

농형 2차측을 갖는 선형 유도 전동기의 엔드바 저항을 고려한 유한 요소 해석

*박 승 찬, **김 병 택

*동양대학교 시스템 제어 공학부, **삼성전기(주) 종합연구소 CAE 연구실

Finite Element Analysis of a Linear Induction Motor with Cage-type Secondary Taking Account of End-bar Resistance

*Park Seung-Chan, **Kim Byung-Taek

School of System Control Engineering, Dongyang Univ., Samsung Electro-mechanics Co.

Abstract - In this paper, electromagnetic fields of a linear induction motor with cage-type secondary are analyzed by the finite element method. Contact resistances between end-bars and secondary conductors are considered in the finite element analysis. The field quantity is a magnetic vector potential transformed into a phasor form. As a result, the sensitivities of a phase current, thrust and normal force are presented according to the variation of the contact resistance.

1. 서 론

농형 2차측을 갖는 선형 유도전동기는 평판형 2차 도체판을 갖는 경우보다 유효공극을 감소시킬 수 있으므로 역률 및 효율이 증가하는 장점이 있다. 그러나, 2차측의 슬롯 고조파에 의하여 추력 리플이 증가하고 제작이 용이하지 않는 단점이 있다.

선형유도전동기의 경우는 농형 2차측의 도체바와 엔드바를 다이캐스팅하지 않고, 도체를 직접 슬롯에 삽입한 후 엔드바와 용접하는 것이 일반적이다[1]. 따라서 2차측 도체 바와 엔드바간의 접촉저항이 발생하는 것이 필연적이다. 이러한 접촉저항은 2차측 회로에 흐르는 전류를 감소시키고, 전동기의 추력 및 수직력 특성에 영향을 미치게 된다.

그러므로, 본 논문에서는 농형 2차측을 갖는 선형 유도전동기의 엔드바 저항과 접촉저항을 고려하는 유한 요소해석법을 제시하고, 이것을 이용하여 2차측 도체바와 엔드바간의 접촉저항에 대한 전류, 추력, 수직력의 민감도를 해석한다.

2. 유한 요소 해석

2.1 해석모델

본 논문에서 해석하고자하는 모델의 형상과 사양을 각각 그림 1과 표1에 나타내었다(2).

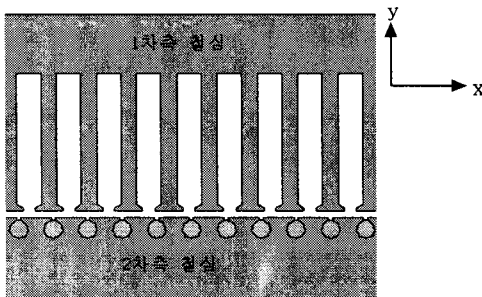


그림 1. 해석 모델
Fig. 1 Analysis model

표 1. 해석모델의 사양
Table 1 Specifications of the model

파라미터	단 위	설계치
선간전압	V_L	V 220
주파수	f	Hz 60
동기속도	V_s	m/sec 4.8
1차측 길이	L	mm 200
극수	p	4
1차철심 적층폭	h	mm 40
매극매상 슬롯수	q	2
슬롯피치	t_{s1}	mm 6.6
슬롯폭	W_s	mm 3
단철을	β	5/6
1코일당 턴수	N	turns 104
1상의 직렬턴수	N_{ph}	turns 832
반코일 길이	l_a	mm 90
1차측 저항	R_1	Ω 19.6
기계적 공극	g	mm 1.5
2차측 슬롯피치	t_{s2}	mm 5.7
back-iron 두께	d_{iron}	mm 10
back-iron 폭	W	mm 40
바저항률(Cu)	Ωm	1.73×10^{-8}
바직경	D_{bar}	mm 3
엔드바단면적	q_r	mm^2 15

2.2 유한 요소 정식화

그림 1의 해석모델에 대한 지배방정식은 식 (1)과 같다(3).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J_0 + \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} + \nabla \phi \right) \quad (1)$$

