

병렬컴퓨팅을 이용한 터보기계 내부 유동장 해석

이장준*· 김유신*· 이동호*

Analysis of Turbomachinery Internal Flow Using Parallel Computing

Jangjun Yee, Yushin Kim and Dong-Ho Lee

Key Words: K- ω SST Turbulence Modeling, DP-SGS 기법, 병렬처리, MPI(Message Passing Interface), Stator-Rotor Interaction, Patched Algorithm

Abstract

터보머신 내부에 존재하는 정익 - 동익의 상호작용 유동현상을 수치모사 하는 코드를 병렬화 하였다. 정익 - 동익의 상호작용을 해석하는 데에 편리하도록 Multi-Block Grid System을 도입하여 계산영역을 형성하였고, 동익의 움직임으로 인해 발생하는 Sliding Interface부분은 Patched 알고리즘을 적용하여 해석하였다. 정익과 동익의 수를 1대 1로 단순화시켜 수치모사한 결과와 정익과 동익의 수를 실제 조건과 더 비슷하게 설정한 3대 4의 비율로 맞추어 수치모사한 결과를 비교하였다. 또한, 병렬컴퓨팅으로 인해 단축된 계산시간을 다른 연구에서의 계산시간들과 서로 비교하였다. 2차원 비정상 압축성 Navier-Stokes 방정식이 이용되었고, 난류모델링에는 K-w SST 모델링이 적용되었다. Roe의 FDS 기법을 사용하여 플럭스를 계산하였고, MUSCL 기법을 적용하여 3차의 공간정확도를 갖도록 하였다. 시간적분에는 이보성의 DP-SGS를 사용하였다. 해석결과의 분석에는 Time-averaged pressure distribution과 Pressure amplitude distribution 데이터를 사용했다.

1. 서 론

CFD(Computational Fluid Dynamics)를 이용한 터보머신의 해석은 그 대상의 내부형상이 복잡하고, 본질적으로 비정상유동이라는 점에서 매우 어려운 방법으로 알려져 있다. 이러한 비정상특성은 정익과 동익의 상대적인 운동으로 인한 potential 효과, 익형의 뒤편에서 발생하는 vortex shedding등의 여러 복잡한 유동현상의 조합으로 나타나게되고, 더군다나 층류에서 난류로의 주기적인 천이는 유동의 수치계산을 더욱 어렵게 만든다[1].

터보머신의 해석에 따른 계산 시간을 절감하기 위하여 정익-동익의 외형을 계산하기 쉽도록 바꾸어 계산하는 방법이 자주 쓰인다. 본 연구에서 사용한 연구모델은 정익 11개와 동익14개로 이루어

어져 있는데, 이를 모두 계산영역에서 고려한다면 엄청난 계산 시간이 필요하게 된다. 이러한 문제점을 극복하고자, 동익을 실제보다 조금 크게 하는 Rescaling 과정을 통해 정익과 동익 각 1단씩을 계산영역으로 고려하여 수치모사하는 방법이 있다.

최근에 컴퓨터의 비약적인 발전과 더불어 전산 유체역학도 더 복잡하고, 더 다양한 문제로의 접근이 가능해졌다. 특히 벡터 컴퓨터와 같은 슈퍼 컴퓨터의 등장으로 계산 시간을 비약적으로 절감할 수 있게 되었지만, 최근에는 계산할 몫을 여러 대의 프로세서가 나누어 실행하는 병렬컴퓨터가 세계적인 추세로 활용되고 있다. 따라서 터보머신 분야에 병렬컴퓨팅을 도입하여 수치해석을 시도하는 것은 필연적이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 turbomachinery 해석에서 정확한 계산 결과를 얻을 수 있도록 물리적 가정을 최대한 도입하지 않은 알고리즘을 이용하되, 이를 병렬컴퓨터로 구현하여 계산시간을 절감하였다.

