

반응면 기법을 이용한 천음속 축류압축기의 3차원 형상 최적설계

안찬솔* · 김광용**

Aerodynamic Design Optimization of An Axial Flow Compressor Rotor

Chan-Sol Ahn*, Kwang-Yong Kim**

Key Word : Axial Compressor(축류압축기), RANS(레이놀즈 평균 나비에-스톡스 방정식), Rotor 37(로터 37),
Optimal Design(최적설계), RSM(반응면기법), D-optimal(다 옵티멀)

ABSTRACT

Design optimization of a transonic compressor rotor (NASA rotor 37) using response surface method and three-dimensional Navier-Stokes analysis has been carried out in this work. Baldwin-Lomax turbulence model was used in the flow analysis. Three design variables were selected to optimize the stacking line of the blade. Data points for response evaluations were selected by D-optimal design, and linear programming method was used for the optimization on the response surface. As a main result of the optimization, adiabatic efficiency was successfully improved. And, it is found that the design process provides reliable design of a turbomachinery blade with reasonable computing time.

1. 서론

천음속 축류압축기의 내부 유동장은 블레이드 형상에 의해 발생하는 이차유동, 와류, 경계층박리, 후류, 충격파 등으로 인해 매우 복잡한 3차원 유동구조를 갖고 있으며^[1], 특히 충격파/경계층의 상호작용에 의해 발생하는 현상은 터보기계 내부 유동에서 중요한 현상으로 알려져 있다. 따라서 충격파의 발생 위치와 강도, 이로 인해 발생하는 박리현상의 위치 등은 공력학적 성능을 예측하는데 필수적으로 해석되어야 하는 요소들이고, Navier-Stokes 해법은 이러한 현상들을 정확히 예측하기 위한 좋은 방법으로 제시되고 있다^[2-5].

최근 관심을 모으고 있는 전산유체역학(CFD)적 유동해석은 고효율 터보기계를 설계하는 데에 이미 적용되고 있으며, 최근에 이루어지고 있는 획기적인 수치계산 능력의 향상은 CFD를 이용한 최적설계 영역까지

보편화시키고 있다. 최적설계의 기법으로서 구배법(gradient-based method)은 가장 보편적으로 이용되는 방법^[6,7]이지만, 최적 값이 국부적인 영역에 갇혀 버릴 수 있다는 큰 단점을 갖고있다. 이에 비해 전역적인 최적 값을 찾는 반응면 기법^[9,10]은 구배법에 비해 많은 장점을 갖고있다. 국부적인 민감도 분석이 필요치 않으며, 필요한 정보는 다양한 방법으로 수집된다. 또한 다수의 설계 점에 대한 최적화 작업을 수행할 수 있으며, 병렬 계산이 용이하다. 이 밖에도 목적함수의 수치해석적 잡음을 없애주어 전역적인 최적 값에 보다 근접할 수 있도록 해 준다. 최근에는 이러한 이점을 활용하여 반응면을 이용한 단일 또는 다분야간 최적화 문제가 많이 다루어지고 있다^[11-13].

터보기계의 블레이드 설계에 있어, 3차원 유동구조에 지대한 영향을 미치는 요소 중의 하나가 반경방향으로의 staking line일 것이다. 기울어지거나 비틀린 블레이드는 유로 내의 국부적인 확산을 줄임으로써 2차 유동을 감소시키고, 이로 인해 에너지의 손실을 감소시킨다. 회전방향과 그 반대방향으로 기울어진 블레이

* 인하대학교 대학원, g2001013@inhavision.inha.ac.kr

** 인하대학교 기계공학부, kykim@inha.ac.kr

드에 대한 실험이 이미 Han 등^[14]에 의해 수행된 바 있으며, 회전방향으로 기울어진 블레이드의 경우 2차 유동에 의한 손실이 감소하고 효율이 증대되었다는 결과가 보고되었다. 이 밖에도 sweep, skew, dihedral 효과를 적용한 많은 연구들^[6, 15-17]에서도 이와 흡사한 결론을 얻을 수 있었다.

구배법과 3차원 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 1단 축류압축기의 정익을 최적설계한 Lee와 Kim^[6]의 연구에서도 staking line의 3차원적 형상을 최적화 함으로써 효율을 극대화 하였으며, 이와 흡사한 방법으로 Chung 등^[7]은 동익을 설계한 바가 있다.

본 연구에서는 3차원 박층근사 Navier-Stokes 방정식과 반응면 기법을 이용하여 NASA rotor 37을 형상 최적화 하였다. 설계변수로는 익형의 staking line이 블레이드의 회전방향으로 skew 되도록 하는 요소를 선택하여 블레이드의 3차원적 형상을 최적화 하였다.