여기서, A는 z축 방향의 자기벡터포텐셜, σ 는 2차측 도체의 도전율, v는 2차측의 이동 속도(m/sec), ϕ 는 2차측 도체바의 전기스칼라 포텐셜을 의미한다. 자기벡터 포텐셜이 시간에 대하여 정현적인 변화를 한다고 가정하여, 식(1)의 시간미분항을 복소수 근사법으로 근사화시키고 정리하면 식 (2)와 같은 복소페이저로 표현된 벡터포텐셜 A를 계변수로 하는 지배방정식을 얻을 수 있다(4,5).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J_0 + \sigma j\omega A - \frac{U_b}{l} \quad (2)$$

여기서, A, J_0 는 각각 자기벡터 포텐셜과 1차측 전류

밀도의 페이지 표현이며, s 는 슬립, l 은 2차측 도체바의 길이, U_b 는 도체바의 전위차로서 U_b/l 는 도체바 양단사이의 전계의 세기를 의미한다.

해석 영역을 삼각형 요소로 분할하고, 식 (2)에 Galerkin 법을 적용하면 식 (3)의 관계식을 얻을 수 있다.

$$[S]\{A\} + j\omega[L]\{A\} + [Q]\{U_b\} + [D]\{I_s\} = \{0\} \quad (3)$$

전압을 구동원으로 하여 전류를 미지수로 하기 위하여, 식 (4)와 같은 1차측 회로 방정식을 이용한다.

$$j\omega\Phi + j\omega L_o I_s + R_o I_s = V_s \quad (4)$$

여기서, Φ , I_s , V_s 는 각 상의 권선 쇄교자속, 1차측 상전류, 1차측 상전압에 대한 페이지 표현식이며, L_o , R_o 는 각각 1상의 누설인덕턴스와 권선 저항이다. 식 (4)를 자기 벡터 포텐셜과 상전류를 미지값으로 하는 행렬 방정식으로 나타내면 식 (5)와 같다.

$$j\omega[G]\{A\} + [Z]\{I_s\} = \{V_s\} \quad (5)$$

여기서, $Z_{ij} = (R_o + j\omega L_o)\delta_{ij}$ 이다.

한편, 2차측 도체바 1개에 흐르는 전류 I_b 는 식(6)으로부터 계산된다.

$$I_b = - \int_{S_b} j\omega A dx dy + \frac{U_b}{R_b} \quad (6)$$

여기서, R_b 는 바의 저항, S_b 는 2차측 도체바 1개의 영역을 나타낸다. 식(6)을 이용하여 전체 도체바에 대한 행렬 방정식을 구성하면,

$$\{I_b\} = -j\omega[H]\{A\} + \frac{1}{R_b}[E]\{U_b\} \quad (7)$$

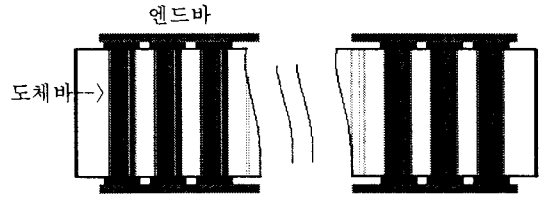
여기서, $[E]$ 는 단위행렬이다.

그림 2는 2차측의 도체바와 엔드바의 회로 방정식을 유도하기 위한 등가모델을 나타낸다. 그림 2에서 R_e 는 엔드바 segment의 저항, R_c 는 도체바와 엔드바간의 접촉저항, R_b 는 도체바의 자항을 나타낸다. 접촉저항은 1개의 도체바에 이웃하는 엔드바 segment에 1/2 씩 나누어 존재한다고 가정하였다. 또한, 엔드바 segment에서의 리액턴스는 무시하였다.

