

유한 요소법을 이용한
압전 변압기의 등가 회로 정수 구현

주현우, 이창환, 정현교
서울대학교 전기역학연구소

Equivalent-circuit parameter Estimation of Piezoelectric Transformer
Using Finite element Method

Hyun-Woo Joo, Chang-Hwan Lee, Hyun-Kyo Jung
School of Electric Eng. Seoul National Univ.

Abstract - 본 논문에서는 유한 요소법을 압전체에 적용하여 계산한 임피던스 파형을 실험적으로 검증하였으며 이를 압전 변압기에 적용하여 압전 변압기의 공진 특성 즉 입력측에서의 전기적인 임피던스 및 출력측에서의 전기적인 임피던스를 해석하였다. 또한 압전 변압기의 공진 모드를 나타내는 어드미턴스 궤적을 이용한 압전 변압기의 등가 회로 정수의 계산을 통해 등가 회로를 구성하였으며 무 부하시의 승압비를 계산하였다. 등가 회로를 이용하여 계산된 승압비의 결과를 유한 요소법을 이용한 결과와 비교하여 손실을 나타내는 등가 회로 정수(R)를 계산하였으며 유한 요소법에 의한 기계적인 진동 손실의 결과와 비교하여 계산된 저항(R)값의 타당성을 검증하였다.

S : 변형 벡터
 E : 전계 벡터
 D : 유전 변위 벡터
 C^E : 기계 계수행렬식(E =상수)
 ϵ^S : 유전상수(S =상수)
 e : 압전상수

해밀턴의 변분법을 압전체에 적용하면 아래와 같은 유한 요소법을 이용하여 압전체를 해석하기 위한 선형 차분 방정식을 얻을 수 있다[1].

$$-\omega^2 M + j\omega D_{uu}u + K_{uu}u + K_{u\phi}\Phi = F_B + F_S + F_P \quad (2)$$

$$K^t_{u\phi}u + K_{\phi\phi}\Phi = Q_S + Q_P$$

1. 서 론

1957년 Rosen에 의해 제안된 압전 변압기는 압전체의 적은 손실, 높은 전기-기계 결합 계수, 소형화의 이점을 이용한 장치이다. 소형화, 경량화 및 높은 주파수 대역에서의 동작등의 장점을 가지는 압전 변압기는 고주파 영역에서의 동작이 요구되는 전원 공급 장치 및 note book panel 등과 같은 분야에의 적용을 위해 연구되고 있다.

압전 변압기가 Rosen에 의해 제안된 이래 이를 효과적으로 해석하기 위한 방법으로 전기 등가 회로에 의한 방법이 주를 이루고 있다. 최근에 압전 변압기의 형상 및 전극의 구조가 복잡해짐에 따라 해석적인 방법을 이용한 압전 변압기의 등가 회로 정수를 산출하기 어렵기 때문에 형상 및 전극의 복잡한 구조를 고려할 수 있는 유한 요소법에 의한 수치 해석적인 방법이 압전 변압기의 등가 회로 정수 산출을 위한 효과적인 방법이다.

본 논문에서는 유한 요소법을 압전체에 적용하여 계산한 임피던스 파형을 실험적으로 검증하였으며 이를 압전 변압기에 적용하여 압전 변압기의 전기적인 임피던스 파형을 해석하였다. 또한 유한 요소법을 통해 얻은 임피던스 파형 및 어드미턴스 궤적을 통해 압전 변압기의 등가 회로 정수를 계산하여 무부하시의 승압비를 계산하고 이 결과를 유한 요소법의 결과와 비교하였다. 압전 변압기의 기계적인 진동에 의한 손실을 유한 요소법과 등가회로법에 의해 비교하였다.

K_{uu} : 기계 계수 행렬식
 D_{uu} : 기계 감쇄 행렬식
 $K_{u\phi}$: 압전 결합 행렬식
 $K_{\phi\phi}$: 유전 계수 행렬식
 M : 질량 행렬식
 F_B : 기계적인 체적 힘
 F_S : 기계적인 면적 힘
 F_P : 기계적인 point 힘
 Q_S : 변전하
 Q_P : 점전하
 u : 기계적인변위
 Φ : 전위

3. 유한 요소 해석

3.1 압전체의 임피던스 해석

압전체의 전기적인 임피던스는 임피던스 analyzer를 통해 실험적으로 쉽게 검증될 수 있는 물리량이며 또한 압전체의 임피던스 해석을 통해 압전체의 공진 특성 즉 공진 주파수와 반공진 주파수를 알 수 있다. 유한 요소법을 통한 임피던스 해석은 (3)과 같이 전극에서의 외부 전하량과 전위와의 비를 이용하여 계산된다[1].