* 서울대학교 항공우주공학과

2. 병렬처리 기법과 MPI (Message Passing Interface)

병렬처리기법이란 하나의 프로세서가 아닌 여러 개의 프로세서를 동시에 이용하여 보다 효율적으로 문제를 풀고자 하는 방법을 말한다. 이 기법은 현재 공학 및 과학 계산 분야에서 널리 응용되고 있으며 그 효과가 널리 알려져 있다. 특히 엄청난 기억용량을 요구하는 문제를 해석하고자 할 경우, 단일 CPU를 갖는 시스템에서는 불가능한 경우가 많이 때문에 병렬처리 기법이 반드시 필요하게 된다. [2]

MPI(Message Passing Interface)는 병렬처리 컴퓨터 상의 프로그래밍 기법 중의 Message Passing에 기본을 둔 프로그래밍 방법 중의 하나이다. Message Passing은 이미 여러 가지의 병렬 컴퓨터 상에서 다년간의 시험을 거친 프로그래밍 방법이지만, MPI 기준이 나오기 이전까지는 모든 병렬 컴퓨터 상에서 각기 다른 형태의 프로그래밍 인터페이스를 제공하여 사용자 프로그램의 호환성에 문제가 있었다. 다시 말해서, 동일하거나 비슷한 작업을 수행하는 library routine들의 명칭과 문법이 컴퓨터마다 달랐던 것이다. 이러한 문제점을 인식하고 일련의 병렬컴퓨터 사용자, 연구자, 그리고 병렬컴퓨터 제작자들이 모여서 병렬컴퓨터 상의 Message Passing 프로그래밍에 일정한 syntax와 interface를 마련하고자 Message Passing Interface Forum을 결성하고 수년간 노력한 결과 1994년에 제정한 것이 Message Passing Interface(Version 1.0)이다.[3]

3. 수치해법

본 연구에서는 2차원 비정상 압축성 Navier - Stokes 방정식을 사용하였다. 공간 이산화 방법으로 임의의 제어 체적(control volume)에 대하여 적분형 보존방정식(integral conservation law)을 적용함으로써 물리적 변수들이 격자의 형태에 크게 구애를 받지 않는 유한 체적법(finite volume method)이 사용되었으며, 격자 경계를 출입하는 플럭스 항에 대해서는 풍상차분법(Upwind difference method)의 일종인 Roe의 플럭스 분할 기법을 사용하였다. 시간각분에 있어서는 이보성의 DP - SGS기법[4]을 사용하였다. 또한, 난류모

델링에 있어서는 K-w SST 모델을 사용하였다.

본 연구에서는 유입조건이 아음속 영역에 속하는 문제이므로 교란이 유동흐름의 반대방향으로 전파될 수 있다. 따라서 유입경계면에서 유동의 양쪽방향 파동을 고려할 수 있도록 Characteristic boundary condition을 적용하였다. 또한 유출류 경계에서는 밖으로 향하는 교란이 경계에서 반사하지 않도록 국소적으로 1차로 가정한 파동방정식을 이용한 무반사 경계조건(non - reflecting boundary condition)을 사용하였다. 정익과 동익의 표면에서는 점착 조건(no slip condition)을 주었고, 정익과 동익의 상대운동으로 인해 발생하는 경계면은 Patched 경계격자를 사용하였다. 이 외에도 병렬처리의 특성상 내부 경계면이 발생하게 된다.

4. 병렬 처리 해석에서의 계산 격자계 및 영역분할

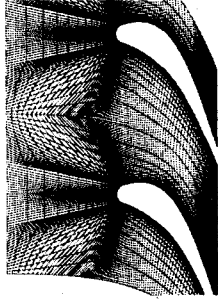
4.1 계산 격자계

터보기계의 유동해석 시에 H-type 격자는 상당히 일반적으로 사용된다. 이는 격자의 형성이 쉽고, 3차원으로의 확장과 계산과정이 용이해 많이 쓰이지만, 익렬의 앞전과 뒷전의 격자형태가 좋지 않아 앞전과 뒷전 유동을 기술하는데 좋지 않고 후류를 모사하기 위해 하류(downstream)에 격자를 필요이상으로 많이 배치시켜야 하는 단점이 있다. 또한, 앞전에서 격자의 찌그러짐에 의한 절삭오차로 인해 익렬 표면상에서 추가로 엔트로피가 발생하여 하류로 전파된다.

