

정사각덕트의 코너부에서 이차유동 특성

정정무* · 김지환* · 유영태**

A Characteristics of a Secondary flow in a Corner Section of Square Duct

J. M. Joung, J. H. Kim and Y. T. Yoo

Key Words: Corner section, square duct, turbulence flow, 5-hole pitot tube

Abstract

Heat engine and fluid machinery in the plant have to linked with various ducts network and the corresponding design have to be concerned about effectiveness and stability of system of plant. To optimum control and design system concerning stability, economization, operating effectiveness, we have to exact analysis flow properties of a duct applying to fluid machinery, heat exchanger, cooling machine, air conditioning equipment. Therefore, it is necessary to research the duct, heat transfer equipment, for increasing overall effectiveness of air conditioning system by suggesting basic data of the duct resulting from organic research. So we can contribute to technical development of the duct.

In case of speeding up the flow rate of the duct, lots of wave velocity components are occurred, the value of boundary layer resulting from developing the boundary layer at both walls of duct.

기호설명

- a : Pipe radius (m)
- p : Pressure (N/m^2)
- ω : Angular velocity (rad/s)
- η : Average Vortex component in y -axis
- ζ : Average Vortex component in y -axis
- : Time Average Value
- V : Secondary flow velocity component in y' -axis
- $\overline{uw'}$: Reynolds shear stress component in x, y' plan
- $\overline{uw''}$: Reynolds shear stress component in x, z' plan

1. 서 론

산업발달에 따라 기계설비에 대한 정밀화·자

동화·고성능화가 가속되어지고, 에너지 문제가 대두됨에 따라 건축물에서의 에너지의 효율적인 이용이 중요한 관심의 대상이 되고 있다. 적당량의 송풍량과 기류를 유지하기 위해서는 기계적 수법의 부담을 감소시키면서도 이에 상응하는 안정성, 경제성, 운전 효율을 고려한 최적 설계 및 제어를 하기 위해 공기조화설비, 열교환기, 냉각장치, 유체기계 등의 운반장치로 구성되는 정사각덕트의 유동특성은 실용적인 면과 학문적인 면에서 측면에서 많은 관심을 불러일으키고 있으며 그 연구의 필요성이 더욱 강조되고 있는 실정이다. 선행연구자들은 2차 유동을 발생시킬 수 있게 정사각 덕트나 직사각 단면 덕트, 90° 분기관을 제작하여 유동특성을 실험하였다.^(1,2) Nikuradse는 덕트중심에서 코너쪽으로 향하는 2차원 유동 결과로 축방향 평균속도 분포가 코너부근에서 바깥쪽으로 부풀린다는 것을 알았다^(4,5). Fugita와 Hirota는 6개의 레이놀드 응력뿐만 아니라 3개의 속도성분 측정하였고⁽³⁾, Youg와 Yuen은 축방향 와도성분에 대한 전달방정식 해석으로부터 2차 유동 속도는 덕트 단면에서 레이놀드 응력구배 때문에 생기는 것을 규명하였다⁽⁶⁾.

* 조선대학교 대학원

** 조선대학교 기계공학부

2. 理論解析

사각덕트의 직관 코너부에서 덕트코너 벽면을 따라 흐르는 풍속의 충돌로 와류가 발생하며 운동량이 손실되어 코너부에 분진이 쌓여 오염될 수 있다. 그러므로 이 운동량의 변화를 연구하기 위하여 덕트내의 유동속도 분포해석을 하였으며, 본 연구에 사용한 좌표계는 Fig. 1과 같이 직교좌표계(coordinate system)를 설정하여 x, y, z 의 축 방향의 속도분포를 U, V, W 라 하였다.