$$Z(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{j\omega Q} \quad (3)$$

2. 유한 요소 정식화

행렬식 (1)은 압전체에서 기계적인 물리량과 전기적인 물리량의 상관관계를 표현하는 식으로 압전체의 유한 요소 정식화의 기본이 되는 식이다[1].

$$T = c^E S - e^t E$$

$$D = e S + \epsilon^E E \quad (1)$$

T : 응력 벡터

그림.1은 유한 요소법을 통해 구한 압전체의 전기적인 임피던스 파형과 실험에 의한 임피던스 파형의 비교를 나타낸다. 또한 임피던스 파형 해석을 통해 그림.1의 시험 모델에 대한 공진 주파수와 반공진 주파수를 구할 수 있다. 유한 요소법을 이용한 해석 결과와 참고 문헌 [1]에서 인용된 실험 결과와 유사한 경향을 나타내므로 그림.1의 임피던스 파형은 본 논문에서의 유한 요소법 파형의 타당함을 보여준다.

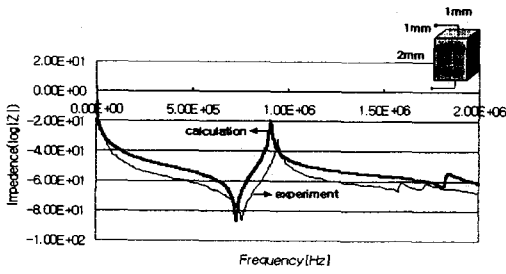


그림 1 임피던스 파형의 비교

3.2 압전 변압기의 임피던스 해석

그림.2는 실험에 의해 타당성이 검증된 압전체의 유한 요소 해석을 이용하여 얻은 압전 변압기 구동부의 임피던스 파형을 나타낸다. 이 해석을 통해 압전 변압기의 동작 주파수를 얻을 수 있다.

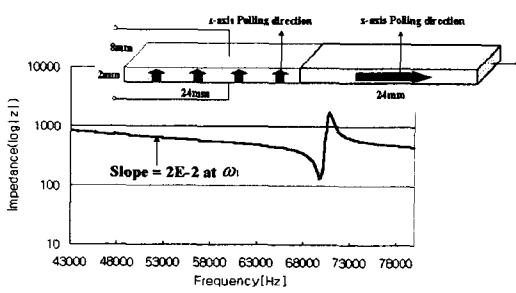


그림 2 압전 변압기 구동부의 임피던스

그림.3은 압전 변압기 구동부의 어드미턴스 궤적을 나타낸 것으로 그림.3에 나타난 상수들은 다음과 같다 [2].

- f_p : 병렬 공진 주파수 f_a : 반공진 주파수
- f_s : 직렬 공진 주파수 f_r : 공진 주파수

그림.2에 나타난 구동부 임피던스 파형의 기울기와 위에서 언급된 압전 변압기의 공진 주파수들은 압전 변압기 구동부의 등가 회로 정수를 산출하기 위해 이용되며 또한 압전 변압기의 동작점을 결정한다.

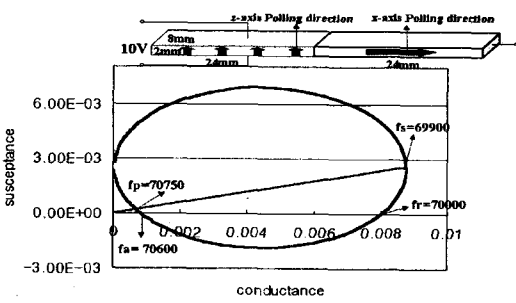


그림 3 압전 변압기 구동부 어드미턴스 궤적

그림.4는 압전 변압기의 발전부의 임피던스 파형을 나타낸다. 이는 압전 변압기의 발전부 전극에 전하를 인가했을 때 인가 전하와 전극에 유기되는 전압의 비율에 의

해 구해진 것이다.

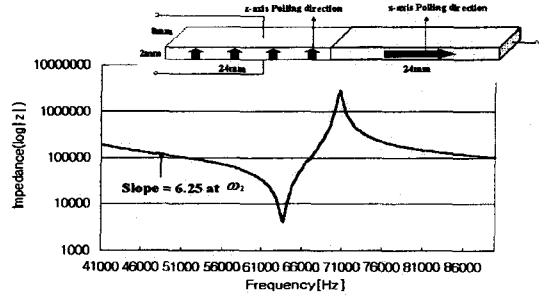


그림 4 압전 변압기 발전부의 임피던스

그림.5는 압전 변압기 발전부의 어드미턴스 궤적을 나타낸 것으로 그림.4에서 언급된 발전부 임피던스의 기울기와 함께 압전 변압기 발전부의 등가 회로 정수를 산출하기 위해 이용된다.