한편 Multi-block H-type Grid System은 1-block H-type Grid System에 비하여, 전 영역에서 격자의 수직성이 개선되었다. 따라서, 더 정확한 수치해석 결과가 기대된다. 하지만, 본 연구에서는 병렬처리를 도입한 수치해석 결과가 필요하다. 정익과 동익 사이의 직선 Patched Grid 외에 정익과 동익 사이, 동익과 동익 사이에서 Patched Grid가 발생한다면, 그에 따라 다시 새로운 부영역(sub-domain)들이 발생될 뿐만 아니라, Patched 면을 전후해서 1:1의 데이터 교환이 불가능해지고, 결과적으로 다양한 조건에서 활용될 수 있는 해석코드의 개발이 매우 난해해진다.

따라서 본 연구에서는 Multi-block H - type Grid System<그림1>을 도입하되, 정익과 동익 사

이, 동익과 동익 사이에서 Patched Grid 가 발생 되지 않도록 하였다. Multi-block H-type Grid System 에서는 일부 영역에서의 격자의 찌그러짐 은 감수하면서, 1-block H-type Grid System 보다는 격자의 수직성을 개선시키고, Patched Multi-block Grid System 보다는 해석코드 작성의 편리함을 지니게 된다.



<그림1> 계산격자제

4.2 Patched 경계조건 처리

Patched 격자기법에서는 각각의 영역이 공통의 경계(patch boundaries)에 의하여 분할되며, 이러한 경계면에서의 격자점들은 수치적 안정성, 해의 정확성, patch 경계를 통한 유동변수의 보존 등 요구조건을 만족시키도록 적절히 분포되어야 한다.

본 연구에서 사용한 Interface Algorithm은 다음의 식을 따른다. 2차원의 경우 블럭간의 경계면은 하나의 선으로 나타난다. 영역 1의 유량을 영역 2의 유량으로부터 구하려 하는 경우, 영역 2의 유량을 $Q_m^{(2)}$ 라고 할 때 $Q_j^{(1)}$ 을 구하기 위하여 $Q_m^{(2)}$ 를 영역 1의 격자에 투영시킨다. 그러므로 영역 1의 유량은 다음과 같다.

$$Q_j^{(1)} = \sum_m Q_m^{(2)} N_j^m$$

$$N_j^m = \begin{cases} 0 & \text{if } y_{m+1/2} < y_{j-1/2} \\ 0 & \text{if } y_{m-1/2} > y_{j+1/2} \\ A & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{\Delta y_j} \int_{\max(y_{m-1/2}, y_{j-1/2})}^{\min(y_{m+1/2}, y_{j+1/2})} dy$$

$$0 \leq N_j^m \leq 1$$

여기서 N_j^m 은 내삽계수라고 불리며 cell m 이 cell j에 투영될 때 생기는 상대적 면적이다. 즉 유량은 다음 식과 같이 보존된다.

$$\sum_j Q_j^{(1)} \Delta y_j = \sum_m Q_m^{(2)} \Delta y_m$$

$$\sum_j N_j^m \Delta y_j = \Delta y_m = y_{m+1/2} - y_{m-1/2}$$

4.3 내부경계조건 처리

부영역을 다시 프로세서의 개수로 나누면서 원래의 격자계에서는 경계가 아니었던 곳이 경계로 형성되며 각 프로세서는 겹침 영역(overlap region)을 갖게 된다. 예를 들어 부영역을 가로 방향으로 2개로 분할하였을 때 왼쪽 프로세서의 imax(가장 오른쪽에 위치한 데이터)와 오른쪽 프로세서의 imin(가장 왼쪽에 위치한 데이터) 부분의 겹침 영역이 내부 경계가 되는 것이다.

이러한 내부 경계는 별도의 서브루틴을 통해서 처리된다. 왼쪽 프로세서의 imax와 오른쪽 프로세서의 imin이 서로 만나게 되는데, 이 경우 왼쪽 프로세서의 imax 부근에서 계산된 유동 정보가 오른쪽 프로세서의 imin 내부 경계로, 오른쪽 프로세서의 imin 부근에서 계산된 유동 정보가 왼쪽 프로세서의 imax 내부 경계로 전달되던 된다. 여기서 한가지 주의할 점은 내부 경계면은 원래 순차적 프로그램에서 고차의 공간정확도로 계산되던 곳이므로 마찬가지로 고차의 공간정확도로 계산될 수 있도록 경계조건이 적용되어야 한다는 것이다. 본 연구의 수치해석에서는 3차의 공간정확도를 갖추므로, 주고받는 데이터가 2줄의 가상 cell 에 저장되어야 한다.

