

# 정사각 직관과 180° 곡관내 난류유동의 레이놀즈응력모형 적용

전건호\* · 최영돈\*\*

## Turbulent Flow through a Square Straight and Curved Duct with Reynolds Stress Models

Kun Ho Chun and Young Don Choi

**Key Words:** RSM(레이놀즈응력모형), ASM(대수응력모형), Pressure-Strain Rate(압력변형율), Secondary Flow(2차유동), Anisotropy Tensor(비등방성 텐서)

### Abstract

Fine grid calculations are reported for the developing turbulent flow in a straight duct and a curved duct of square cross-section with a radius of curvature to hydraulic diameter ratio  $\delta = R_c/D_H = 3.357$  and a bend angle of 180 deg. A sequence of modeling refinements is introduced; the replacement of wall function by a fine mesh across the sublayer and a low Reynolds number second moment closure up to the near wall sublayer in which the non-linear return to isotropy model and the cubic-quasi-isotropy model for the pressure strain are adopted; and the introduction of a multiple source model for the exact dissipation rate equation. Each refinement is shown to lead to an appreciable improvement in the agreement between measurement and computation.

### 기호설명

- $A$  : 평면계수
- $a_{ij}$  : 레이놀즈응력의 비등방성 텐서
- $k$  : 난류운동에너지
- $P_k$  : 난류운동에너지생성률
- $R_c$  : 곡관부의 곡률반경
- $R_t$  : 난류레이놀즈수 ( $k^2/(\nu\epsilon)$ )
- $\overline{u_i u_j}$  : 레이놀즈응력
- $\delta_{ij}$  : Kronecker delta
- $\epsilon$  : 난류운동에너지소멸률
- $\epsilon_{ij}$  : 레이놀즈응력소멸률 텐서
- $\phi_{ij}$  : 압력변형률 텐서

### 1. 서론

지난 20년간 난류모형에 큰 발전이 있었으며 특히 2차모멘트 모형에 큰 진전이 있었다. 그러나 아직도 실제 산업계의 응용문제에서는 벽면합수를 이용한  $k-\epsilon$  모형이 더 많이 사용되고 있으며 최근에 벽면부근을 미세격자로 나누고 저레이놀즈수  $k-\epsilon$  모형을 실제문제에 적용하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 그러나 아직 벽면인접부의 저레이놀즈수 영역에서의  $\epsilon$  방정식의 모형은 완전히 해결되지 않은 어려운 문제로 남아 있다. 최근 DNS 자료는  $\epsilon$  방정식의 모형개발에 새로운 국면을 맞이하게 하였다. DNS 자료는 실험으로 측정하지 못하는  $\epsilon$  방정식의 배분항들을 정확히 예측해 주기 때문이다.

그러나 비등방성이 강한 터빈 및 원심압축기와 같은 실제 유체기계에 적용을 목적으로할 경우

\* 고려대학교 대학원 기계공학과

\*\* 고려대학교 기계공학과

단순형태의 난류모형과는 달리 비등방성 효과를 충분히 나타낼 수 있도록 난류모형을 하여야 한다. 따라서 복잡한 유동을 해석하기 위하여 관심을 두어야 할 모형은 저레이놀즈수 2차 모멘트 모형이다. 본 연구의 목적은 강한 2차유동과 와류가 발생하는 복잡한 유동장에서 난류유동의 정확한 예측을 위하여 2차 모멘트 난류모형인 레이놀즈응력모형(RSM)을 개발하는 것이다. 이러한 목적을 위하여 벽면 극한조건, 만족, 레이놀즈응력 수준의 만족 그리고 압력-변형 상관관계가 DNS 자료들을 맞추도록 모형화를 하는 것이다. 또한 레이놀즈응력모형(RSM)을 Chang 등[1]의 실험치와 저레이놀즈수  $k-\epsilon$  모형(KEM)과 대수응력모형(ASM)의 결과를 비교 분석함으로써 각각의 모형의 유동특성을 조사하고 보다 향상되어진 난류모형을 개발 하는데 있다.