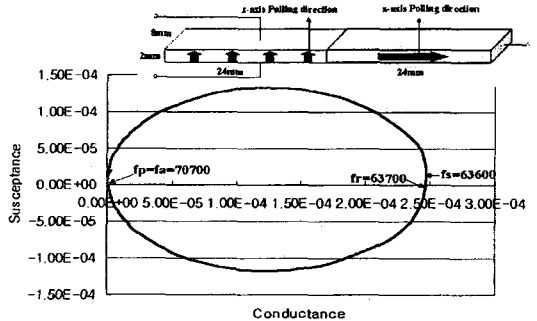


그림 5 압전 변압기 발전부의 어드미턴스 궤적

4. 압전 변압기의 등가 회로

4.1 L, C 정수의 구형

그림.6은 압전 변압기의 등가 회로를 나타낸다. 그림.6에서의 등가 회로 정수들은 압전 변압기의 공진을 나타내는 L-C 회로와 기계적인 진동에 의한 손실을 의미하는 R, 그리고 구동부와 발전부의 전극에 의한 캐패시턴스를 나타내는 C_{in} 과 C_o 로 구성되어 있다 [2].

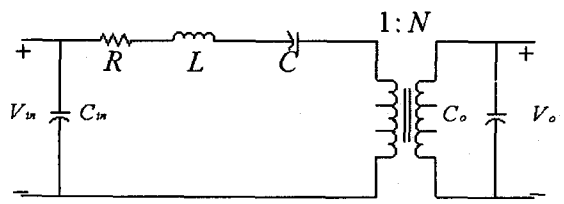


그림 6 압전 변압기의 등가 회로

그림.6의 등가 회로를 입력측의 정수값으로 변환하면 그림.7과 같다. 그림.6과 그림.7에서 C_{in} 은 압전 변압기 구동부에서의 전극에 의한 캐패시턴스를 나타내므로 압전 변압기의 공진에 영향을 미치지 않는다. 따라서 그림.2에서와 같이 공진 주파수보다 낮은 주파수에서의 임피던스 변화량 즉 임피던스 파형의 기울기를 이용하여 C_{in} 을 계산할 수 있다 [2].

$$C_{in} = 1 / (\text{slope}_{in} \times \omega_1^2) \quad (4)$$

C와 N^2C_o 의 직렬 캐패시턴스를 C_1 이라고 정의하면

$$C_1 = C_{in} \left(\frac{\omega_p^2 - in}{\omega_s^2 - in} - 1 \right) \quad (5)$$

와 같이 구해지며 (4)와 (5)로부터

$$L = \frac{1}{\omega_s^2 - in C_1} \quad (6)$$

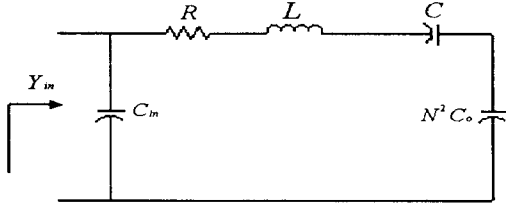


그림 7 구동부측에서의 등가 회로

그림.8은 그림.6의 등가 회로를 압전 변압기 발전부측의 정수값으로 변환한 것이다. C_o 또한 식 (4)와 같은 방법으로 그림.4에 나타난 압전 변압기 발전부 임피던스의 기울기를 이용하여 구할 수 있다[2].

$$C_o = |1 / (\text{slope}_{out} \times \omega_s^2)| \quad (7)$$

$\frac{C_{in}}{N^2}$ 과 $\frac{C}{N^2}$ 의 직렬 캐패시턴스를 C_2 라고 정의하면

$$C_2 = C_o \left(\frac{\omega_p^2 - out}{\omega_s^2 - out} - 1 \right) \quad (8)$$

와 같으며 (7)과 (8)로부터

$$L_2 = N^2 L = \frac{1}{\omega_s^2 - out C_2} \quad (9)$$

식 (9)에서

$$N = \sqrt{L_2 / L} \quad (10)$$

와 같이 구할 수 있다[2]. 따라서 C와 N^2C_o 의 직렬 캐패시턴스를 C_1 이라고 정의한 것을 이용함으로써 C를 구할 수 있으므로 식 (4)-(10)으로부터 그림. 5에서의 압전 변압기 등가 회로 정수 즉 L, C, C_{in}, C_o 를 구현할 수 있다.