5. 결과 및 분석

5.1 연구모델

본 연구에서는 1982년에 United Technologies에서 실험되어진 Large-Scale Rotating Rig (LSRR) Turbine을 연구모델로 삼았다.[5] LSRR 터빈은 22개의 정익 에어포일과 28개의 동익 에어포일로 구성되어 있다. 이 실험의 결과 중에서는 정익-동익의 간격이 익형 시위의 15%인 경우를 수치모

사 대상으로 삼았다. 에어포일의 형상과 실험조건은 다음의 <표1>에 명시하였다.

<표1> Airfoil Geometry and Nominal Operating Conditions [5]

Parameter	Stator vane	Rotor blade
Number	22.0	28.0
Cx(ins)	5.93	6.34
(τ/Cx)	1.30	0.96
Span(ins)	6.00	6.00
Stagger angle(deg)	49.5	32.7
(Span/ Cx)	1.01	0.95
Inlet flow angle(deg)	90.0	40.0
Exit flow angle(deg)	22.5	25.5
Re(Cx, U ₂ , or W ₂)	5.9 * e5	5.5 * e5

☆ All conditions and dimensions quoted are at midspan ($r_m = 27$ in)

정익렬 22개의 에어포일과 동익렬 28개의 에어포일간의 상호작용을 해석함에 있어서 11개의 정익과 14개의 동익을 모두 고려하여 수치해석하기 위해서는 아주 많은 계산 시간을 필요로 하게 된다. 따라서, 에어포일 수를 감소시키기 위해서 많은 경우 **rescaling** 과정을 수행한다. Rescaling 과정이란 동익이나 정익을 피치 대 시위비를 유지하면서 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 에어포일 수를 줄이는 것을 말한다. 본 연구모델의 경우에는 동익을 28/22배로 확대시키면 정익의 피치와 동익의 피치의 길이가 같아져서 정익 에어포일 한 개와 동익 에어포일 한 개의 상호작용을 수치모사할 수 있게 되는 것이다.

본 연구에서는 **rescaling** 과정을 통한 정익 에어포일 한 개와 동익 에어포일 한 개의 상호작용을 수치모사하였으며, 원래의 모델에 1대 1의 경우보다 더 비슷한 비율인 정익 에어포일 3개와 동익 에어포일 4개의 상호작용을 수치모사하여 서로 비교하였다.

5.2 1대 1의 경우 해석을 수행한 결과

동익 에어포일을 28/22배하여 정익 한 개의 에어포일과 동익 한 개의 에어포일의 상호작용을 수치모사하는 것은 계산시간의 절감을 위하여 많은 경우에 사용되는 방법이다.

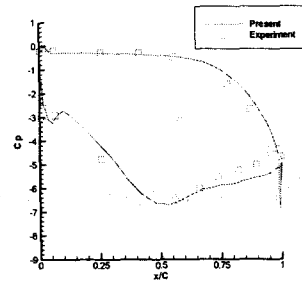
수치계산은 일정한 시간간격(0.0145)으로 수행되었고, 초기의 과도현상(transient)을 없애서 시간

에 따라 주기적인 해를 얻기 위해서 5주기 이상까지 계산하였다. 입구에서 지정된 리만 불변량은 종속변수들을 사용하여 결정하였고 동익의 속도 ω 는 유동계수(flow coefficient)와 입구의 축방향 속도 u_∞ 로부터 결정한다.

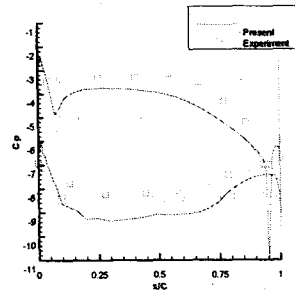
$$\text{flow coefficient} = \frac{u_\infty}{\omega} = 0.78$$

축방향속도 u_∞ 는 실험조건과 같이 0.07로 주었고 유동계수 관계식으로부터 동익의 속도를 정하였다. 유동장은 정익의 시위를 기준으로 무차원화하여 레이놀즈수는 $2.37 \cdot e5$ 이 되었다.

