

영구자석 선형 Halbach 배열의 특성 해석

장석명, 차상도, 이성호, 김봉섭\*, 성호경\*, 조흥재\*  
 충남대학교, 한국기계연구원

Analysis of characteristic linear Halbach array

S. M. Jang, S. D. Cha\*, S. H. Lee, B. S. Kim\*, H. K. Sung\*, H. J. Cho\*  
 Chungnam National Uni. KIMM\*

**Abstract** - This paper presents analysis linear Halbach array. For the theoretical aspects of this paper, the time variation of electric field related quantities is insignificant. A result of analytical method to calculate the magnetic flux density compared with a result of numerical method. Also when linear Halbach array moves above a closed loop, a developed force between linear Halbach array and a closed loop is analyzed

1. 서 론

Halbach 배열은 1979년 Klaus Halbach이 처음 제안한 것으로 입자 가속기에 강한 자계를 얻기 위한 장치로 고안되었다. Halbach 배열의 기본 개념은 자화벡터 방향을 축에 따라 연속적으로 회전시켜 자화시키므로써, 필요한 형태의 자계 분포를 얻는 것이다. 그림 1과 같이 자화벡터가 영구자석의 배열을 따라 연속적으로 회전하게 되면, Halbach 배열의 위쪽 면에서는 자계가 거의 발생하지 않고 아래쪽 면에서는 자계는 정현적인 일반배열보다 강한 자계가 발생한다. Halbach 배열의 장점으로 초고속 모터나 위치 제어용 서보모터의 계자로 응용되고 있다. Halbach 배열이 이용한 기계를 설계할 때, 설계변수 변화에 따른 특성을 파악하기 위해서는 해석적인 방법에 의한 Halbach 배열 특성 해석이 필요하다[1][2][3].

본 논문에서는 영구자석 선형 Halbach 배열의 자계 특성을 Fourier 급수에 의해 해석 방법을 제시한다. 영구자석의 크기에 따른 자계 특성을 구현함으로써 설계 변수 변화에 따른 특성 파악을 용이하게 할 수 있다. 또한, Halbach 배열이 페루프 도체 위를 움직일 때 발생하는 작용력을 해석하고자 한다.

2. 본 론

2.1 영구자석 선형 Halbach 배열의 자계 해석

그림 1은 영구자석 6개를 이용하여 구성된 선형 Halbach 배열을 나타낸다.

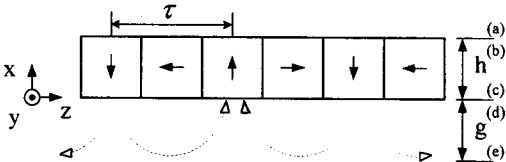


그림 1. 선형 Halbach 배열

해석모델에선 외부 전류가 없으므로 자계와 자속 밀도에 대한 curl은 식(1)과 같이 표현된다.

$$\nabla \times H = 0, \quad \nabla \times B = \mu_0 \nabla \times M \tag{1}$$

위 모델에서 등가 자화전류를 y방향만 고려하면 벡터 포텐셜 A는 식(2)와 같이 y방향에 대한 스칼라 포아송 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} A_{yn} = -\mu_0 [\nabla \times M_n]_y \tag{2}$$

여기서,  $M_n$ 은 자화벡터 M의 n차 Fourier 성분이다. 식(2)의 n차 자화벡터의 curl은 식(3)과 같다.

$$\nabla \times M_n = -jk_n M_{xn} e^{-jk_n z} a_y \tag{3}$$

식(3)을 식(2)에 대입한 후, 포아송 방정식의 해를 구하면,  $A_{yn} = A_{ynp} + A_{ynh}$ 로 표현 된다. 여기서,  $A_{ynp}$ 는 식(2)의 특수해이고,  $A_{ynh}$ 는 일반해를 의미한다. 그러므로  $A_{yn}$ 에 대한 포아송 방정식을 풀면  $A_{ynp}$ 와  $A_{ynh}$ 는 각각 식(4), 식(5)와 같다.