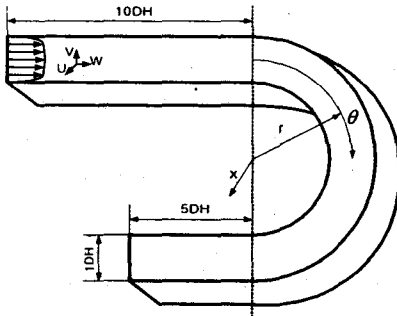


Fig.1 Schematic showing the straight square duct and curved 180° duct

## 2. 이론해석

레이놀즈응력 방정식과 그들의 원천항들은 다음과 같다

$$\frac{D u_i u_j}{Dt} = P_{ij} + D_{ij} + \phi_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (1)$$

$$P_{ij} = - \left\{ \overline{u_k u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_k u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right\} \quad (2)$$

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \overline{u_i u_j u_k} - \frac{p}{\rho} (u_i \delta_{jk} + u_j \delta_{ik}) \right\} \quad (3)$$

$$\phi_{ij} = \frac{p}{\rho} \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\} \quad (4)$$

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \quad (5)$$

여기서  $P_{ij}$ ,  $D_{ij}$ ,  $\phi_{ij}$  그리고  $\epsilon_{ij}$ 는 각각 레이놀즈응력의 생성항, 확산항, 재분배항 그리고 소멸항이다. 생성항과 분자확산항은 난류모형화가 필요없지만 나머지 난류확산항과 압력확산항, 재분배항 그리고 소멸항은 난류모형화가 되어져야 한다.

### 2.1 확산항

$$D_{ij} = D_{ij}^v + D_{ij}^t + D_{ij}^p \quad (6)$$

$$d_{ij}^v = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \quad (7)$$

$$d_{ij}^t = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right) \quad (8)$$

$$d_{ij}^p = -\frac{1}{3} (d_{ik}^v n_k n_j + d_{jk}^v n_k n_i) + \frac{1}{3} \delta_{ij} d_{kk}^v n_k n_l \quad (9)$$

레이놀즈응력 확산항은 점성확산항, 난류확산항 그리고 압력확산항으로 구성된다. 점성확산항은 2차모멘트 닫힘문제에서 모형화가 필요없으며, 난류확산항은 Daly와 Harlow[3]가 제안한 일반화된 구배확산모형을 적용하였다. 여기서 확산계수  $C_s$ 를 선택하기 위하여 벽면 인접부 유동에서 주응력들의 확산항에 대한 성분들을 합하면 난류운동에너지 방정식의 확산항에 해당하므로 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$C_s = \left[ \int_0^{y^+} T_k^+ dy^+ \right] / \left[ \frac{k^+}{\epsilon^+} \nu^{+2} \left( \frac{dk^+}{dy^+} \right) \right] \quad (10)$$

이렇게 계산되어진 값은 벽면부근에서 Launder와 Morse[8]에 추천된 0.22보다 상당히 크게 나타났으며, Hanjalic[6]도 DNS자료를 이용하여 같은 결과를 얻었지만 Daly와 Harlow 모형을 사용할 경우 확산계수를 증가시키는 방향으로 변경시켜야 한다고 하였다. 따라서 본 연구에서는 고레이놀즈수 영역에서 벽면으로 접근할 때 확산계수가 서서히 상승하도록 다음과 같은 확산계수  $C_s$ 를 사용하였다.