아래의 <그림2> 와 <그림3>은 각각 정익과 동익 표면의 시간평균 압력분포를 나타내고 있다.



<그림2> Time-averaged pressure distribution on the stator

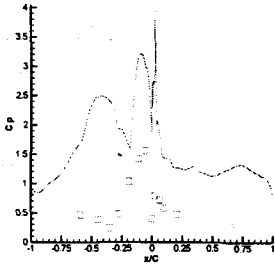


<그림3> Time-averaged pressure distribution on the rotor

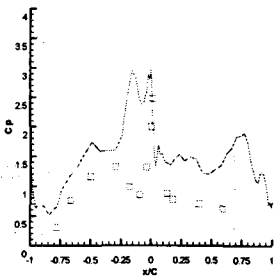
여기서 시간 평균 압력계수 C_p 는 다음과 같이 정의된다.

$$C_p = \frac{p_{avg} - (p_i)_{inlet}}{\frac{1}{2} \rho_{inlet} \omega^2}$$

여기서 p_{avg} 는 한 주기동안에 평균을 취한 정압(static pressure)이고, $(p_t)_{inlet}$ 은 입구에서의 정체압력의 평균치이다. 그리고 ρ_{inlet} 은 입구에서의 평균밀도이다. 시간 평균 압력 계수는 유동장에서 익형에 미치는 압력의 평균분포로서 유동장의 정적인(static) 특성을 보여준다. 두 그림을 살펴보면 정익의 표면 시간평균압력은 대체로 실험치와 일치함을 보여준다. 그러나, 동익의 경우는 실험치와 상이한 결과를 보인다.



<그림4> Pressure amplitude distribution on the stator



<그림5> Pressure amplitude distribution on the rotor

<그림4> 와 <그림5>은 각각 정익과 동익의 비정상 표면 압력을 나타내고 있다. 여기서 비정상 압력 $\overline{C_p}$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\overline{C_p} = \frac{p_{max} - p_{min}}{\frac{1}{2} \rho_{inlet} U^2}$$

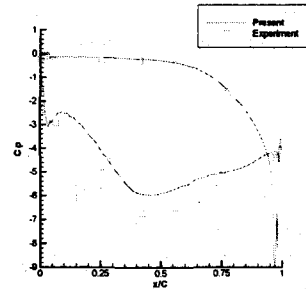
여기서 p_{max} 와 p_{min} 는 에어포일의 한 지점에서 한 주기동안 발생하는 압력의 최대치와 최소치이다. 비정상 압력계수는 한 주기 동안 익형의

한 지점에 미치는 최대압력과 최소압력의 차이로서 유동장의 동적인(dynamic) 특성을 보여준다.

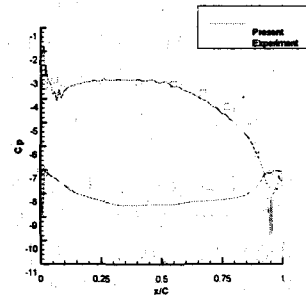
두 그림에서 알 수 있듯이 이 경우에 정익과 동익의 비정상 표면 압력 계수는 정성적으로 실험결과와 부합하지만 정량적인 측면에서는 미흡하다고 할 수 있다.

5.3 3대4의 경우 해석을 수행한 결과

다음의 <그림6>과 <그림7>은 각각 정익과 동익에서의 시간평균압력계수를 나타낸 값이다. 정익 3개와 동익 4개에서의 값을 각각 구한 후에 평균을 취하였다.



