

경계요소법을 이용한 축대칭 결함을 갖는 도체관에 대한 와전류탐상 수치해석

서장원\*, 이항범, 윤만식, 임의수\*, 정태연\*\*  
 숭실대학교 전기공학과, (주)비전 로직텍\*, (주)카이텍\*\*

Numerical Analysis of Eddy Current Testing for Tube with Axi-symmetric Defect using Boundary Element Method

Jang-Won Seo\*, Hyang-Beom Lee, Man-Sik Yoon, \*Eui-Soo Lim, \*\*Tae-Eon Chung  
 Dept. of Electrical Eng., Soongsil Univ., \*VSION Logitex Inc., \*KAITEC

**Abstract** - This paper describes numerical analysis of eddy current testing for tube with axi-symmetric defect using boundary element method. In this ECT(Eddy Current Testing) numerical analysis, BEM and FEM are used to compare their characteristics and results of ECT, respectively. BEM is easier than FEM to design geometrically complex domain because in case of BEM, domain is divided into segments or elements, but in case of FEM, domain is divided into small finite triangular or quadrilateral elements. For this reason, asymmetry defect is used for this BE numerical analysis. As a result, the similar result can be obtained through both numerical analyses, and BEM can be applied to the numerical analysis of ECT.

1. 서론

비파괴 검사에 한 분야인 와전류탐상법은 금속 표면의 결함 탐지에 우수한 기능을 발휘하기 때문에 원자력 발전설비, 항공기, 송유관과 같은 분야 등 각종 도체 구조물에 널리 사용된다. 특히 안정성 확보를 최우선으로 하는 원자력 발전소는 방사성 물질의 누출방지에 궁극적인 그 안전목표를 두고 있어 정기적으로 증기 발생기 전열관에 대해 와전류 탐상법을 통해 안전 검사를 실시하고 있다[1]. 실제적인 실험을 통해 결함의 추측, 판단하기 위해 많은 양의 데이터를 생성하기 위해서는 많은 시간과 비용이 드는 어려움이 있으나 수치 해석적인 방법을 통해 이러한 어려움을 해결 할 수 있다. 수치해석 방법으로는 여러 가지 방법들이 있으나 그 중에서 유한요소법(FEM, Finite Element Method)[2]과 경계요소법(BEM, Boundary Element Method)[3]이 주로 사용되어 지고 있다. 유한요소법은 주어진 영역전체를 삼각형 혹은 사각형을 이용하여 분할하므로 곡선 경계를 갖는 복잡한 형상에 대한 모델링에 어려움이 있었다. 반면에 경계요소법인 경우 주어진 영역에 대해 경계만 분할하므로 복잡한 형상에 대한 모델링이 용이하게 처리될 수 있었다.

본 논문에서 경계요소법과 유한요소법의 특징을 비교 하였으며 축대칭 결함을 갖는 증기발생기 전열관에 대해 경계요소 수치해석을 수행하였다. 수치해석을 위해 사용된 증기발생기 전열관의 재질은 INCONEL 600이며, 결함은 도체관 두께에 대해 깊이를 달리하여 모델링 하였다. 경계요소법을 이용하여 축대칭 결함을 갖는 도체관에 대해 수치해석을 수행하여 얻은 결과와 유한요소법을 이용한 수치해석 결과[4]와 비교 분석하여 그 결과를 제시하였고 경계요소 수치해석을 통해 축대칭 결함을 갖는 도체관에 대한 수치해석이 적용이 용이함을 제시하였다.