$$A_{ynp} = -\frac{j\mu_0}{k_n} M_{xn} \tag{4}$$

$$A_{ynh} = \left( A_{yn}^b + \frac{j\mu_0}{k_n} M_{xn} \right) \frac{\sinh(k_n x)}{\sinh(k_n h)} - \left( A_{yn}^c + \frac{j\mu_0}{k_n} M_{xn} \right) \frac{\sinh(k_n(x-h))}{\sinh(k_n h)} \tag{5}$$

$B = \nabla \times A$  관계식으로부터 자속밀도 B의 x성분, y성분을 구할 수 있다.  $B_x, B_y$ 는 각각 식(6)과 식(7)과 같이 표현된다.

$$B_{xn} = -\frac{\partial}{\partial z} A_{yn} = jk_n A_{yn} \tag{6}$$

$$B_{zn} = \frac{\partial}{\partial x} A_{yn} = k_n \left( A_{yn}^b + \frac{j\mu_0}{k_n} M_{xn} \right) \frac{\cosh(k_n x)}{\sinh(k_n h)} - k_n \left( A_{yn}^c + \frac{j\mu_0}{k_n} M_{xn} \right) \frac{\cosh k_n(x-h)}{\sinh(k_n h)} \tag{7}$$

경계면 (b)  $x=h$ 와 경계면 (c)  $x=0$ 에 대해 자속밀도 B는 식(8)과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} B_{zn}^b \\ B_{zn}^c \end{bmatrix} = k_n \begin{bmatrix} \coth(k_n h) & \frac{-1}{\sinh(k_n h)} \\ \frac{1}{\sinh(k_n h)} & -\coth(k_n h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{yn}^b \\ A_{yn}^c \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\cosh(k_n h) - 1}{\sinh(k_n h)} \\ -\frac{\cosh(k_n h) - 1}{\sinh(k_n h)} \end{bmatrix} j\mu_0 M_{zn}$$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \coth(x) = \pm 1$ 과  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sinh(x) = \pm\infty$ 의 관계로 부터 그림 1에서의 위 경계면 (a)와 아래 경계면 (b)에서의 반무한 영역에 대한 자속밀도  $B$ 는 식(8)로부터 식(9)와 식(10)으로 표현된다.

$$B_{zn}^a = -\gamma_n A_{yn}^a \quad (9)$$

$$B_{zn}^d = \gamma_n A_{yn}^d \quad (10)$$

여기서,  $\gamma_n = |k_n|$ 이다. Halbach 배열 아래면에는 모든 경계면에 대하여 벡터 포텐셜은 연속이다. 그러므로 식(11)과 식(12)의 관계가 주어진다.

$$A_{yn}^a = A_{yn}^b \quad (11)$$

$$A_{yn}^c = A_{yn}^d \quad (12)$$

경계면 (b)와 경계면 (c)에서의 등가 자화전류 밀도는 식(13)과 식(14)로 표현할 수 있다.

$$K_{yn}^b = M_n \times a_x = M_{zn} e^{-jk_n z} a_y \quad (13)$$

$$K_{yn}^c = M_n \times -a_x = -M_{zn} e^{-jk_n z} a_y \quad (14)$$

그러므로 자속밀도에 대한 경계조건은 식(15)와 식(16)으로 표현 가능하다.

$$-B_{zn}^a + B_{zn}^b = \mu_0 M_{zn} \quad (15)$$

$$-B_{zn}^c + B_{zn}^d = -\mu_0 M_{zn} \quad (16)$$

식(8)에서 식(16)을 연립방정식으로 구성하여 풀면, 식(17)과 식(18)로 표현되는 경계면 (a)와 경계면 (d)에 대한 벡터 포텐셜을 구할 수 있다.

$$A_{yn}^a = \left( \frac{\mu_0}{2\gamma_n} M_{zn} - \frac{j\mu_0}{2k_n} M_{xn} \right) (1 - e^{-\gamma_n h}) \quad (17)$$

$$A_{yn}^d = \left( -\frac{\mu_0}{2\gamma_n} M_{zn} - \frac{j\mu_0}{2k_n} M_{xn} \right) (1 - e^{-\gamma_n h}) \quad (18)$$

그러므로, 식(6)과 식(10) 그리고 식(18)을 이용하여 그림 1의 경계면 (d) 즉, 영구자석의 표면 자속밀도의  $x$ 성분,  $z$ 성분을 식(19)와 식(20)으로 구할 수 있다.