<그림6> Time - averaged pressure distribution on the stator

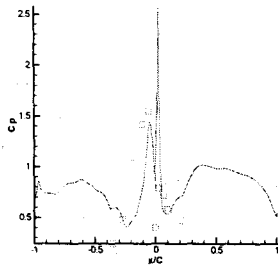


<그림7> Time - averaged pressure distribution on the rotor

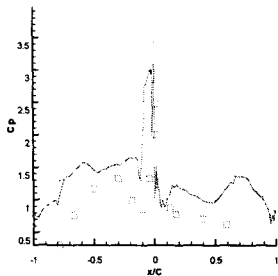
위의 <그림6>과 <그림7>을 살펴보면, 정익의 경우 데이터값은 Case1(1:1의 경우)과 크게 다른 점은 보이지 않는데 반하여, 동익의 경우 데이터값은 Case1과 상당한 차이를 보여주고 있다. 이것은 미리 예상했듯이 Case1에서는 동익의 rescaling 과정을 통하여 실제보다 훨씬 큰 형상으로 해석을 시도하여 실제 실험 값과 많은 차이를

낸 것으로 보인다. 반면에 Case2(3:4의 경우)에서는 실제에 훨씬 가까운 형상으로 해석을 수행하여, 실험 값과 잘 일치함을 보이고 있다.

다음의 <그림8>과 <그림9>은 각각 Case2 에서의 정익과 동익의 비정상 압력분포를 보여주고 있다. 두 그림을 살펴보면 Case2의 경우가 Case1의 경우에 비해서 비정상압력 계수도 훨씬 잘 예측함을 알 수 있다. 전체적으로 Case1에서의 비정상압력계수들은 Case2에 비하여 큰 값을 나타내고 있는데, 이것은 동익의 피치가 Case2에서보다 훨씬 커서 동익의 익렬 사이에 압력과의 유입과 전파가 보다 장시간 지속되는 것으로 계산되기 때문이다.



<그림8> Pressure amplitude distribution on the stator



<그림9> Pressure amplitude distribution on the rotor

결과적으로 case1과 case2를 비교한 결과, blade rescaling을 통한 정익-동익 상호작용의 해석은 정성적으로 잘 일치하는 편이지만, 좀 더 정확한 수치모사를 위해서는 실제 모양에 더 가까운 다수의 정익-동익 수치모사가 필요함을 알 수 있다.

5.4 계산시간의 비교

<표2> LSRR 터빈익렬을 모델로 삼은 연구들

Author	Blade	Processor	Grid	Time (/ 1 cycle)
Daniel[6]	3:4	1	70862	1.5 * e6
Choi[7]	1:1	1(Cray J90)	13467	6.2 * e3
Present	1:1	32(Cray T3E)	16705	4.0 * e3
Present	3:4	32(Cray T3E)	49601	4.2 * e4

Large-Scale Rotating Rig(LSRR)을 모델로 삼고 있는 기존의 연구들과 계산시간을 비교하였다. LSRR 터빈익렬은 3차원으로 실험되어졌기 때문에, 2차원 Unsteady fully coupled blade row의 형태로 수치해석을 수행한 결과를 가진 연구들만을 비교대상으로 삼았다.

위의 연구들을 하나씩 비교하여 정량적인 시간의 단축을 측정하기는 힘들다. 각각의 사용 프세서가 다르고, 수치기법이 다르기 때문이다. 다만, 병렬컴퓨팅을 구현함으로써 원하는 시간만큼 계산시간을 단축시킬 수 있게 되었음은 확실하다.

위의 <표2>를 살펴보면, Choi(1998)의 연구가 1개의 프로세서를 사용하면서도, 본 연구에서 32개의 프로세서를 사용했을 때와 비슷한 계산시간을 소비하는 것을 알 수 있는데, 이는 Cray J-90의 프로세서가 훨씬 나은 성능을 지녔을 뿐만 아니라, 수치기법상 국소시간 간격, residual smoothing, 다중격자법 등의 수렴성을 가속시키기 위한 연구가 있었기 때문이다. 따라서 본 연구에 더하여져서 이러한 연구가 병렬컴퓨팅으로 구현된다면, 현재의 계산시간보다 훨씬 적은 시간에 수치해석을 수행할 수 있게 될 것이다.

위의 <표2>에서 3대4의 비율로 계산한 결과가 1대1의 비율로 계산한 결과에 비해서 계산격자수가 3배임에도 불구하고, 계산시간은 10배가 됨을 확인할 수 있다. 이것은 격자수의 증가로 인한 1회 iteration당 시간의 증가와, 같은 residual drop에 대한 수렴 시간의 증가가 원인이 될 수 있다. 또한, 3대4의 계산에서 동익의 입장에서 본다면, 3개의 정익을 지나게 되었을 때가 1주기로 계산됨으로 이에 따른 계산 분모의 증가가 복합적으로 작용한 결과이다.