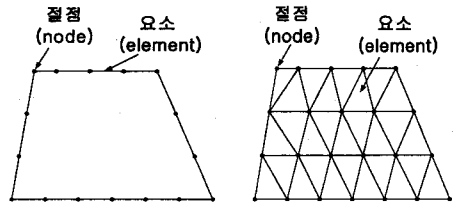
2. 경계요소 수치해석 및 임피던스계산

2.1 경계요소법

유한요소법인 경우 해석영역 내부까지 요소 분할하는 방법으로 많은 양의 미지수가 필요로 하여 연립방정식을 푸는 시간이 대부분을 차지한다. 한편 경계요소법에서는 이와는 반대로 해석하고자 하는 대상을 유한개의 경계요소로 분할후 각 절점 또는 변 요소 등에 대하여 적분을 수행하여 미지수를 구하므로 유한요소법에 비해 미지수가 상대적으로 적기 때문에 필요한 메모리 용량과 시간을 줄일 수 있다. 경계요소법의 설명을 위해 유한요소법과의 비교를 통해 표 1과 그림 1을 통해 알아보았다.

표 1 경계요소법과 유한요소법의 비교

	경계요소법	유한요소법
요소분할	경계에서만 분할	영역전체를 분할
Modeling	3차원 Modeling이 용이	Material Modeling이 용이
행렬의 성질	밀집된(dense) 행렬	성긴(sparse) 행렬
행렬의 대칭성	비대칭	대칭
특징	· 메모리 용량과 계산시간의 절약 · 경계에서 보다 정확한 값 · 선형 문제에 적합	· 좋은 정확성을 얻기 위해 많은 요소가 필요함 · 경계조건 처리가 용이 · 행렬조립이 용이 · 비선형 문제에 적합



(a) 경계요소법 (b) 유한요소법

그림 1 유한요소법과 경계요소법의 요소분할도

2.2 경계요소 수치해석 정식화

와전류 문제 및 거의 모든 전자기적인 현상을 표현할 수 있는 Maxwell 방정식 중에서 와전류 문제와 관련된 방정식들은 다음의 식으로 구성된다.

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s + \vec{J}_e \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

위 식에서  $\vec{E}$  [V/m]는 전기장의 세기,  $\vec{H}$  [A/m]는 자기장의 세기,  $\vec{B}$  [Wb/m<sup>2</sup>]는 자속밀도,  $\vec{J}_s$  [A/m<sup>2</sup>]는 전류밀도,  $\vec{J}_e$  [A/m<sup>2</sup>]는 와전류밀도를 각각 나타낸다. 식 (3)으로부터 자기벡터포텐셜  $\vec{A}$ 을 정의하고 와전류문제에 관한 Maxwell 방정식들을 이용하면 최종적으로 구하고자하는 와전류문제의 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 \vec{A} - j\omega\mu\sigma\vec{A} = -\mu\vec{J}_s \quad (4)$$

식(4)를 만족하는 Green Function  $G(r)$ 을 대입하면,

$$\nabla^2 G(r) - j\omega\mu\sigma G(r) = \delta(r) \quad (5)$$

여기서,  $G(r) = \frac{K_0(kr)}{2\pi}$ 는 식 (5)를 만족하는 기본해이며,  $K_0$ 는 제 2종 영차 베셀 함수이며,  $k^2 = j\omega\mu\sigma$ 이다.  $r$ 은 원점(source point)과 계점(field point)사이의 거리이다. 식 (5)에 Green의 제 2정리를 이용하여 이에 대응하는 적분식은 다음 식 (6)과 같고, 경계점에서 특이점을 제거한 후의 적분식은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$A = \int_s -\mu G \vec{J}_s dS + \oint_l \left( A \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial A}{\partial n} \right) dl \quad (6)$$

$$\frac{A_i}{2} = \int_s -\mu G \vec{J}_s dS + \int_l \left( A \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial A}{\partial n} \right) dl \quad (7)$$

여기서,  $A_i$ 는 자기벡터포텐셜이고 계영역(field region)은 표면요소로 분할되고 경계면은 요소로 분할되어 식 (8)과 같은 시스템을 구성한다.