$$C_s = 0.22 / [0.5(1 + \tanh(y^+ / 220))^3] \quad (11)$$

## 2.2 소멸항

소멸테서  $\epsilon_{ij}$ 는 작은 척도에 관련된 내부작용으로부터 주로 일어나기 때문에 응력장이 등방성으로부터 다소 벗어나도 본질적으로 등방성으로 기대된다. 그래서 일반적으로  $\epsilon_{ij}^{iso} = 2/3\delta_{ij}\epsilon$  으로 표현되었다. 그러나 이러한 국부등방성 개념은 난류가 2-성분 극한으로 접근할 때는 유지될 수 없다. 즉, 2-성분 극한에서는  $\overline{u_a u_a} \Rightarrow 0$  일 때  $\epsilon_{aa} \Rightarrow 0$  이 되어야 한다. 따라서 2-성분 극한에서 소멸테서는  $\epsilon_{ij}^* = (\overline{u_i u_j} / k) \epsilon$  으로 표현된다. 그러나 이러한 비등방성 소멸테서는 레이놀즈응력이 점차 등방화 되는데 이러한 천이는 비등방성텐서의 불변항이나 난류레이놀즈수에 관계되는 함수  $f_s$ 를 통하여 다음과 같이 특성화 될 수 있을 것이다.

$$\epsilon_{ij} = f_s \epsilon_{ij}^* + (1 - f_s) \epsilon_{ij}^{iso} \quad (12)$$

본 연구에서는 벽면인접부에서는 벽면 극한조건을 만족시키는 Launder와 Tselepidakis[9](이후 LT) 모형을 적용하였으며 고레이놀즈영역의 모형으로 Hallback [6]등이 레이놀즈응력의 비등방성텐서로 소멸테서의 비등방성에 대한 표현을 나타낸 모형을 다음과 같이 사용하였다.

$$\epsilon_{ij} = f_s \epsilon_{ij}^* + (1 - f_s) \epsilon_{ij}^o \quad (13)$$

$$\epsilon_{ij}^* = \frac{\frac{\epsilon}{k} \{ \overline{u_i u_j} + \overline{u_i u_k n_j n_k} + \overline{u_j u_k n_i n_k} + \overline{u_k u_m n_i n_j n_m} \}}{\left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{\overline{u_p u_q n_p n_q}}{k} \right\}} \quad (14)$$

$$\epsilon_{ij}^o = e_{ij} \epsilon + \epsilon_{ij}^{iso} = \left[ 1 + \frac{3}{4} \left( \frac{1}{2} A_2 - \frac{2}{3} \right) a_{ij} - \frac{3}{4} \left( a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} A_2 \delta_{ij} \right) \right] \epsilon + \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon \quad (15)$$

$$f_s = \exp[-(R_i/150)^2] \quad (16)$$

여기서 천이함수는 Mansour 등[10]이  $Re_\tau = 180$ 의 DNS 자료로부터 난류레이놀즈수의 함수로 구성되었던 것을 사용하였다.

## 2.3 압력-변형률항

평균변형과 레이놀즈응력에 관계되는 요동속도

장들의 변화 효과를 정확히 예측하기 위해서는 압력-변형률의 모형화는 필수적이다. Chou[2]는 압력-변형률에 대하여 다음과 같이 제안 하였다.

$$\phi_{ij} = \phi_{i1} + \phi_{i2} + S_{ij} \quad (17)$$

$\phi_{i1}$ (저속항, 등방정회귀항)는 요동속도성분들 사이의 비선형 내부작용으로 발생하는 항이며  $\phi_{i2}$ (고속항, 평균변형항)는 평균변형 변화에 급속하게 반응하는 항이다.  $S_{ij}$ (벽반사항)는 벽면이 있는 유동에서 압력요동은 벽면에서 소멸되지 않는다는 사실로부터 발생하는 항이다. 본 해석에서는 저속항에 대하여 비선형항과 2-성분 난류 극한조건을 만족시키는 LT모형을 사용하였으며 모형계수는 복잡한 유동에서 최적화된 SC의 모형계수를 사용하였다.

$$\phi_{i1} = -C_1 \left[ a_{ij} + C_1 \left( a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} A_2 \right) \right] \epsilon \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \phi_{i2} = & -C_2 \left\{ \left( P_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} P_{kk} \right) \right. \\ & - \frac{1}{2} \epsilon a_{ij} \left( \frac{P_{kk}}{\epsilon} \right) + \frac{1}{3} \left[ \frac{\overline{u_k u_j} \overline{u_i u_l}}{k} \left( \frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \right) \right. \\ & \left. \left. - \frac{\overline{u_i u_k}}{k} \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_j} \right) \right] \right\} \\ & + \frac{r}{0.6} [A_2 (P_{ij} - D_{ij}) + 3a_{ik} a_{kj} (P_{kk} - D_{kk})] \end{aligned} \quad (19)$$

