

이단 압축기의 임펠러 및 시스템에 대한 최적설계

이용복*, 김종립**, 최동훈**, 김광호***, 김창호*

An Optimum Design of the Compressor Wheel and the Rotor-Bearing System of a Two-Stage Compressor

Yong-Bok Lee*, Jong-Rip Kim**, Dong-Hoon Choi**, Kwang-Ho Kim***,
Chang-Ho Kim*

Key Words: Two-stage compressor(이단압축기), Bump bearing(범프 베어링), Rotor-bearing system(회전자 베어링 시스템), Optimal design(최적설계)

ABSTRACT

The paper presents the optimal design of a oil-free two-stage compressor, which is driven by 75 kW motor at an operating speed of 39,000 rpm, and the pressure ratio of which is up to 4. First, an attempt is made to obtain the optimal design of a bump bearing which supports a compressor rotor. Second, bump bearings and shaft are considered simultaneously, and the weighted sum of rotor weight and frictional torque is minimized. Finally, the optimal geometry of compressor wheel is considered. The mean efficiency and the minimum efficiency are maximized respectively. The results presented in this paper provide important design information necessary to reduce the energy loss.

1. 서론

원심 압축기는 냉동사이클, 자동차용 터보차저, 산업용 가스터빈, 항공기 터보샤프트 엔진 등에서 광범위하게 사용되고 있으며, 로터의 회전에 의해서 생기는 원심력을 이용하여 유체의 압력을 증가시키는 역할을 하는 것으로써 축류 압축기에 비해 단단일 경우 압축비가 높다. 원심 압축기 기술은 크게 압축기 각 부품의 성능해석 및 설계 기술, 유동통로에 대한 유동해석 기술, 설계된 3차원 형상에 대한 가공기술, 제작된 임펠러, 축등 고속 회전체에 대한 진동, 윤활, 밸런싱 등 동력학적 관점의 해석 기술, 제작된 원심 압축기에 대한 성능시험 기술 등으로 나눌 수 있다. 그러나 이러한 기술 곳곳에는 오랜 경험과 많은 실험적 요소들이 요구되고 있기 때문에 현재 이러한 기술분야의 경험이

상당히 부족한 국내 실정으로 볼 때 원심 압축기 기술은 초보단계에 있다고 볼 수 있다.⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾

또한, 공기 포일 베어링(Air foil bearing)은 air cycle machines, 보조 동력 장치(auxiliary power units) 또는 cryogenic turbocompressor 등의 고속 항공 우주용 회전기계에 성공적으로 많이 적용되어 왔다. 포일 베어링은 시스템의 복잡성 및 유지비용을 줄이고, 효율성 및 작동 수명을 높인다. 전형적인 공기 베어링이나 구름 베어링에 비하여 포일 베어링은 축의 기울어짐, 축의 진동, 충격 하중 또는 탄성 및 열 변형에 둔감하다. 또한 포일 베어링의 하중지지능력, 고온 코팅과 해석 기술의 한계로 인하여 저하중의 제한적인 영역에서 사용되어져 왔으나, 하중지지능력의 증가, 코팅 기술의 발전과 해석 기술의 발전으로 인하여 적용분야가 점점 더 넓어지고 있다.⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾ 그러나 이러한 필요를 충족시킬에도 불구하고 그 적용에는 아직도 미비하다. 그 이유중의 하나로 현재 사용되고 있는 베어링에 대신하여 그 환경과 크기에 맞는 포일 베어링을 사