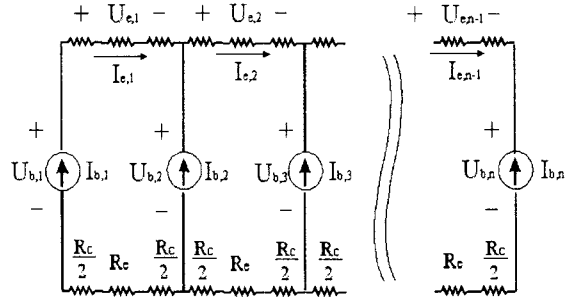
그림 2의 회로에 키르히호프의 전압법칙을 적용하면 다음의 수식들을 얻게된다.

$$\begin{aligned} U_{b1} - U_{b2} &= 2R_e I_{b1} \\ U_{b2} - U_{b3} &= 2R_e (I_{b1} + I_{b2}) \\ &\vdots \\ U_{bn} - U_{b(n-1)} &= 2R_e (I_{b1} + I_{b2} + \dots + I_{b(n-1)}) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $R_e = R_c + R_c$ 이다.



(a) 2차측 도체바와 엔드바



(b) 등가모델

그림 2. 2차측의 등가회로 모델

Fig. 2 The secondary circuit model

식 (8)과 $\sum_{k=1}^n I_{bk} = 0$ 의 관계식을 이용하면, 식 (9)와 같은 방정식이 구해진다.

$$\{I_b\} = \frac{1}{2R_e}[Y]\{U_b\} \quad (9)$$

여기서, $[Y]$ 결합행렬로서 다음과 같다.

$$[Y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (7) 과 식 (9)를 같게 놓으면 자기벡터 포텐셜과 도체 바에서의 전위차를 미지값으로 하는 식 (11)의 방정식을 얻을 수 있다.

$$j\omega[H]\{A\} + \left(-\frac{1}{2R_e}[Y] - \frac{1}{R_b}[E]\right)\{U_b\} = 0 \quad (11)$$

따라서, 식 (3), 식 (5), 식 (11)을 조합하면 전체 시스템 방정식을 식 (12)와 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S] & [Q] & [D] \\ j\omega[H] & [Y] & [0] \\ j\omega[G] & [0] & [Z] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{A\} \\ \{U_b\} \\ \{I_s\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{V_s\} \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (12)를 풀면 농형 2차측을 갖는 선형유도전동기의 엔드바의 저항뿐만 아니라 엔드바와 도체바간의 접촉 저항을 고려한 해석이 가능해진다.

3. 해석 결과

2차측 도체바와 엔드바간의 용접시에 발생하게 되는 접촉저항을 임의로 변화시킴에 따라서 전동기의 상전류, 추력, 흡인력 특성등을 계산하였다. 이것은 접촉 저항이 전동기의 특성에 미치는 영향을 고찰하기 위해서이다. 접촉저항의 영향을 정량적으로 나타내기 위하여 접촉저항의 미소변화에 대한 특성치의 변화를 계산하는 민감도를 계산하였다.

표 2는 접촉저항에 의하여 가장 민감한 영향을 받는 특성을 고찰하기 위하여, 접촉 저항 (R_c)이 도체바 저항 ($R_b = 9.8522 \times 10^{-5} \Omega$)의 0.1배인 경우에 대하여 상전류, 추력, 흡인력, 자속밀도의 변화를 계산하고 이로부터 민감도를 구한 것이다.

표 2에서 흡인력의 민감도가 가장 크므로 접촉저항의 변화에 의하여 흡인력 특성에 심각한 변화가 발생할 수 있음을 알 수 있다.

표 3은 도체바와 엔드바간의 접촉저항의 변화에 따라서 해석한 결과를 정리한 것이다. 즉, 접촉저항이 2차측 도체바 1개 저항의 2, 10, 20배의 경우를 가정하여 해석한 결과이다. 접촉저항이 없는 이상적인 경우와 특성을 비교해보면, 접촉저항 R_c 가 $2R_b$ 보다 크게되면 1% 이상의 특성변화가 발생하므로, 전동기의 제작시에 접촉저항은 다음의 조건식을 만족하여야만 한다.

$$R_c \leq 2R_b \quad (13)$$

그림 3은 $R_c = 0$ 일때와 $R_c = 20R_b$ 의 경우에 대하여 유한 요소 해석한 결과로서, 자속분포를 보여준다. 접촉저항의 영향에 의하여 자속분포의 양상에 변화가 나타남을 알 수 있다.