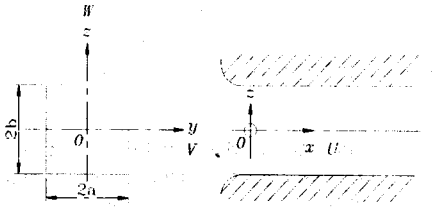


Fig. 1 coordinate system

덕트내의 유동속도가 빠르지 않기 때문에 비압축성이고 온도변화가 작은 공기의 점성계수는 일정하다고 가정하였다. 본 연구에서는 지배방정식을 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식을 이론해석에 이용하였다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

운동하는 유체와 정지하고 있는 유체 사이에 압력차가 존재한다면 중력장인 물체력 (f_x, f_y, f_z)은 무시할 수 있기 때문에 운동량 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

레이놀즈 응력성분은 모두 크기가 같다고 가정하고 점성저층 외부에 적용되는 레이놀즈 응력 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = - \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\partial \overline{vw}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial z} \quad (6)$$

Fig. 2 에서 보는 바와 같이 횡방향 레이놀즈 방정식 AB와 BC같은 행로를 적분한다면, 식 (5)와 식 (6)을 간략하게 하기 보다는 아래식과 같이 확장하여 고려할 필요가 있다.

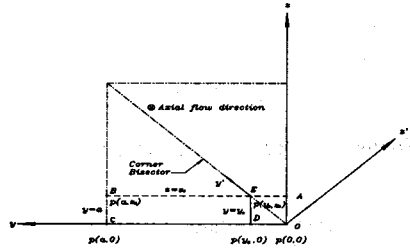


Fig. 2 Static pressure at end-point of selected paths of integration

$$\frac{\partial p}{\partial y} = - \rho \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} - \rho \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \rho \frac{\partial \overline{vw}}{\partial y} - \rho \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) \quad (8)$$

이 행로는 경계를 이루는 벽면으로부터 시작하여 점성저층을 지나 경계층의 외부에서 끝나기 때문이다. 그리고 식 (7)과 식 (8)이 경로 AB와 BC를 따라 적분된다면 덕트의 대칭에 의해서 $p(0, z_0) = p(y_0, 0)$ 이다. 압력차 $p(a, 0) - p(y_0, 0)$ 는 다음과 같으며 (a, z_0) 에서 계산한 점성항 $\mu \partial V / \partial y$ 와 $\mu \partial W / \partial z$ 은 없어진다.

$$\begin{aligned} p(a, 0) - p(y_0, 0) &= \rho \overline{w^2}(a, z_0) + \rho \overline{v^2}(a, z_0) + \rho \int_0^{z_0} \left(\frac{\partial \overline{vw}}{\partial y} \right)_{y=a} dz \\ &\quad - \rho \int_0^a \left(\frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} \right)_{z=z_0} dy + \mu \int_0^a \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)_{z=z_0} dy - \mu \int_0^{z_0} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_{y=a} dz \\ &\quad - \mu \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)_{0, z_0} + \mu \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)_{a, 0} \end{aligned} \quad (9)$$

또 다른 방법으로는 경로 CD를 따라 식 (7)을 적분하면 $(a, 0)$ 와 $(y_0, 0)$ 에서 계산한 $\mu \partial V / \partial y$ 항은 벽면 $z=0$ 를 따라 $V=0$ 이므로 생략되어 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p(a, 0) - p(y_0, 0) &= - \rho \int_{y_0}^a \left(\frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} \right)_{z=0} dy + \mu \int_{y_0}^a \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)_{z=0} dy \end{aligned} \quad (10)$$

식 (9)와 식 (10)은 압력차 $p(a, 0) - p(y_0, 0)$ 에 대한 선택적인 식이고 서로 상호간에 성립하는 식이며, $\rho \bar{w}^2(a, z_0) - \rho \bar{v}^2(a, z_0)$ 와 같고, $0 < z_0 < a$ 사이에서는 $\bar{w}^2(a, z_0) < \bar{v}^2(a, z_0)$ 이기 때문에 0은 아니다. $p(y_0, z_0)$ 에 대한 다른 식으로는 행로 DE를 따라 식 (6)을 적분하여 계산하였는데 이 때는 이 행로를 따라 $\partial \bar{vw} / \partial y \approx 0$ 으로 가정하였다. 또한 모든 레이놀즈 응력성분의 크기에 대한 차수는 같고, η 와 ξ 는 y 와 z 축방향에서 평균와류성분이라고 하면 와류방정식은 다음과 같다.