* 한국과학기술연구원 트라이볼로지연구센터

** 한양대학교 기계공학부

*** 한국과학기술연구원 열·유동제어연구센터

E-mail : lyb@kist.re.kr

용하고자 할 때 신뢰할 수 있는 해석 및 설계 기술의 부재를 들 수 있다. 현재 새로운 제품을 생산하고자 할 때는 대부분의 설계가 설계자의 경험에 의존하고 있다. 또한 대부분의 사용자가 포일 베어링의 설계 절차조차 익숙하지 않다. 그러므로 실제 설계 단계시, 표나 그래프로 표현된 해석과 실험 결과를 이용하여 설계를 수행하고 있다. 즉 설계의 대부분을 설계자의 경험에 의존하고 있으며, 이러한 과정은 많은 시간과 비용, 그리고 시행착오를 필요로 한다. 뿐만 아니라, 최근의 회전기계는 단위 중량당 에너지 효율의 극대화를 위하여 고속화, 경량화·소형화 및 우수한 진동 특성 그리고 상품화를 위한 저가격화가 요구된다. 이와 같은 고속화 추세에 따라 회전축계는 불안정성이 증대되고 있으며, 제품의 신뢰성 및 정도를 낮추는 원인이 되고 있다. 그러나, 현재의 구름 베어링과 저널 베어링은 운전환경의 변화에 적극적으로 대처할 수 없는 수동적인 요소이다. 이러한 운전환경의 변화에는 윤활제의 오염, 열 효과에 의한 점성의 변화, 회전축의 속도와 하중 변화, 그리고 축의 기울어짐과 불균형량의 변화 등이 있다. 능동 제어형 베어링은 이러한 운전환경의 변화에 대처하여 보다 안정하고 보다 제어된 축의 운동, 기구 수명의 연장과 향상된 안정성을 이루게 한다.

따라서, 이와 같은 요구조건을 만족하며 보다 안정적이고 신뢰할 수 있는 고속 회전기용 공기 포일 베어링의 설계는 중요하다 할 수 있으며, 체계화된 설계 기술을 이용하여 설계자의 부담을 줄이면서 설계에 소요되는 시간과 비용을 절감함은 물론, 효율적인 설계를 수행할 필요성이 있다. 또한, 원심 압축기의 성능 해석을 통하여 고효율의 압축기를 설계할 필요가 있다. 이와 관련하여 체계화된 설계 기술 중 많이 사용되는 방법 중의 하나가 최적설계이다. 기존의 설계가 설계자의 경험과 직관에서 의해 시행착오적인 방법으로 이루어진 것에 비하여, 최적설계란 설계시 고려되어야 할 주요 성능인자들과 요구사항들을 목적 함수와 구속 조건으로 정식화하여, 최적화 알고리즘을 통하여 현재의 설계에서 주요 성능인자들을 최대화 또는 최소화하면서 요구사항을 만족하는 최적의 설계를 이루어 내는 방법이다. 즉 최적설계를 통하여 베어링의 설계에 있어 고속화, 경량화·소형화 및 안정성 등의 설계 성능 인자 및 요구사항을 만족하는 베어링의 기하학적 형태와 위치 등의 설계변수들을 보다 효율적이며 명확하게 구할 수 있다. 또한 고효율의 원심 압축기를 위한 압축기의 기본형상 및 임펠러 입·출구의 블레이드 각도

등을 결정할 수 있다.

이에 본 연구에서는 고속 회전기계 요소 및 시스템의 안정화를 위해 고속 회전기용 공기 포일 베어링의 유동 해석 및 원심 압축기의 성능해석과 최적화 기법을 이용하여, 회전축계의 기본이라고 할 수 있는 베어링 요소와 원심 압축기의 기본 형상을 최적설계하였다.

2. 시스템 해석

모든 회전장치에서 회전축은 지지부와의 마찰이 없이 유연하게 회전하기 위하여 기본적으로 두개 이상의 베어링으로 지지되고 있다. 일반적으로 고속 회전하는 원심형 압축기의 트라이볼로지 관점에서의 해석은 주로 베어링에 의한 윤활 및 하중의 지지 능력 검토이며, 동력학적 관점에서의 기본 설계는 시스템의 진동 문제를 비롯하여 안정성 점검이 주된 연구의 대상이다. 또한 유체역학적 관점에서의 해석으로는 기본적으로 압축기의 압축비 및 효율이 검토되어야 한다. 이를 위하여 기본적으로 필요한 분야의 해석은 크게 3가지이다. 트라이볼로지 관점에서의 범프 저어널 베어링의 해석, 동력학적 관점에서의 회전자-베어링 시스템 해석 및 유체역학적 관점에서의 원심 압축기 성능해석이다.