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} A_j + \sum_{j=1}^N b_{ij} \left( \frac{\partial A}{\partial n} \right)_j = \sum_{k=0}^N t_{ik} J_{sk} \quad (8)$$

(i = 1, 2, 3, ..., n)

여기서, 각각이 계수는 다음과 같다.

$$a_{ij} = \int_{\Delta l} \frac{\partial G}{\partial n} dl \quad (i \neq j), \quad a_{ii} = -\frac{1}{2}$$

$$b_{ij} = \int_{\Delta l} G dl, \quad t_{ik} = \int_{\Delta s} \mu G dS$$

### 2.3 임피던스 계산

와전류 탐상법에서 실질적으로 구하고자 하는 양은 탐상코일의 임피던스이며 이 임피던스는 주어진 전류에 대하여 코일에 유기되는 기전력을 계산하므로써 구할 수 있다. 본 논문에서 해석대상으로 사용된 프로브는 차동 프로브인 보빈 프로브로서 일정한 간격을 유지하고 있는 두 개의 코일에 서로 다른 방향의 전류가 흐르는 프로브이다. 그리고 차동코일에 인가된 전류에 의한 역기전력을 계산하여 각 코일에서 바라보는 임피던스를 구할 수 있게된다. 와전류 탐상 경계요소 수치해석을 위해 본 논문에서는 Integrated Engineering Software Sales Inc.[5]의 BEM Package중의 하나인 OERSTED를 이용하였다. 주어진 해석 대상에 대해 수치해석을 수행

하여 얻을 수 있는 양은 역기전력의 크기와 위상이고 이것을 이용하여 최종적으로 구하고자 하는 임피던스값을 얻을 수 있었다.

### 3. 사례연구

본 논문에서 경계요소 수치해석을 위해 사용된 도체관의 재질은 INCONEL 600이며 프로브는 보빈 프로브를 사용하였다. 도체관과 프로브에 대한 사양은 표 2에 나타내었다. 결합의 형상은 그림 3과 같고 결합형상에 대한 결합의 깊이를 도체 관 두께의 38%, 58%, 75%, 100%로 변화시켜 가면서 내·외부 결합들의 탐상 신호를 생성하였다. 그림 2에서는 축 대칭 결합을 갖는 도체관에 대한 해석 모델의 형상을 보여주고 있고 그림 3에서는 수행중인 프로그램의 경계요소 분할도를 보여 주고 있다.

표 2 도체관의 크기 및 결합의 크기

단위 : mm

항목	값	항목	값
관 외경	19.05	관 내경	16.47
관 두께	1.29	관 재질	INCONEL 600
프로브 외경	15.45	프로브 내경	12.45
프로브 두께	1.52	프로브 간격	1.52
프로브 폭	1.52	결합 폭	0.38

본 논문에서는 경계요소 수치해석을 통해 얻은 와전류 탐상신호의 비교 검증용을 위해 실험에 의한 결과와 수치해석방법 결과의 타당성이 검증된 유한요소법을 이용하여 그 결과와 비교하였다. 유한 요소 수치해석에서는 임의의 형상에 대해 모델을 가능케 하기위해 결합 부위에서 삼각형 요소망으로 그 이외의 영역에서는 사각형 요소망을 이용하여 분할하였다[4]. 그림 4와 5는 결합에 대한 탐상 신호를 생성하여 나타내었다. 그림 4는 유한요소법을 이용하여 탐상신호를 생성한것들이고 그림 5는 경계요소법을 이용하여 탐상신호를 획득한 것이다. 그림 4와 5의 탐상 신호 살펴보면 결합의 깊이가 커짐에 따라 임피던스의 신호가 커짐을 알 수 있다. 또한 외부 결합에서는 임피던스벡터의 방향이 반시계 방향으로 회전하는 것을 알 수 있고 내부 결합에서는 시계방향으로 회전하는 것을 알 수 있다. 그림 4와 5를 비교하여 살펴보면 저항 성분이 차가 약간 있으나 임피던스벡터의 모양이 유사함을 알 수 있다.