$$0 = \frac{\partial^2 \bar{v}^2}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \bar{w}^2}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{vw}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \bar{vw}}{\partial y^2} \quad (11)$$

$$U \frac{\partial \eta}{\partial x} + V \frac{\partial \eta}{\partial y} + W \frac{\partial \eta}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) + \eta \frac{\partial V}{\partial y} + \xi \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial^2 \bar{uv}}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \bar{uw}}{\partial z^2} \quad (12)$$

$$U \frac{\partial \xi}{\partial x} + V \frac{\partial \xi}{\partial y} + W \frac{\partial \xi}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right) + \xi \frac{\partial W}{\partial y} + \xi \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial^2 \bar{uw}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{uv}}{\partial y^2} \quad (13)$$

식(11)을 수정하여 평균와류의 ξ 성분에 대해서도 다음과 같이 적용할 수 있다.

$$U \frac{\partial \xi}{\partial x} + V \frac{\partial \xi}{\partial y} + W \frac{\partial \xi}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right) + \xi \frac{\partial U}{\partial x} + \eta \frac{\partial V}{\partial y} + \xi \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \bar{uv}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{uw}}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{v}^2 - \bar{w}^2) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \bar{vw} \quad (14)$$

위 식에서 $\xi = \partial W / \partial y - \partial V / \partial z$ 이고 $\eta = \partial U / \partial z - \partial W / \partial x$ 이며 $\xi = \partial V / \partial x - \partial U / \partial y$ 이다. 횡방향 유동은 2차유동에 의하여 난류 운동에너지의 대류 전달현상을 나타낸다. 2차유동의 원인을 알기 위하여 에너지균형을 평균운동에 적용하였으며 Fig.2 에 표시되어 있는 x , y 와 z '좌표축으로 코너 양분선을 따라 에너지 균형을 고려하였다. 경계층 방정식을 다음과 같이 근사화 하였다.

$$\frac{U}{\rho} \frac{\partial P_0}{\partial x} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial P_0}{\partial y} - \nu \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(U \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(U \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(U \bar{w}' \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(U \bar{w}' \right) - \bar{w}' \frac{\partial U}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right] = 0 \quad (15)$$

위 식에서 V '은 y '방향에서 2차 유동 속도성분이고 평균유동을 변수로 하는 전압력은 다음과

같다.

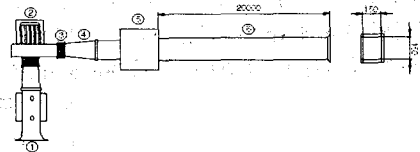
$$P_0 = p + \frac{1}{2} \rho (U^2 + V^2 + W^2) \quad (16)$$

식 (15)는 각각의 항들이 음수값을 갖는지 양수 값을 갖는지에 따라 달라지는 코너 양분선의 관성체적 요소내의 평균유동에너지의 손실이나 증가(gain)를 해석할 수 있다.

3. 실험

정사각 단면을 갖는 덕트에 대한 속도분포를 측정하기 위해서 Fig. 3과 같은 실험장치를 사용하여 실험을 수행하였다. 덕트의 속도와 압력 측정은 3차원 유동을 측정할 수 있는 5공 피토판을 이용하였다.

측정은 등속도선의 형태가 과도하게 변하지 않는 영역인 $x/D_h = 8, 12, 16, 20, 40$ 에서 측정하였으며, x 는 덕트 입구의 정류기(honeycomb)에서 축방향 거리이고, D_h 는 사각덕트의 수력직경이다. 측정은 $\Delta y/a = 0.1$ 간격으로 DC Stepping Motor를 이용한 3축 이송장치를 이용하여 정밀이송을 하여 측정하였으며, 이때 5공 피토판과 3축 이송장치 연결부에 각도 계측기를 설치하여 yaw 각을 측정하였으며, 또한 피치각은 피토판 보정 sheet를 이용하여 자동으로 연산이 되도록 프로그래밍을 하여 3방향 속도 분포, 난류강도, 등을 측정하였다. 이때 방향은 모든 측정점 벽면 $z=0$ 에서 양(+)의 방향이다.