포일 베어링의 여러 가지 성능들을 예측할 수 있는 해석은 과거로부터 많은 연구가 이루어졌으나 범프의 변형, 유체의 동압 발생, 포일과 범프 및 하우징과의 마찰등 복잡한 요인들에 의해서 주로 단순화된 모델을 통하여 해석을 수행하고 있다. 이러한 모델을 통하여 하중지지능력, 강성, 감쇠 및 마찰 토크등 여러 가지 성능들을 예측하였다. 유막에 관한 지배 방정식, 유막 두께와 경계 조건을 이용하여 압력 분포를 구할 수 있으며, 이를 통하여 하중지지능력과 토크를 구할 수 있다. 유막력은 압력을 면적분하여 구할 수 있다.

고속 회전하는 원심형 압축기의 기본적 설계구조에 따라 동역학적인 해석을 수행하여 시스템의 고유 진동 수와 모우드를 해석하고, 또한 시스템의 안정성을 판단할 수 있다.⁽⁸⁾⁻⁽⁹⁾ 또한 불균형 응답 해석을 통하여 고속회전시의 최대 진폭을 해석을 할 수 있으며, 이를 통하여 임계속도 등 여러 시스템 성능 지수를 판단할 수 있다. 또한 베어링의 구조가 시스템의 안정성에 영향을 주므로 이에 대한 다분야 해석이 수행되어야 한다.

원심 압축기 성능해석 또는 예측을 위하여 기본적으로 성능을 해석하고자 하는 압축기의 기본 형상, 임펠

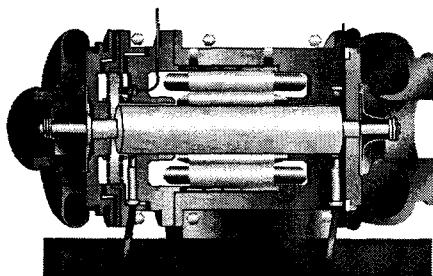


Fig. 1 Two-stage centrifugal compressor

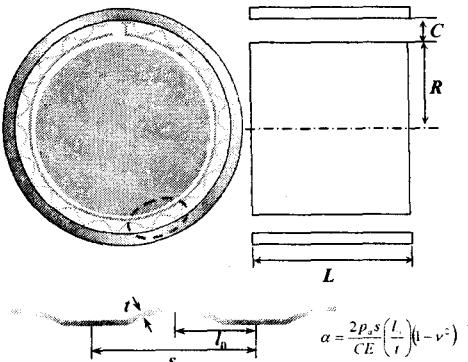


Fig. 2 Configuration of a bump bearing

Table 1 Optimization results of bump bearings

xi	xiL	xi0	No. of Pads					xiU
			1	2	3	4	5	
R [mm]	2.00E+01	2.70E+01	2.00E+01	2.49E+01	2.00E+01	2.29E+01	2.00E+01	5.50E+01
L [mm]	1.00E+01	2.70E+01	2.41E+01	5.50E+01	3.44E+01	3.97E+01	3.44E+01	5.50E+01
C [μm]	5.00E+01	1.00E+02	5.72E+01	5.00E+01	7.48E+01	5.76E+01	6.02E+01	2.00E+02
α	1.00E-02	2.00E-01	1.00E-02	1.00E-02	1.20E-02	1.00E-02	1.00E-02	3.00E+00
ε	0.00E+00	5.00E-01	8.99E-01	7.46E-01	9.00E-01	8.99E-01	9.00E-01	9.00E-01
$\theta 0$	1.00E+01	3.00E+02	1.94E+02	2.19E+02	1.93E+02	2.07E+02	1.91E+02	3.50E+02
T	-	3.70E-03	5.45E-03	1.66E-02	5.17E-03	1.10E-02	6.44E-03	-
gmax	-	1.65E+00	1.72E-03	2.16E-03	1.67E-03	2.34E-03	2.96E-03	-
IT	-	-	23	18	14	14	16	-
FE	-	-	408	284	212	179	328	-

려 입·출구의 블레이드 각도, 유량 및 입구조건, 회전 수 등이 필요하다. 원심 압축기의 손실은 크게 내부손실과 외부손실로 나누어지며, 이러한 손실모델들을 이용하여 기존의 원심 압축기에 대한 성능인 압축비 및 효율을 예측할 수 있다. 성능예측은 일반적으로 원심 압축기 각 부품(임펠러, 디퓨저 등)에서의 유동과정에 대한 해석을 포함하는 것으로, 알려진 입구조건을 이용하여 임펠러 출구 및 디퓨저 출구에서의 유동조건을 예측하는 것이라 할 수 있다. 또한 임펠러 출구에서의 조건은 디퓨저의 입구조건이 되는 것이다.