$$B_{xn}^d = \left( -\frac{jk_n \mu_0}{2\gamma_n} M_{zn} + \frac{\mu_0}{2} M_{xn} \right) (1 - e^{-\gamma_n h}) \quad (19)$$

$$B_{zn}^d = \left( -\frac{\mu_0}{2} M_{zn} - \frac{j\gamma_n \mu_0}{2k_n} M_{xn} \right) (1 - e^{-\gamma_n h}) \quad (20)$$

그림 2를 통해, 식(19)와 식(20)에서의 Halbach 배열을 이용한 2차축 자화벡터  $M_{zn}$ 과  $M_{xn}$ 의 Fourier 급수는 식(21)과 식(22)를 통해 구할 수 있다.

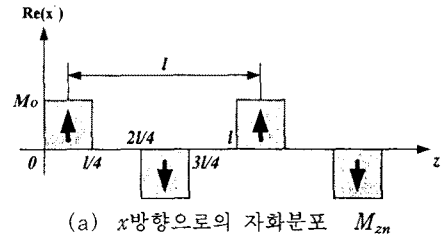
$$M_{zn} = \frac{1}{l} \int_0^l M_0 e^{-jk_n z} dz$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{M_0}{2n\pi} (e^{-\beta n \pi/2} - e^{-jn\pi} - e^{-jn\pi/2} + 1) \quad (21)$$

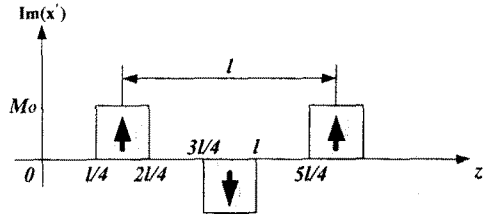
$$M_{xn} = \frac{1}{l} \int_0^l M_0 e^{-jk_n z} dz$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} j \frac{M_0}{2n\pi} (-e^{-\beta n \pi/2} + e^{-\beta n \pi/2} + e^{-jn\pi} - e^{-jn\pi/2}) \quad (22)$$

여기서,  $M_0 = \frac{B_r}{\mu_0}$ 로  $B_r$ 은 NdFeB 영구자석의 잔류 자속밀도를 나타낸다.



(a)  $x$ 방향으로의 자화분포  $M_{zn}$



(b)  $z$ 방향으로의 자화분포  $M_{xn}$

그림 2. 영구자석 선형 Halbach 배열의 자화벡터 공간적 분포

그림 3은 영구자석 1편의 크기가 25[mm]인 영구자석 Halbach 배열에 의한 자속밀도  $B_z$ 의 분포를 나타낸다. 실선은 Fourier 급수에 의해 계산된 자속분포이고 동그라미는 유한요소법에 의해 해석된 결과이다.

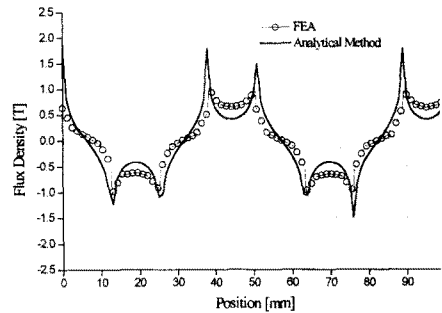


그림 3. 자속밀도  $B_z$ 의 분포

## 2.2 이동하는 Halbach 배열과 페르프 도체사이의 작용력 해석

그림 4는 Halbach 배열과 수평으로 정렬된 페르프 코일을 나타낸다. 코일과 코일 사이의 간격이 Halbach 배열 1극 간격과 동일하고 Halbach 배열은

z방향으로 속도  $v$ 로 이동한다. Halbach 배열의 아래 하단과 코일 중심과의 거리가  $4[mm]$ 이고 Halbach 배열이  $1[m/s]$ 의 속도로 페루프 위를 움직일 때 쇠교 되는 자속은 그림 5(a)와 같고 이 때 발생하는 수평력과 수직력은 그림 5(b)와 같다. 각 그림의 횡축은 페루프 코일의 좌측 도체와 Halbach 배열의 우측 끝단의 거리를 나타낸다.