No.	Description	No.	Description
1	Blower	4	Space duct
2	Motor	5	Honeycomb
3	Flexible tube	6	Air duct

Fig.3 Schematic diagram of experimental apparatus

4. 결과 및 고찰

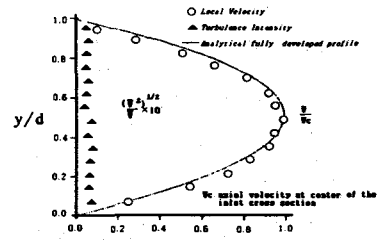
Fig. 4 는 정사각 덕트에서 완전히 발달한 유동의 속도 분포형의 이론과 실험값을 도시하였다. 또한, Fig. 4 에는 난류강도를 x/d y/d 의 따라 측정하였는데 대략 완전히 발달된 영역의 속도량의 약 0.04~0.08정도의 난류강도를 지니고 있는 것으로 측정된다. 그림에서 보면 y 방향의 속도 성분이 x 방향의 속도 성분에 비하여 속도 값이 작기 때문에 속도분포에 대한 먹법칙에서 포물선형(1/2승)분포를 따르고 있고, x 성분은 난류에서의 먹법칙에 따라 속도분포가 나타나고 있다.

이 그림으로부터 1/2승 법칙으로 표현되는 포물선형 속도분포로 대표되는 y 방향의 속도 분포 값은 속도가 작기 때문에 경계층의 두께가 속도가 빠른 난류의 속도 분포의 x 방향으로의 경계층 보다 크다. 그리고 단면평균속도는 허니콤에서부터 $x/D_h=8, 12, 16, 20, 40$ 으로 측정한 결과를 Fig. 5에 나타내었다. 각 덕트의 벽면으로부터 발달한 경계층 외부의 속도 분포의 중첩으로 미약하게 overshoot 되어 있는 부분이 코너부에 나타나고 있다. 하류방향으로 공기가 진행함에 따라 경계층의 발달 때문에 경계층 외부의 속도 중첩부분은 덕트의 중앙부분으로 이동하기 시작하고 경계층의 영향을 받지 않는 비점성 유동 영역부분이 줄어들어, 5(b)에서는 비점성 유동부분이 사라지고 완전히 발달된 형태를 관측할 수 있다. 속도분포 형태가 코너를 양분한 선을 기준으로 정확하게 대칭적으로 나타나고 있다. $x/D_h=8$ 인 곳에서는 Fig. 5(a) 에서 보는 바와 같이 2차유동이 보이지 않지만 이 유동영역을 벗어난 영역인 Fig 5 (d) 에서는 벽면 코너를 만으로 나눈선에 경계층이 생겼다. 그림 Fig.5 (d)를 보면 하류로 내려갈수록 등속도선이 현저하게 중앙으로 이동됨을 알 수 있다. 덕트를 따라 서로 다른 유선방향의 위치에서 측정한 법선응력분포와 전단응력분포는 그림 Fig.6 에 나타내었다. 경계층이 발달하고 있는 내부영역인 y/δ_y , 즉 $y/\delta_y < 0.5$ 영역에서는 코너를 양분하는 모든 응력성분이 벽면을 양분하는 선에 대응하는 값보다 일반적으로 작다. 이런 현상은 경계층이 생기고 난 다음 횡방향면의 유동이 결국에는 코너를 양분하는 선을 따라 응력성분의 안정기와 같은 거동이 유지되는 현상이 $x/D_h=20$ 에 나타나 있다.

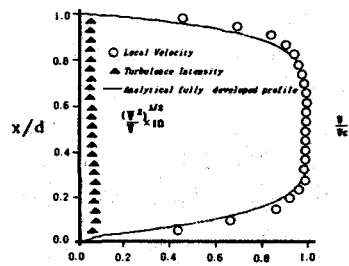
Fig.7은 $|\overline{v^2} - \overline{w^2}|$ 는 각각 유선방향의 위치

한 코너에 인접한 부근의 $|\overline{v^2} - \overline{w^2}|$ 보다 일반적으로 작다. x/D_h 가 40인 위치에서 측정한 $\overline{u^2}$, $-\overline{uv}$ 및 $-\overline{uw}$ 응력성분과 x/D_h 가 20인 위치에서의 측정한 값을 Fig. 7에 비교하여 나타내었다.