여기서

$$P_{ij} = - \left( \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \frac{\overline{u_i u_k}}{k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (20)$$

$$D_{ij} = - \left( \frac{\overline{u_i u_k}}{k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \frac{\overline{u_j u_k}}{k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \quad (21)$$

$$C_1 = 2.8 A A_2^{1/4} [1 - \exp(-(0.006 R)^2)] \quad (22)$$

$$C_2 = 0.95 (A A_2)^{1/4} [1 - \exp(-(0.0055 R)^4)] \quad (23)$$

$$r = \min(0.6, A^{0.5}) \quad (24)$$

압력변형률항에 저속항과 고속항만으로 전산해석을 수행하면 벽면에 수직한 응력들이 실험치와 DNS 자료보다 크게 예측된다. 이와 같은 벽면에서의 부정확성은 벽면반사항을 추가함으로써 수치적인 정확정을 찾을 수 있다. 벽면반사항의 역할은 벽면의 존재는 난류 압력요동의 반사효과를

일으키는데, 이것은 벽면에 수직한 응력들이 벽면에 평행한 응력들 보다 훨씬 빠르게 소멸되기 때문이다. 다음은 Gibson 과 Launder[4]에 제안한 다음과 같은 식을 본 연구에서도 같이 적용하였다.

$$\phi_{ij}^x = \widetilde{C}_1^w \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_k u_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i n_k n_j} \right) - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i n_k n_j} f\left(\frac{l}{n_k r_k}\right) \quad (25)$$

$$\phi_{ij}^x = \widetilde{C}_2^w \left( \phi_{km2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{k2} n_k n_j \right) - \frac{3}{2} \phi_{k2} n_k n_j f\left(\frac{l}{n_k r_k}\right) \quad (26)$$

$$\widetilde{C}_1^w = 0.6A^{0.25} + 4.5f_{cw} \exp[-(R_i/123)^{2.5}] \quad (27)$$

$$\widetilde{C}_2^w = 0.3A^{0.25} \quad (28)$$

$$f_{cw} = 1 - \exp(-R_i^2) \quad (29)$$

위식에서 벽면함수  $f(l/(n_k r_k))$ 로 난류길이 척도  $l$ 을 구하는데 있어서 Norris와 Reynolds[12]가 제안한 고레이놀즈수 구역과 벽면 인접부에서 함께 적용될 수 있는 난류운동에너지 소멸율에 관한 모형식으로부터 등가난류길이 척도( $l_D$ )를 이용하여 식(31)과 같이 적용하였다.

$$l_D = \frac{C_\mu^{0.75} k^{1.5}}{2\varepsilon} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{47.4}{R_i}} \right) \quad (30)$$

$$f\left(\frac{l}{n_k r_k}\right) = \frac{l_D}{xx_n} = \frac{k^{1.5}}{2C_\mu \varepsilon x_n} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{47.4}{R_i}} \right) \quad (31)$$

$$c_l = \frac{x}{C_\mu^{0.75}}, \quad C_\mu = 0.09, \quad x = 0.4 \quad (32)$$

### 3. 수치해석

본 해석에서 사용한 준타원형 해법은 재순환 유동이 일어나지 않는 3차원유동을 해석하기 위한 해법이다. 또한 이 해법은 하류의 유동이 상류에 영향을 미치지 못함으로 출구에서의 격자 손실을 막을 수 있으며 계산시간을 크게 단축시킬 수 있는 것이 장점이나 재순환 유동이 있는 경우에는 사용이 불가능하다. 곡덕트 내의 계산 영역은 덕트의 대칭면을 기준으로 상위 부분에