3. 최적설계

Fig. 1에 범프 베어링으로 지지된 이단 원심 압축기를 도시하였다. 이의 설계를 위하여 각각 범프 베어링 단품, 회전자-베어링 시스템 및 압축기 기본 형상에 관한 최적설계를 수행하였다.

3.1. 범프 베어링 설계

Fig. 2와 같은 범프 베어링의 주요 성능인자로써 손실 토크(T)를 목적 함수로 설정하였으며, 이때 설계변수 xi로는 범프 패드의 개수(n), 축 또는 베어링의 반지름(R), 베어링의 폭(L), 틈새 반경(C), 범프 컴플라이언스(α), 편심율(ε) 및 최소 유막 두께 위치($\theta 0$)로 정하였다. 구속조건으로는 힘 평형조건과 편심량 제한 조건 및 설계변수 제한조건으로 하였다. 이와 같은 범프 베어링의 최적설계 수식화는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & f(\mathbf{x}) = T \\ \text{subject to } & g_1(\mathbf{x}) = F/W - 1 = 0 \\ & g_2(\mathbf{x}) = \phi_L = 0 \\ & g_3(\mathbf{x}) = C\varepsilon/0.25 \times 10^{-3} - 1 \leq 0 \\ & g_4(\mathbf{x}) = 1 - C\varepsilon/0.01 \times 10^{-3} \leq 0 \\ & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

$$(1)$$

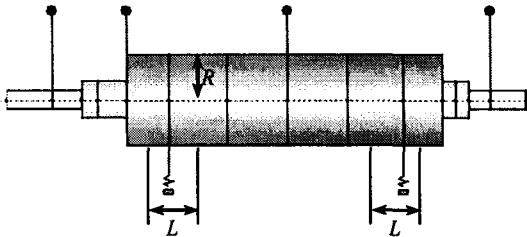


Fig. 3 Rotor-bearing system model

위의 최적화 문제를 DOT⁽¹⁰⁾의 MMFD방법을 사용하여 수행하였으며, 그 결과는 Table 1에 표시하였으며, 설계 상·하한치 및 초기치도 표시하였다. 범프의 개수는 1개부터 5개까지 수행하였으며, Table 1을 통하여 범프의 개수가 3개일 때가 가장 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. 이때 g_{\max} 는 최대 구속조건 위배량을 말하는 것이며, IT는 최적설계의 방향탐색 회수이고, FE는 범프 베어링 해석 회수이다. 설계민감도 정보는 유한차분법으로 구하였다.

3.2. 회전자-베어링 시스템 설계

Fig. 3에 범프 베어링으로 지지된 터보 압축기의 해석을 위한 회전자-베어링 시스템 모델을 도시하였다. 이의 최적화를 위하여 설계변수로는 3.1절의 범프 베어링 설계에서의 변수를 그대로 사용하였으며, 베어링의 반경과 축의 반경을 링크하여 최적화를 수행하였다. 목적함수로는 베어링의 손실 토크(T)와 축의 중량(W)의 최소화로 선정하였다. 또한 구속조건으로는 베어링 설계시의 구속조건에 더하여 공진 주파수 회피 조건, 회전체의 허용 용력 조건, 회전체의 최대 진폭 조건 및 설계변수 제한조건을 두었다. 최적설계 수식화는 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize } & f(\mathbf{x}) = w_1(T/T_0) + w_2(W/W_0) \\
 \text{subject to} \\
 & g_1(\mathbf{x}) = F/0.6W - 1 = 0 \\
 & g_2(\mathbf{x}) = \phi_L = 0 \\
 & g_3(\mathbf{x}) = C\varepsilon/0.25 \times 10^{-3} - 1 \leq 0 \\
 & g_4(\mathbf{x}) = 1 - C\varepsilon/0.01 \times 10^{-3} \leq 0 \quad (2) \\
 & g_5(\mathbf{x}) = \alpha_1\Omega_2/\omega_L - 1 \leq 0 \\
 & g_6(\mathbf{x}) = \alpha_2\omega_U/\Omega_3 - 1 \leq 0 \\
 & g_7(\mathbf{x}) = \sigma_{\max}/\sigma_{all} - 1 \leq 0 \\
 & g_8(\mathbf{x}) = \delta_{\max}/\delta_{all} - 1 \leq 0 \\
 & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i=1, \dots, 6
 \end{aligned}$$