한 가지 제기하고 싶은 문제점은 많은 연구에서 사용했던 scaled-up 가정의 타당성이다. 최창호

[7] 등이 수행한 수치해석 결과를 살펴보면 1대1의 scaled-up 가정을 사용했음에도 본 연구에서보다 더 실험결과와 일치하는 결과를 보였다. 또한, 김선태[18]의 수치해석결과도 scaled-up 가정의 타당성을 보이고 있다. 따라서, 이 가정이 틀렸다고는 볼 수 없다. 다만, 앞선 연구들이 본 연구에서보다 더 높은 정확도를 갖는 결과를 보인 것은 결국 격자형성방법의 차이에 따른 것으로 보여진다. 해의 정확도를 높이기 위해서는 계산 격자에서 개선이 이루어져야 하는데, 본 논문에서는 병렬컴퓨팅의 도입으로 그 부분이 난해한 문제로 남았던 것이다. 양질의 격자를 사용하면서 동시에 병렬컴퓨팅을 구현하려면 정익-동익 상호작용 해석에서 더 나은 격자계를 병렬컴퓨팅에 적용시키는 연구가 추가로 이루어져야 할 것이다.

또한 한 가지 분명한 사실은 같은 유형의 격자계에서, 다시 말하면 같은 조건에서는 scaled-up의 가정을 사용한 경우가 실제의 블레이드 수를 고려한 경우보다 더 정확하지 못하다는 것이다. 이는 블레이드의 rescaling을 통해 계산 시간을 절감하는 방법이 해의 정확도에 있어서는 한계를 지니고 있다는 사실을 말해준다.

6. 결 론

광대한 계산시간이 요구되는 터보머신 해석분야에 병렬컴퓨팅을 도입하였다. 병렬처리에 편리한 격자를 형성하고, Patched 알고리즘을 도입하여 정익 - 동익 상호작용 유동장을 해석하였다. 많은 계산 시간을 필요로 하는 다수 정익과 다수 동익 사이의 상호작용 해석을 수행하였다. 계산 시간 절감을 위하여 많은 경우에 사용되는 블레이드의 rescaling 방법은 정확한 수치모사를 하는데 한계를 지니고 있음을 밝혔다. 향후에는 수렴성을 가속시키기 위한 수치기법과 해의 정확성을 높이기 위한 양질 격자계의 형성을 병렬컴퓨팅으로 구현하기 위한 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] 김선태, "터보기계내의 정익/동익 상호작용 수치해석을 위한 다중영역 격자기법연구", 서울대학교 대학원 항공우주공학과 공학박사학위논문. 1996. 8.
- [2] 김재훈, "다중 블록 격자계에서의 효율적인 병렬계산을 위한 다중 분할 기법의 구현", 서울대학교 대학원 항공우주공학과 공학석사학위논문. 1999. 2.
- [3] 김세용, "병렬프로그래밍 기초 및 MPI 소개", 병렬프로그래밍 Workshop proceedings, 한국전산유체공학회 · SERI 슈퍼컴퓨터센터, 1998
- [4] 이보성, 이동호, "MPP에서의 효율적 분산처리를 위한 Data Parallel Symmetric Gauss-Seidel 알고리즘", 한국항공우주학회지 제26권 제2호, 1998
- [5] Dring R. P., Joslyn H. D., Hardin L.W., and Wagner J. H., "Turbine Rotor-Stator Interaction", Journal of Engineering for Power, Vol.104, pp.729-742, 1982
- [6] Daniel J. Dorney, Roger L. Davis and Om P. Sharma, "Unsteady Multistage Analysis Using a Loosely Coupled Blade Row Approach", Journal of propulsion and power, March-April 1996
- [7] 최창호, 유정열, "저레이놀즈수 난류모형을 사용한 정익-동익 상호작용 해석", 대한기계학회논문집 B권, 제23권 제10호, p.1229-1239, 1999