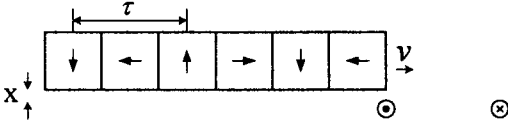
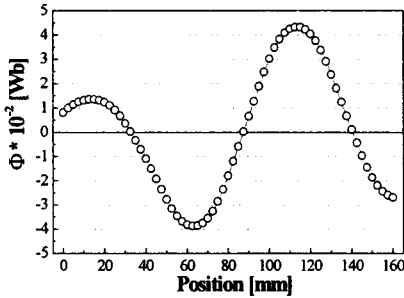
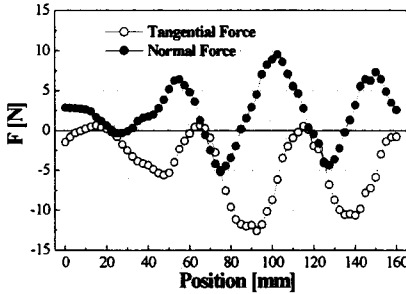


그림 4. Halbach 배열과 수평으로 정렬된 페루프 도체



(a) 쇠교 자속밀도



(b) 상호 작용으로 발생하는 수평력과 수직력

그림 5. Halbach 배열과 수평으로 정렬된 페루프 도체와 작용하는 힘

그림 6과 같이 Halbach 배열이 수직으로 정렬된 페루프 도체 위를 움직일 때 코일에 쇠교하는 자속은 그림 7(a)와 같고 이 때 발생하는 힘은 그림 7(b)와 같다.

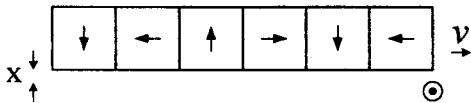
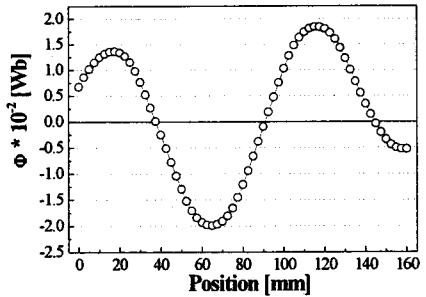
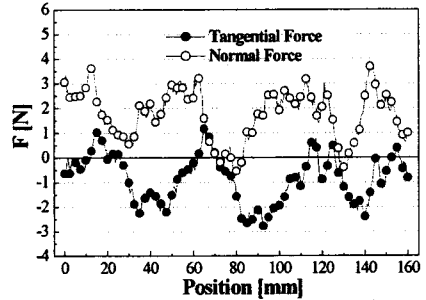


그림 6. Halbach 배열과 수직으로 정렬된 페루프 도체



(a) 쇠교 자속밀도



(b) 상호 작용으로 발생하는 수평력과 수직력

그림 7. Halbach 배열과 수직으로 정렬된 페루프 도체와 작용하는 힘

### 3. 결 론

영구자석 선형 Halbach 배열의 특성을 Fourier 급수에 의한 해석적인 방법으로 해석하고 그 값을 유한요소법으로 해석된 값과 비교해 보았다. 해석된 결과로부터 영구자석만을 사용해 한 쪽 방향으로 강한 자속밀도를 얻을 수 있음을 알 수 있었다. 이와 같은 특성을 갖는 선형 Halbach 배열이 페루프 도체 위를 이동할 때 발생하는 수직력과 수평력을 해석하였다. 6편의 영구자석 무게가 약  $6.5[N]$ 으로 그림 4와 같은 모델에서 발생하는 수직력의 평균값은 자체 무게를 부상시킬 수 있을 것으로 예상된다.

### (참 고 문 헌)

- [1] K. Halbach, "Design of Permanent Multipole Magnets with Oriented Rare Earth Cobalt Material", Nuclear Instruments and Methods, 169, pp 1-10, 1980
- [2] David L. Trumper, "Design and Analysis Framework for Linear Permanent-Magnet Machines", IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS, Vol. 32, No2, 1996
- [3] J. Ofori-Tenkorang, "A Comparative Analysis of Torque Production in Halbach and Conventional Surface-Mounted Permanent-Magnet Synchronous Motors", Proc. of the IEEE IAS Annual General Meeting, Orlando, pp657, Oct. 1995