이를 위하여, 가중치 w_1 과 w_2 는 각각 1로 선정하였다. 공진 회피를 위하여 $\alpha_1 = 1.25$ 를 $\alpha_2 = 1.2$ 로, 운전 영역의 상·하한을 각각 $\omega_L = 30,000$ rpm, $\omega_U = 40,000$ rpm으로, 허용 용력 $\sigma_{all} = 340$ MPa로, 최대 진폭 $\delta_{all} = 14 \mu\text{m}$ 로 각각 선정하였다. 또한 Ω_2 및 Ω_3 은 각각의 회전수에서의 2차 및 3차 고유진동수이며, T_0 및 W_0 는 각각 초기치에서의 손실 토크 및 축의 중량이다.

위의 최적화 문제를 DOT의 MMFD방법을 사용하여 수행하였으며, 그 결과를 Table 2에 표시하였다. 시스템 해석 76번과 최적화 반복 9을 통하여 최적해를 구하였으며, 손실 토크는 다소 증가하였으나, 축 중량은 감소하여, 전체 목적 함수값은 감소하였다. 베어링 단품의 설계에서는 베어링 폭이 초기치에 비하여 증가하였으나, 시스템 설계에서는 감소하였음을 알 수 있다. Fig. 4에서는 초기치와 최적치에 대한 Campbell 다이어그램을 도시하였다. 설계 초기치에서의 공진 회피 범위가 다소 넓었으나, 목적함수의 감소를 위하여 최적치에서는 그 영역이 공진 회피 영역을 만족하는 범위로 줄었음을 알 수 있다.

3.3. 압축기 기본 형상 설계

Fig. 5에 압축기에 대한 기본적인 기하학적 형상을 도시하였다. 목적함수로는 효율(η)의 최대화로 선정하였으며, 설계변수 \mathbf{x} 로는 임펠러 출구 직경(D_2), 임펠러 출구 폭비(b_2/D_2), 디퓨저 반경비(D_3/D_2), 입구 임펠러 높이(h_1/D_1), 인ду서 반경비(D_1/D_2), 입구 블레이드 텁

Table 2 Optimization result of a rotor-bearing system

x_i	x_i^L	x_i^U	x_i^*	x_i^{U*}
R [mm]	2.00E+01	2.70E+01	2.25E+01	5.50E+01
L [mm]	1.00E+01	2.70E+01	1.85E+01	5.50E+01
C [μm]	5.00E+01	1.00E+02	5.00E+01	2.00E+02
α	1.00E-02	2.00E-01	1.00E-02	3.00E-00
ε	0.00E+00	8.00E-01	9.00E-01	9.00E-01
θ_0	1.00E+01	1.90E+02	1.90E+02	3.50E+02
OBJ	-	2.00E+00	1.91E+00	-
T	-	5.15E-03	5.51E-03	-
W	-	8.48E+00	7.14E+00	-
g_{\max}	-	7.73E-01	8.39E-04	-
IT	-	-	9	-
FE	-	-	76	-

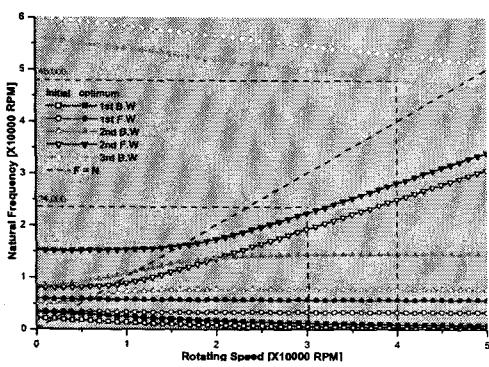


Fig. 4 Campbell diagram of a rotor-bearing system

각(β_{1b}), 출구 블레이드 각(β_{2b})로 선정하였으며, 구속 조건으로는 최소 압력비 $p_L = 1.33$ 과 최대 동력손실 제한조건(37.5 kW) 및 설계변수 제한조건을 두었다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & f(\mathbf{x}) = \eta \\ \text{subject to } & g_1(\mathbf{x}) = 1 - p_L / 1.33 \leq 0 \\ & g_2(\mathbf{x}) = pQ\eta / 37.5 - 1 \leq 0 \\ & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i=1, \dots, 7 \end{aligned} \quad (3)$$