이 그림에서 x/D_h 가 20인 위치에서 응력성분은 축방향의 중심선에 바로 인접한 부분인 $y/a = y'/a' = 1.0$ 을 제외하고 x/D_h 가 40인 하류값보다 크다. $\partial U/\partial y$ 와 $\partial U/\partial y'$ 의 증가는 $\overline{u^2}$, $-\overline{uv}$ 와 $-\overline{uw}$ 의 발생률을 증가시킨다. Fig.8 은 사각덕트의 3차원 속도분포의 실험치를 나타낸 그래프이고, Fig.9 는 사각덕트면의 실험적 속도 분포를 나타낸 그래프 이다. 그림에 따르면, 중앙부에서는 속도가 비교적 균일하다 갑자기 벽근처에서 감소하는 형태를 보이고 있으며, 특히 사각 덕트의 코너부에서는 난류의 대수법칙형상을 따르는 1/7승 근 법칙에 의한 속도 분포를 비교적 정확하게 나타내고 있다.

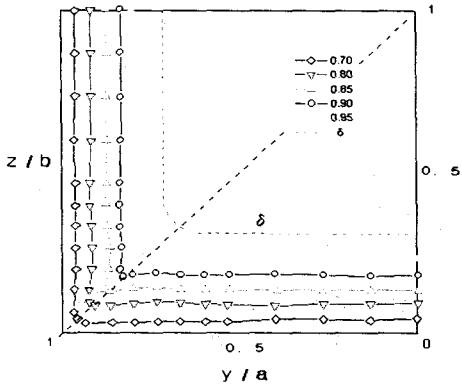


(a)

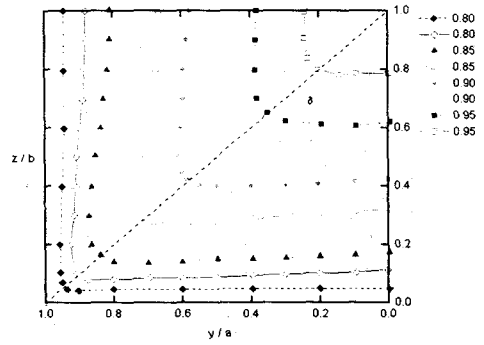


(b)

Fig. 4 Fully developed velocity distribution at the inlet section (a) along the vertical centerline (b) along the horizontal centerline



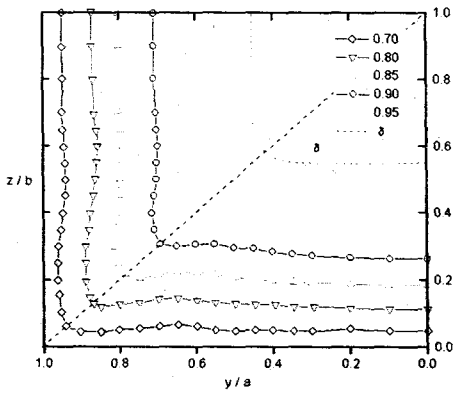
(a)



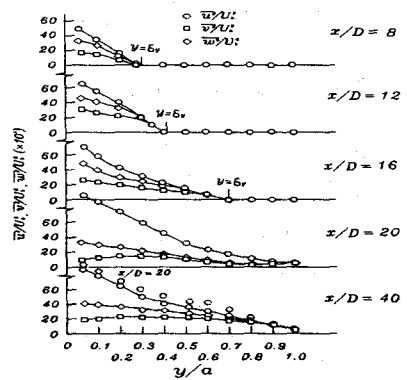
(d)

Fig.5 Corner Velocity Distribution at the inlet section of a square duct.

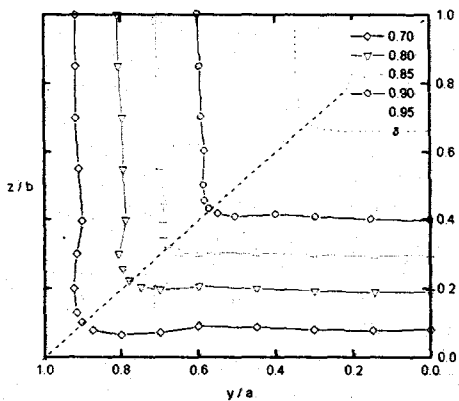
($Re = 2.5 \times 10^5$, $x/D_h = (a)8, (b)12, (c)16, (d)20, 40$)



