 일정단면적 도입선의 65.4%로서 체적을 최대한 34.6% 까지 줄일 수 있다.

저온부 유입열량 q 를 계산하면 일정단면적의 경우는 1.48, 일정안전율 도입선은 0.84이다. 일정안전율 도입선의 최소 안전율과 동일한 안전율을 가진 일정안전율 도입선은 열손실을 43% 줄일 수 있다.

두 개의 HTS 테이프를 사용하는 경우, 단이 바뀌는 곳의 온도 θ_m 은 식 (9)에 의하여 0.61이 된다. 식 (10)에 의하여 $x_m/L=0.27$, 즉 짧은 테이프의 길이는 $0.73L$ 이다.

식 (14)에 의해 계산한 저온부 유입열량은 1.16으로서 일정단면적 도입선의 1.48보다는 적고 일정안전율 도입선의 0.84보다는 큰 값을 갖는다. 체적을 식 (15)에 의하여 계산하면 6.37로서 역시 일정단면적 도입선(7.37)과 일정안전율 도입선(4.82)의 체적 사이의 값을 가짐을 알 수 있다.

하나의 짧은 테이프를 도입선으로 사용하기 보다 두 개로 나누고 길이를 달리한다면 동일한 최소 안전율을 가지면서 저온부 유입열량은 21.6%, 체적은 13.5% 줄일 수 있음을 보이고 있다.

Fig. 5는 두 개의 테이프를 도입선으로 사용하였을 경우의 온도분포를 나타낸다. Fig. 3의 일정단면적, 일정안전율 온도 분포들 사이에 새로운 온도분포가 굵은 선으로 나타나 있다. 두 개의 테이프와 한 개의 테이프 경계, 즉 $\eta = \eta_m (=0.27)$ 에서 온도 구배가 갑자기 변하는 것을 볼 수 있다.

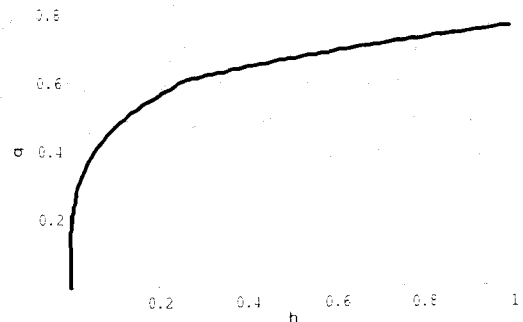


Fig. 5 Temperature distribution of the current lead composed by two HTS tapes (thick line).

다음은 세 개의 HTS 테이프를 이용하여 도입선을 구성한 경우를 살펴보자. 여러 개의 테이프를 결합하여 도입선으로 사용하려면 테이프들을 접합하여야 한다. 단이 바뀌는 곳에서는 접합부로 전류가 흐르게 되므로 Joule 열 발생이 예상된다. 따라서 과도한 개수의 테이프를 사용하기는 어려울 것이다. 본 연구에서는 접합부 저항을 고려하지 않고 있다.

Fig. 1 (a)와 같이 세 개의 테이프를 사용하는 경우 단이 바뀌는 곳의 온도는 식 (18)에 의하여 $\theta_{m1}=0.679$, $\theta_{m2}=0.474$ 이다. 앞에서 설명한 두 개의 테이프를 사용하였을 때 단의 온도는 0.606이었는데 이 온도는 테이프 세 개 사용할 경우 단의 온도들 사이에 위치함을 알 수 있다. 식 (20)에 의하여 각 단의 위치는 $\eta_{m1}=0.524$, $\eta_{m2}=0.079$ 로 계산된다. 즉 최적 테이프의 길이는 1:0.921:0.476의 비를 갖는다. 중간 테이프의 길이가 도입선 전체 길이의 92.1%에 이르고 있다. 저온부 유입열량은 식 (21)에 의하여 1.07이다. 이 값은 테이프 2개를 사용하였을 경우의 값인 1.16 보다 낮은 값으로 도입선 단면적을 세 개로 나눔으로써 얻는 이득이 된

다. 도입선의 체적은 식 (22)에 의하여 5.89인 데 역시 테이프 2개를 사용하였을 경우의 체적 6.37에 비하여 줄어들었음을 알 수 있다.