해당하는 덕트의 반을 계산단면으로 하였으며, 주유동 방향으로는 곡덕트의 상류측  $10 D_H$ 부터 시작하여 출구측은 곡관의 곡률이 영인 부분으로부터  $5 D_H$ 까지 하였다. 격자는 주유동 방향으로 170개의 격자를 사용하였으며 단면에 대하여  $52 \times 80$ 의 격자를 구성하였다. 또한 유동단면에 대하여 미세격자법을 사용하였다. 벽면으로부터  $y^+ \leq 80$ 의 미세격자 구역에는 20개의 격자를 사용하였으며 벽면에서 첫 번째 위치한 격자는  $y^+ \leq 0.5$ 가 되게 하여  $\varepsilon$ 의 벽면 경계조건을 보다 타당성 있게 적용하였다. 운동량방정식 차별화는 덕트의 단면에서 2차유동의 대류항에 대하여 QUICK 해법을 적용하였다.

입구면에서의 입구평균속도, 난류운동에너지 그리고 난류운동에너지소멸률은 Melling과 Whitelaw[11](이후 MW)가 완전 발달된 직관 유동에서 실험 측정으로부터 얻은 결과를 이용하여 입구조건으로 사용하였다. 벽면에서  $U, V, W, \overline{u_i u_i}$ 에 대하여 No-slip 조건을  $\varepsilon$ 에 대하여 등방성소멸률이 영이 되는 조건을 사용하였습니다. 그리고, 대칭축에서는 Neumann 조건을 적용하였다.

### 4. 결과 및 고찰

입구평균유속을 기준으로 레이놀즈수가 56,690이고 곡관부의 곡률반경과 정사각덕트의 수력직경비가 3,357인 정사각 단면을 갖는  $180^\circ$  곡관내 난류유동에 대한 상세한 실험자료를 제공하고 있다[1, 11]. 본 연구에서도 이 실험치를 바탕으로 저레이놀즈수  $k-\varepsilon$  모형, ASM, 압력변형율항의 선형항만을 고려한 RSM1 그리고 비선형항을 포함한 RSM2의 난류모형을 비교함으로써 벽근방에서 2차모멘트 난류모형을 복잡한 3차원 난류유동장에 적용해야 되는지를 살펴보고자 한다.

본 연구에서 채택한 정사각 곡덕트는 곡관 상류측 직관부, 곡관부, 그리고 곡관 하류측 직관부로 구분된다. 곡관 상류측은  $10 D_H$ 를 빼어 정사각 직관에서의 8개의 와류동을 MW의 측정치와 곡관부에서 해의 정확도를 예측할 수 있는 2중극대 현상을 Chang 등의 실험치와 비교하였다. MW의 실험 자료에 의하면 입구측 직관유로를 따라 흐르는 유동은 곡관입구로부터 약  $3 D_H$  앞

에서 곡관의 영향을 받는 것으로 알려져 있다. Fig.2(a)는 직관입구로부터  $6D_H$  지점에서의 2차 유동을 나타낸 것이다. 이와 같은 현상은 fig.3과 같이 법선 레이놀즈응력의 차로 발생하며 운동량이 직관의 중앙으로부터 모서리로 강하게 이동함으로 fig.2(b)와 같이 유로방향의 주유동속도가 모서리에서는 증가하고 벽면중앙에서는 감소하게 된다. MV의 실험치와 비교하여 벽면근방에서는 좋은 결과를 예측하지만 고레이놀즈 영역에서는 약간의 차이를 보이고 있다. 또한 2차유동의 최대속도가 평균 주유동속도의 2% 내에 있는 것으로 알려져 있는데 본 해석에서는 저레이놀즈수  $k-\epsilon$  모형에서는 와가 생성되지 않았으며, ASM의 경우 1.2%, RSM1은 1.2% 그리고 RSM2는 1.3% 나타났다.