최적설계 정식화는 위와 같으며, DOT의 SLP방법을 이용하여 수행하였다. 그 결과를 Table 3에 표시하였다. 이 때 사용한 유량 범위는 $0.2 \sim 0.4 \text{ kg/s}$ 이며, (1) 유량 범위에서 평균 효율을 최대화하는 문제와 (2) 유량 범위에서의 최소 효율을 최대화하는 문제로 정식화하였다.

Fig. 6에는 초기치와 최적치의 압축기 형상에 대하여 압축기 성능인 압력비와 효율을 각각의 경우에 대하여 도시하였다. Table 3에서도 알 수 있듯이, 두 가지의 경우에 다소간의 차이는 있으나 비슷한 결과를 주었으며, 그 성능 또한 유사한 향상을 보였다. 가장 큰 차이를 보인 설계변수는 출구 블레이드 각임을 알 수 있다. 각각의 경우 (1)평균 효율의 최대화와 (2)최소 효율의 최대화는 주어진 압축기에 대하여 효율은 각각 약 5.4%와 4.0%의 성능 향상을 보였다. Fig. 6을 살펴보면, 먼저 경우 (1)은 효율은 유량의 범위에서 초기치에 비하여 많은 향상을 보였으나 압력비 조건은 유량 범위에서 초기치에 비하여 다소 변화가 증가하였다. 경우 (2)에서는 전체적인 압력비는 감소한 경향을 보이나, 전반적으로 균일한 압력비를 주고 있으며, 또

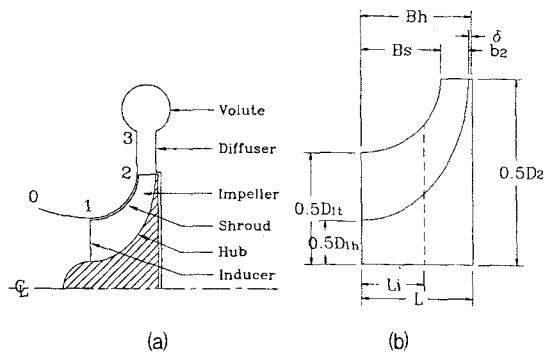


Fig. 5 (a) Typical view of a compressor section and (b) geometry of a blade

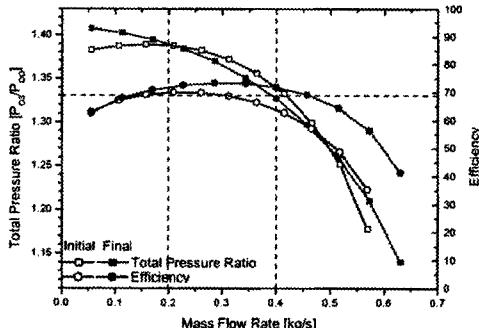
한 효율은 크게 증가하지는 않았지만 압력비 경향과 같이 균일한 경향으로 변하였다. 그리고, 전체적인 경향을 보면 경우 (1)은 최소 압력비를 만족하는 범위는 초기치에 비하여 증가하진 않았지만, 효율은 많은 향상을 보임을 알 수 있다. 이에 반하여 경우 (2)에서는 최소 압력비를 만족하는 유량의 범위도 증가하였으며, 경우 (1)에 비하여서는 많은 향상을 보이지는 않았지만 효율적인 측면에서도 증가했음을 알 수 있다.