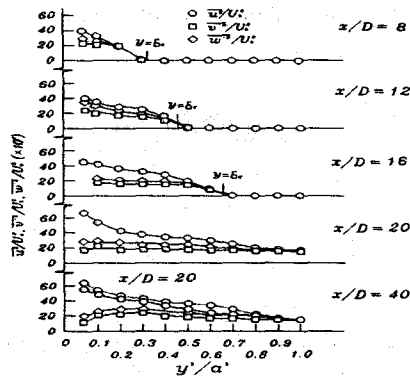
(b)



(a)

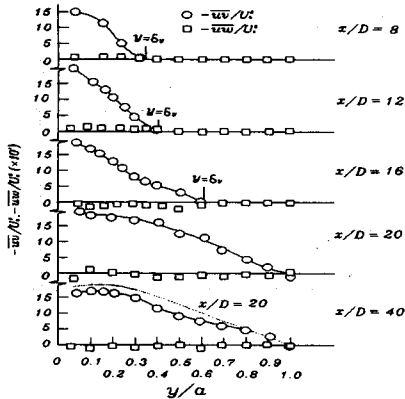


(c)

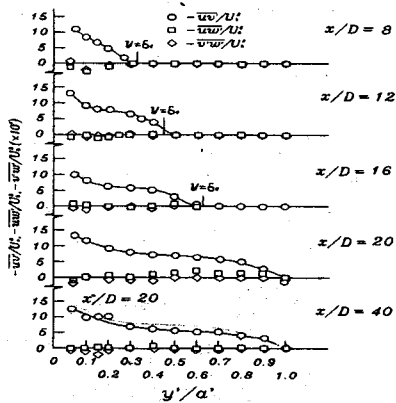


(b)

Fig.6 Reynolds Reynolds normal stress distribution (a)Wall bisector profiles (b)corner bisector profiles



(a)



(b)

Fig.7 Reynolds shear stress distribution
a)Wall bisector profiles (b)corner bisector profiles

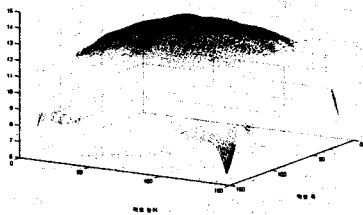


Fig.8 3-D Fully developed velocity distribution at the inlet section

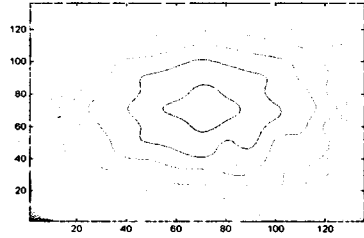


Fig.9 Y-Z Section Velocity Distribution in a square duct

5. 결론

1. 정사각 덕트의 속도분포의 형태가 코너를 양분한 형태로 대칭으로 나타난다.
2. 덕트입구에 균일한 유동이 진행되어 하류로 진행됨에 따라 덕트 벽면에서 점성력으로 인하여 경계층이 발달하고 Core유동인 포텐셜 유동이 $x/D_h = 16$ 일 때 없어지므로 이때부터 완전히 발달된 유동이라고 볼 수 있다.
3. 정사각 덕트의 완전히 발달된 유동의 난류강도는 최고 속도량의 약 0.04~0.08정도의 난류강도를 지니고 있다.

참고문헌

1. Akira N., Chow W., "Three-dimensional developing turbulent flow in a square duct", Bull. of JSME, 1984.
2. Asmund Huser, Sedat Bririgen, "Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct", J. Fluid Mech., Vol. 257, pp. 65~95, 1993.
3. H. Fujita, M Hirota, H. Yokosawa, M. Hasegawa, "Fully developed turbulent flows through rectangular ducts with one roughened wall", JSME International Journal, Vol. 33, No. 4, pp. 692~701, 1990.
4. M. Teitel, R. A. Antonia, "The interaction region of a turbulent duct flow", Phys. Fluids A, Vol. 2, No. 5, pp. 808~813, May 1990.
5. B. E. Launder, W. M. Ying, "Secondary flows in ducts of square cross - section", J. Fluid Mech. Vol. 54, p. 289, 1972.
6. B. Youg, C. Yuen, A. F. Mills, "Friction factor for flow in rectangular ducts with one side rib-roughened", J. Fluids Engineering, vol. 116, pp. 488~493, September 1994.