Fig. 6은 일정단면적 도입선, 일정안전율 도입선, 그리고 2단 및 3단 테이프 도입선의 온도분포를 나타내고 있다. 가장 아래 곡선이 일정단면적 도입선의 온도이고, 가장 위 곡선이 일정안전율 도입선 온도이다. m으로 표시된 중간 선이 2단 도입선의 온도 분포로서 점 m은 단이 바뀌는 곳을 나타낸다. 3단 도입선은 m1과 m2로 표시된 선으로서 점 m1과 m2역시 단이 바뀌는 곳을 의미한다. 단이 많아질수록 온도분포는 일정안전율 온도분포에 가까워짐을 알 수 있다.

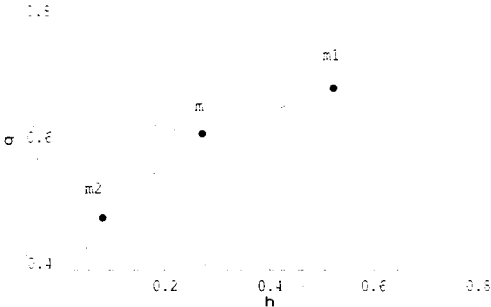


Fig. 6 Temperature profile for constant area(lower), constant safety factor (upper), 2-step(m), and 3-step(m1, m2) HTS current leads.

4. 결론

전도에 의해서 냉각되는 초전도체 전류도입선을 일정안전율을 가지는 경우와 일정단면적을 가지는 경우 그리고 다단으로 제작하였을 경우를 비교하였다. 각 경우에 대하여 온도구배, 저온부 유입열량, 도입선의 체적을 구하였다. 다단 도입선의 온도분포, 유입열량 그리고 체적은 일정단면적 도입선과 일정안전율 도입선의 값들 사이에 위치함을 알 수 있었다. 또한 일정안전율 도입선이 최소의 유입열량과 최소의 도입선 체적을 가짐을 알 수 있다. 초전도 테이프 2개를 이용하여 도입선을 제작한 경우 유입열량이 일정단면적 도입선에 비하여

	저온부 유입열량 q	도입선 체적 v	테이프 길이 비 L_m/L	단의 온도
일정 단면적	1.48	7.37		
2단	1.16 (78%)	6.37 (86%)	0.73	62.6K
3단	1.07 (72%)	5.89 (80%)	0.92 0.48	49.6K 69.2K
일정 안전율	0.84 (57%)	4.82 (65%)		

표 2 일정단면적, 2단, 3단, 일정안전율 HTS 전류도입선 비교

22% 감소하지만 3단 도입선의 경우는 28% 감소에 불과하여 다단 도입선의 한계효과가 감소함을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) Yu. L. Buyanov, "Current leads for use in cryogenic devices. Principle of design and formulae for design calculation," *Cryogenics*, Volume 25, pp. 94-110, 1985.
- (2) S.Y. Seol, J.R. Hull, and M.C. Chyu, "Optimization of High-Temperature Superconductor Current Leads," *IEEE Trans. Magn.* Volume 5, No. 2, pp. 785-788, 1995.
- (3) B. Zeimetz, H.K. Liu, and S.X. Dou "General design formula for tapered, conduction-cooled current lead utilizing high temperature superconducting tapes," *Supercond. Sci. Tech.*, Volume 12, pp. 181-183, 1999.
- (4) J.S. Moon, S.Y. Seol, "Analysis of HTC Current Lead with Variable Area." 2000년도 한국초전도·저온공학회 학술대회 논문집, pp. 22-25, 2000.
- (5) T. Sasaoka, J. Sato, K. Fukushima, M. Okada, M. Endo, Y. Yaegashi, and M. Nagano, "Design and testing of current leads made from Ag-Au sheathed Bi-2223 superconducting wires," *Cryogenics*, Volume 37, pp. 409-415, 1997.
- (6) Hiroyuki Fujishiro, Manabu Ikebe, Koshichi Noto and Michiaki Matsukawa, "Low Thermal Conductive Bi-2223 Tapes Sheathed with Ag-Au Alloys," *IEEE Trans. Magn.* Volume 30, pp. 1645-1650, 1994.