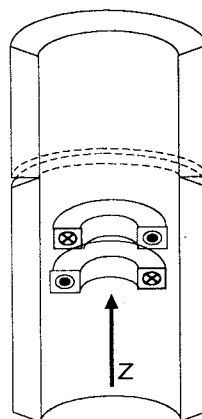


그림 2 해석 모델

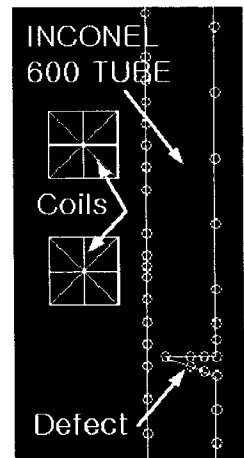
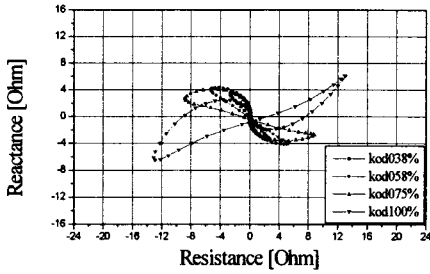
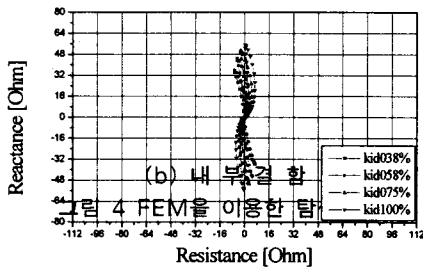


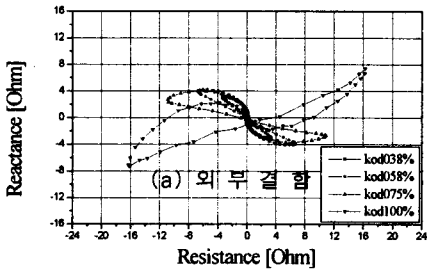
그림 3 요소 분할도



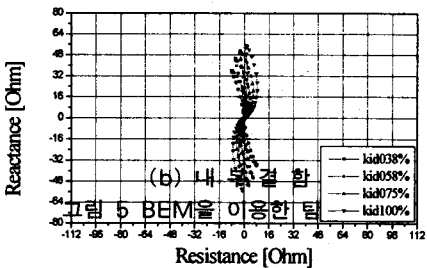
(a) 외부 결함



(b) 내부 결함



(a) 외부 결함



(b) 내부 결함

보았다. 와전류 탐상신호를 얻기 위해서 유한요소 수치 해석인 경우 임의의 형상에 대해 모델링을 용이하기 위해 결함부근에서는 삼각형요소망으로 그 외의 영역에서는 사각형요소망을 사용하여 모델링하였다. 그러나 경계요소 수치해석인 경우 주어진 영역의 형상에 관계없이 영역 경계만을 요소분할하므로 모델링에 있어서 유한요소법에 비해 용이하였다. 유한요소 수치해석과 경계요소 수치해석을 통해 획득한 탐상 신호를 비교했을 때 탐상 신호가 유사함을 알 수 있었다. 따라서 본 논문에서 이용한 경계요소 수치해석을 통해 측대칭 결함을 갖는 도체판에 대한 와전류 탐상수치해석 적용이 가능함을 제시하였고 임의의 형상에 대한 모델링이 유한요소 수치해석에 비해 용이함을 보였다.

**[참고 문헌]**

- [1] R. C. McMaster, P. McIntir, and M. L. Mester, Nondestructive Testing Handbook, Vol. 4, ASNT, 1986.
- [2] Eic B. Becker, Graham F. Carey, and J. Tinslet Oden, Finite Elements An Introduction Vol. 1, Prentice-Hall, 1981.
- [3] A.A Becker, The Boundary Element Method in Engineering, McGraw-Hill, pp.41-60, 1992.
- [4] 이 항범, 김 창욱, 서 장원, 정 태언. "열교환기 전열판에서 측대칭 결함에 대한 ECT 유한요소해석" 한국비파괴검사학회 춘계학술발표회 논문집, pp. 157-168, (2000).
- [5] <http://www.integratedsoft.com>