4. 결론

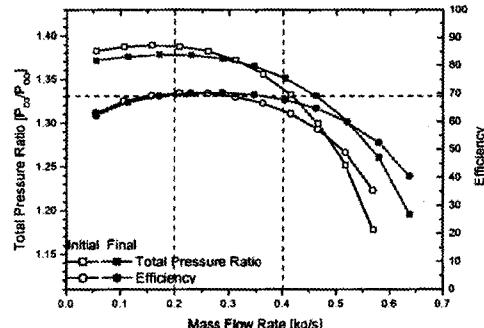
고속 회전하는 원심형 터보 압축기에 대하여 트라이블로지 관점, 동력학적 관점 및 유체역학적 관점에서 최적설계를 수행하였다. 트라이블로지 관점에서는 범프 베어링의 저지 능력과 동력손실을 고려하였다. 또한 범프의 개수에 따른 최적화를 수행하였으며 개수 3에

Table 3 Optimization result of a compressor shape

x_i	x_i^L	x_i^U	x_i^*		x_i^U
			case 1	case 2	
β_{1b} [°]	-80	-50	-47.281	-45.820	-5
β_{2b} [°]	-25	0	-21.852	-1.153	15
b_2/D_2	0.05	0.07	0.080	0.080	0.08
D_3/D_2	1.2	1.69	1.700	1.700	1.7
h_1/D_1	0.9	0.9	1.009	0.967	1.2
D_1/D_2	0.43	0.435	0.444	0.469	0.6
D_2 [m]	0.07	0.106	0.110	0.105	0.11
OBJ	-	68.847 66.370	72.539	68.996	-
$g_{\max}[10^{-2}]$	-	-1.940	-1.570	-2.633	-
IT	-		18	26	-
FE	-		154	234	-



(a)



(b)

Fig. 6 Comparison of compressor performances (a) case 1 and (b) case 2

대하여 가장 좋은 결과를 보였다. 이를 바탕으로 동력학적 관점에서 터보 압축기 회전자-베어링 시스템에 대하여 최적설계를 수행하였다. 이 경우 공진 회피 및 구조적인 허용 응력 조건 및 최대 진폭 조건을 고려하였으며, 동력손실 및 시스템의 중량을 목적함수로 설정하였다. 공진 회피 조건을 만족하는 범위에서 동력손실을 다소 증가하였으나, 전체적인 축의 중량은 감소하였다. 마지막으로 유체역학적 관점에서 압축기의 성능 해석을 통하여 압축기의 기본 형상을 최적설계 하였다. 주어진 유량의 범위내에서 최소 허용 압축비와 최대 동력 손실을 만족하며 평균 효율의 최대화 문제와 최소 효율의 최대화 하는 문제를 풀이하였으며, 두 경우 모두 다소간의 차이는 있으나 유사한 결과를 주었으며, 최소 허용 압축비를 만족하며 약 5 %의 효율 향상을 보였다.

후기

본 연구는 과학기술부가 지원하는 특정연구개발사업 중 중점국가연구개발사업(기계설비요소기술개발)과 한국과학재단 지정 최적설계신기술연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Michel R. Galvas, 1972, "Analytical Correlation of Centrifugal Compressor Design Geometry for Maximum Efficiency with Specific Speed,"

- NASA TN D-629.
- (2) D. S. Musgrave, 1980, "The Prediction of Design and Off-Design Efficiency for Centrifugal Compressor Impellers," 25th Annual Int. Gas Turbine Conf., pp. 185~198.
 - (3) 최기혁, 1985, "원심압축기 설계," 한국과학기술원 기계공학 석사논문.
 - (4) 신유환, 안이기, 허남건, 김광호, 1995, "원심형 공기 압축기 성능시험," 대한기계학회논문집, 제 19 권, 제 8호, pp. 1964~1971.
 - (5) Heshmat, H., 1991, "A Feasibility Study on the Use of Foil Bearings in Cryogenic Turbopumps," AIAA-91-2103-CP.
 - (6) Heshmat, H., 1994, "Advancements in the Performance of Aerodynamic Foil Journal Bearings High Speed and Load Capacity," ASME J. of Trib., Vol. 116, pp. 287~295.
 - (7) Howard, S. A., 1999, "Rotordynamics and Design Methods of an Oil-Free Turbocharger," NASA/CR-1999-208689.
 - (8) Murphy, B. T. and Vance, J. M., 1982, "An Improved Method for Calculating Critical Speeds and Rotordynamic Stability of Turbomachinery," J.I of Eng. for Power, ASME-82-GT-294.
 - (9) J. S. Rao, 1996, "Rotordynamics," New Age International (P) Ltd., India.
 - (10) Vanderplaats, G. N., 1995, "DOT Users Manual: version 4.20," Vanderplaats Research & Development, Inc., Colorado Springs.