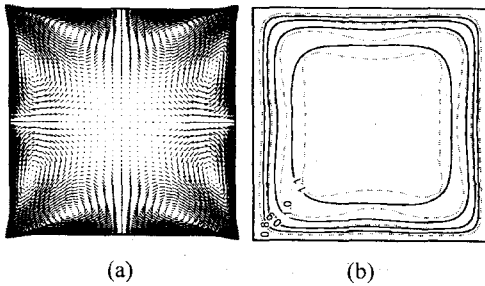


Fig.2 Mean secondary velocity vectors(a) and contours of mean streamwise velocity(b)

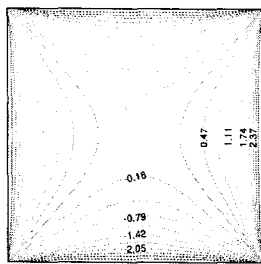


Fig.3 The difference of a normal stress( $\overline{uu} - \overline{vv}$ )

Fig.4 덕트의 벽면압력을 Chang 등의 실험치와 비교한 것이다. 내외벽면의 압력차는 곡덕트를 흐르는 유선의 곡률에 의한 원심력에 기인한 것이다. 내외벽면의 압력차는 실험치와 비슷하나 전체적으로 압력계수가 낮게 예측되었다. 곡관의 입출구에서 심한 압력구배가 발생으로 저레이놀

즈  $k-\epsilon$  모형의 경우와 선형 압력변형을 사용한 RSM1의 경우보다 ASM, RSM2가 곡률이 심한 경우에도 좋은 결과를 보였다.

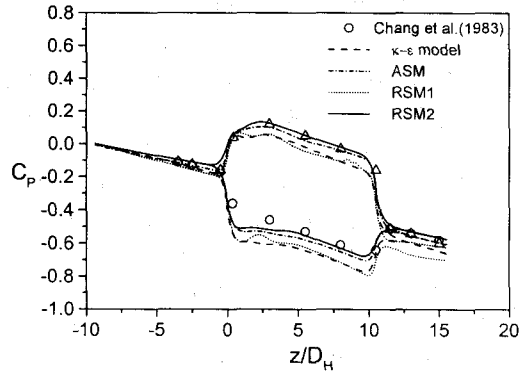


Fig.4 Pressure distribution on the flat endwall of the duct

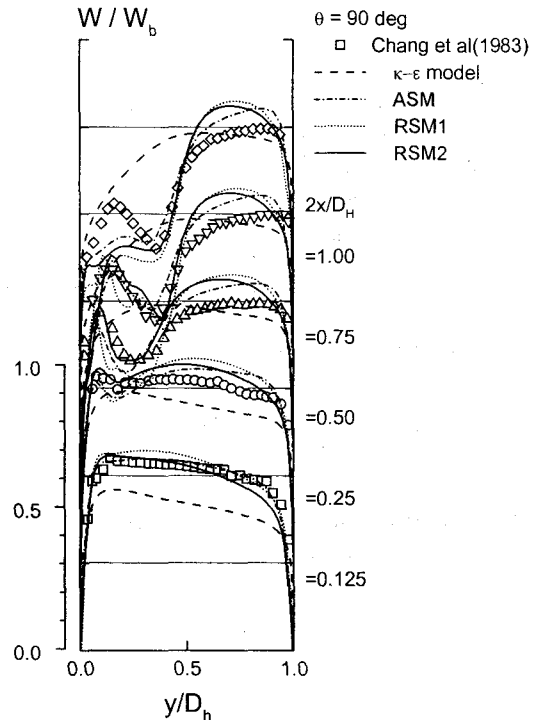


Fig.5 Comparison of predicted and measured normalized  $W$  velocity profiles at  $\theta=90$  deg.