표 2. 접촉저항에 대한 민감도 (slip = 0.5)

Table 2. Sensitivities to the contact resistance

	$R_c = 0$	$R_c = 0.1 R_b$	Sensitivities
상전류 $I[A]$	2.055796	2.055035	$\frac{\partial I}{\partial R_c} = -77.2$
추력 $F_x[N]$	63.80201	63.77738	$\frac{\partial F_x}{\partial R_c} = -2500$
흡인력 $F_y[N]$	164.27921	164.38244	$\frac{\partial F_y}{\partial R_c} = 10478$
1 차 측 $B_{1m}[T]$	1.8056	1.8057	$\frac{\partial B_{1m}}{\partial R_c} = 10.15$
2 차 측 $B_{2m}[T]$	1.5076	1.5079	$\frac{\partial B_{2m}}{\partial R_c} = 30.45$

표 3 접촉저항 변화에 의한 특성 해석 결과

Table 3. Characteristics according to R_c variation

	$R_c = 2R_b$	$R_c = 10R_b$	$R_c = 20R_b$
상전류 $I[A]$	2.0401	1.9677	1.8474
추력 $F_x[N]$	63.2875	60.6693	55.4288
흡인력 $F_y[N]$	166.411	176.3445	193.0656
1 차 측 $B_{1m}[T]$	1.8059	1.8066	1.8047
2 차 측 $B_{2m}[T]$	1.5147	1.5442	1.5808



(a) $R_c = 0$



(b) $R_c = 20 R_b$

그림 3. 접촉저항의 변화에 따른 자속분포 (slip = 0.5)

Fig. 3 Flux distributions according to R_c variation

4. 결 론

본 논문에서는 농형 2차측을 갖는 선형유도전동기의 2차측 엔드바의 저항뿐만 아니라, 도체바와 엔드바간의 용접시에 발생하는 접촉저항도 함께 고려하여 유한 요소 해석을 하였다. 2차측 회로의 방정식은 해석 영역전체의 모든 도체바에 대하여 구성하였다.

접촉 저항의 변화에 대한 전류, 추력, 흡인력 특성의 민감도 해석 결과 흡인력의 민감도가 약 +10500 으로서 가장 크게 나타났으며, 추력의 민감도는 -2500 으로서 흡인력보다 약 4배 둔감하였다. 또한, 해석 결과로서 부터 농형 2차측의 제작시에 접촉 저항을 도체바 1개 저항의 2배 이하로 하면, 접촉 저항이 없는 이상적인 경우의 특성값의 99% 이내로 만족되는 안정된 특성값을 얻을 있음을 알 수 있었다.

본 연구는 한국전력공사의 지원에 의하여 기초전력공학 공동연구소 주관으로 수행되었음 (과제번호:00-020)

(참 고 문 헌)

- [1] Jacek, F. Gieras, Linear Induction Drives, Clarendon Press, Oxford, 1994
- [2] 박승찬, 우경일, "농형 2차측을 갖는 선형유도전동기의 설계", 대한전기학회 전기기기 및 에너지변환시스템학회 춘계학술대회 논문집, pp. 105-108, 2001.4
- [3] K.Muramatsu, T. Nakata, N.Takahashi and K.Fujiwara, "Comparison of Coordinate Systems for Eddy Current Analysis in Moving Conductors", IEEE Trans. on magnetics, vol.28, no.2, pp.1186-1189, 1992.
- [4] Arkkio, A., "Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations", Act Polytechnica Acadnavica, Helsinki, 1987.
- [5] D.H.Im, S.C.Park, B.T.Kim, B.I.Kwon, "Cogging Torque Calculation of Induction Motor with Skewed Slots", Proc. of ICEE'95, pp.529-532, July, Korea.1995.