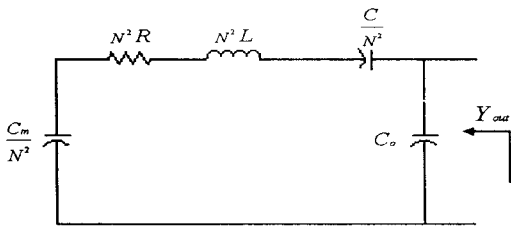


그림 8 발전부측에서의 등가 회로

4.2 저항(R) 정수의 구현

압전 변압기의 손실은 크게 기계적인 진동에 의한 손실과 유전 손실의 2가지로 구분되는데 유전 손실은 기계적인 진동에 의한 손실에 비해 상당히 작은 값을 가지므로 무시할 수 있다. 따라서 등가 회로 정수 중 손실을 나타내는 요소인 저항(R)은 기계적인 진동에 의한 손실을 나타낸다고 할 수 있다. 유한 요소법을 이용한 기계적인 진동에 의한 압전 변압기의 손실 계산은 (11)에 의해 구할 수 있다[3].

$$P_{mech-loss} = \frac{1}{2} M v^2 \omega_r Q_m^{-1} \quad (11)$$

M : 시험 모델의 질량
 ω_r : 공진 주파수

v : 진동 속도
 Q_m : 기계 품질 계수

그림.9는 유한 요소법 및 등가 회로를 이용하여 구한 압전 변압기의 승압비를 나타낸 것이다. 그림.6의 등가 회로에서 $R=228[\Omega]$ 일 때 압전 변압기의 승압비는 그림. 8에 나타난 결과와 같이 유한 요소법을 이용하여 구한 결과 즉 최대 승압비를 나타내는 주파수 및 승압비가 일치한다. 10[V]의 전압이 그림.9의 시험 모델의 구동부에 인가되었을 때 압전 변압기의 손실은 약 $5.48 \times 10^{-2} [W]$ 이며 이는 유한 요소법에 의한 기계적인 진동 손실 즉 $P_{mech-loss} \cong 7.4 \times 10^{-2} [W]$ 와 유사한 값을 가진다. 따라서 등가 회로법으로부터 얻은 승압비와 유한 요소 해석을 통해 얻은 승압비의 비교를 통해 얻은 저항(R)값의 타당함을 압전 변압기의 기계적인 손실 해석을 통해 검증하였다.

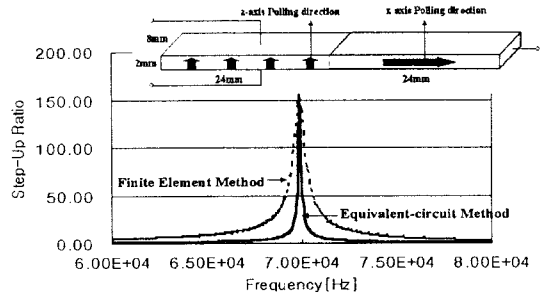


그림 9 압전 변압기의 승압비

3. 결 론

본 논문에서는 유한 요소법을 압전체에 적용하여 계산한 임피던스 파형을 실험적으로 검증하였으며 이를 압전 변압기에 적용하여 압전 변압기의 공진 특성을 해석하였다. 또한 압전 변압기의 공진 모드를 나타내는 어드미턴스 궤적을 이용하여 압전 변압기의 등가 회로 정수를 계산하여 등가 회로를 구성하였으며 무부하시의 승압비를 계산하였다. 등가 회로를 이용하여 계산된 승압비의 결과를 유한 요소법을 이용한 결과와 비교하여 손실을 나타내는 등가 회로 정수(R)를 계산하였으며 이를 이용하여 등가 회로에 의해 계산된 압전 변압기의 기계적인 진동에 의한 손실과 유한 요소법에 의한 기계적인 진동 손실의 결과와 비교를 통해 계산된 저항(R)값의 타당성을 검증하였다.

(참 고 문 헌)

- [1]Reinhard Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Elements," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 37, pp. 233-247, May 1990
- [2]Chin-Yi Lin, "Design and Analysis of Piezoelectric Transformer Converter", VPEC Ph.D Dissertation, 1997
- [3]Yasuhiro Sasaki, Sadayuki Takahashi and Seiji Hirose, "Relationship between Mechanical Loss and Phases of Physical Constants in LZT Ceramics", JJAP Vol. 36 pp.6058-6061, Part 1 No. 9B Sep.1997