Fig.5는 곡덕트 90도 단면에서의 주유동속도를

나타낸 것이다. Chang 등의 실험에서  $2x/D_H=0.50, 0.75, 1.0$ 에서 강한 2중극대 현상이 발생하고 있음을 알 수 있다. 실험치와 해석의 경우를 비교하여 보면 저레이놀즈수  $k-\epsilon$  모형의 경우 내벽면에서 외벽면으로 완만한 속도구배를 보이고 있으며 2중극대 현상을 예측하지 못하였다. 그러나 ASM, RSM1 그리고 RSM2는 2중극대 현상을 잘 예측하고 있으며, RSM1의 경우는 실험치와 많은 차이를 보이고 있는데 이것은 난류생성과 소멸의 균형을 유지하게 하는 압력변형율항을 선형항만을 사용함으로 에너지의 재분배 때문인 것으로 고려된다. 이것은 fig.6에서 잘 나타나 있는데 난류운동에너지 생성률과 소멸률에 대하여 단면평균한 것이다. 세가지 모형의 공통점은 70도부근에서 생성과 소멸이 반전된다는 것이다. 저레이놀즈  $k-\epsilon$ 모형의 경우 생성과 소멸의 차가 다른 모형에 비하여 크며 상대적으로 낮은 결과를 얻었다. RSM2의 경우는 생성과 소멸이 가장 높게 나타났다.

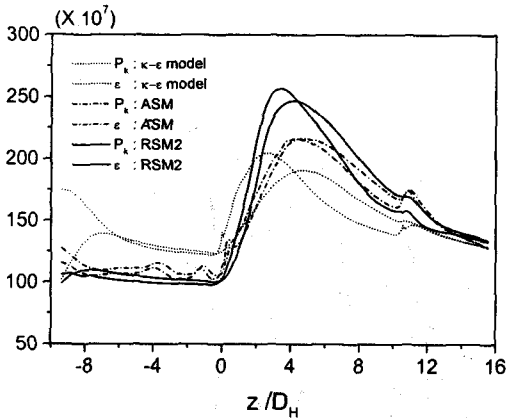


Fig.6 Comparison of the cross-section averaged generation rates and dissipation rates of  $k$ .

### 5. 결론

복잡한 3차원 난류유동에서 강한 2차유동이 발생하는 경우에 대하여 4가지의 난류모형을 MW와 CH 실험치와 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 곡률이 있는 3차원 유동에서 등방성 난류모

형인 와점성계수 모형의 경우는 곡률이 없는 직관에서 2차유동을 예측하지 못하였으며 압력변형율항이 선형항인 RSM1 모형 경우는 벽면부근에서 심한 속도구배에 의하여 난류에너지의 생성과 소멸의 불균형으로 좋은 예측을 못하였다.

2) 압력변형율항을 고려한 ASM과 RSM2은 실험치와 거의 일치하는 좋은 결과를 얻었으며 곡관부에서 2중극대의 예측은 RSM2가 보다 정확하게 예측하였다. 따라서 곡률이 심한 3차원 유동장에서 2차모멘트 난류모형과 압력-변형율항에 비선형항을 고려하여야 3차원 난류유동을 정확히 예측할 수 있을 것이다.

### 참고문헌

- (1) Chang, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., 1983, *PCH Physics Chemical Hydrodynamics*, Vol. 4, pp. 243~269.
- (2) Chou, P.Y., 1945, *Quarterly of Applied Mathematics*, 3, 38
- (3) Daly, B.J. and Harlow, F.H. 1970, *The Physics of Fluids*, 13, 2634
- (4) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1978, *Journal of Fluid Mechanics*, 86, 491
- (5) Hallback, M., Groth, J. and Johansson, A.V., 1990, *The Physics of Fluids A*, 2, 1859
- (6) Hanjalic, K., 1994, *Int J Heat and Fluid Flow*, 15, 178
- (7) Johnson, R. W., 1984, *Ph.D.Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester.*
- (8) Launder, B.E and Morse, A.P. 1979, *Turbulent Shear Flows-1(ed. Durst et al.) Springer Verlag Heidelberg.*
- (9) Launder, B.E and Tselepidakis, D.P. 1991, *Proc. 8th Turbulent Shear Flow Symposium, Munich*, 2, 29. 1. 1.
- (10) Mansour, N.N., Kim, J and Moin, P., 1988, *Journal of Fluid Mechanics*, 192, 15
- (11) Melling, A. and Whitelaw, J. H., 1976, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 78, p. 289
- (12) Norris, L.H. and Reynolds, W.C., 1975, *Rep. FM-10, Dept. Mech. Engineering Stanford University.*