2. 유동해석

지배방정식으로는 3차원 박층근사 Navier-Stokes 방정식과 에너지 방정식이 사용되었으며, 이를 경계조정 격자계(body-fitted grid) 상에서 외재적인 유한 차분을 하였다. 난류모델로는 Baldwin-Lomax model^[18]이 사용되었다. 이 모델은 단순모델에 속하지만, 터보기계에 대한 적용에서 그 성능이 2방정식모델과 큰 차이를 나타내지 않는다고 알려져 있다^[19]. 초기상태의 수렴성 향상을 위해 Jameson 등^[16]에 의해 제안된 바 있는 외재적 4차 Runge-Kutta 시간 전진법을 사용하였고, 충격파에 의해 발생하는 해의 진동을 제거하고 수치 계산상의 안정성을 확보하기 위해 인공점성이 사용되었다. 입구 경계면에서는 유입되는 Mach수의 각 방향성분과 전온도, 전압력이 지정되었다. 출구 경계면에서는 허브에서의 정압비가 주어졌고, 국부 정압을 계산하기 위해서 반경방향 평형방정식이 사용되었다. 동익의 팁 간극 영향을 고려하기 위하여 주기적인 팁 간극 모델을 사용하였다.

입구 유동부분에는 H형 격자계를 사용하였고, C형 격자계로 동익의 주위를 형성하였으며, 팁 간극 부분에는 O형 격자계를 사용하였다. 격자점 중심 유한 차분법이 사용되었기 때문에 인근한 격자block 사이의 계면에서는 한 격자씩 중첩 시켰다. 반복되는 유동계산 때마다 스캔 방향 각 위치에서 원주 방향으로 기본 물리량들이 적분되며, 계산된 평균 기본 물리량들이

이웃한 격자계의 경계조건을 계산하기 위하여 저장된다.

3. 반응면 기법

반응면기법은 목적함수를 매끄러운 다항 함수로 모델링 하기 위해 물리적 또는 수치적 실험을 통하여 도출된 결과들을 이용하는 일련의 수리 통계적 기법이라 할 수 있다^[10]. 원래는 실험으로부터 관찰된 값들의 경험적인 관계식을 만들기 위해 이용되었지만, 한정된 수의 실험으로 임의 공간 내의 반응을 모델링함으로써 실험의 시행횟수를 줄일 수 있다는 특징이 방대한 해석을 필요로 하는 최적설계에 적용되면서 널리 이용되게 되었다^[21].

반응면 함수는 일반적으로 다항식의 형태를 갖고 있으며, 각 항의 미지 상수는 회귀분석을 통하여 구하게 된다. 2차 다항식으로 반응면 모델을 형성할 경우, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j x_j + \sum_{j=1}^n \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i \neq j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

여기서, n 은 설계변수의 수를 의미하며, 상수(β_0, β_1, \dots)의 갯수는 $n, = (n+1)(n+2)/2$ 이다. 실험 데이터로부터 적절한 β 값을 도출하여야 하는데, 이는 최소자승법(least squares method)을 사용하여 구할 수 있으며, 전체 실험 회수는 모델의 상수의 갯수 보다 큰 값을 가져야 한다.

주어진 설계공간 상에서 반응면을 구성하는데 필요한 정보를 얻기 위해 정해진 실험점을 대상으로 수치 실험이 수행되어야 하는데, 실험설계법(design of experiment)을 이용하면 필요한 실험의 회수를 최소한으로 줄일 수 있다. 본 연구에서는 다양한 실험설계법 중 D-optimal 기법을 사용하였다. D-optimal 기법을 이용하면 반응모델의 항의 수보다 1.5~2.5배 되는 설계점의 수만으로도 신뢰할 만한 결과를 얻을 수 있다고 알려져 있으며^[13,23], Giunta 등^[23]은 5개의 설계변수를 갖는 반응모델 구성에 이 기법을 적용하여 충분한 신뢰도를 갖는 반응면이 만들어짐을 보였다.

4. 목적함수 및 설계변수

블레이드의 형상을 최적화 하기 위한 목적함수로

단단 압축기에서 주로 사용되는 단열효율(adiabatic efficiency)을 사용하였다. 온도 상승이 크지 않을 경우, 일정한 압력에 대한 비열이 입구와 출구부에서 거의 같다고 할 수 있으며, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f = 1 - \eta \quad (2)$$

여기서,

$$\eta = \frac{\left(\frac{P_{0ex}}{P_{0in}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{0ex}}{T_{0in}} - 1} \quad (3)$$

P_0 와 T_0 는 각각 전압과 전온도를 의미하며, 하첨자 *in*과 *ex*는 블레이드의 입구부와 출구부를 의미한다.

지금까지 압축기 블레이드 단면의 설계에 CDA (controlled diffusion airfoil)를 적용하여 손실을 줄이려는 시도들은 비교적 성공적이었지만, 터보기계의 복잡한 유동을 해석하여 블레이드의 삼차원 형상을 설계하는 방법은 그리 만족스럽게 개발되어오지 못했다. 따라서, 본 연구에서는 목적함수에 대한 3차원 유동구조를 해석함으로써 블레이드의 staking line의 형상을 최적화 하였다.

설계변수로는 회전방향으로 staking line의 형상을 변화시키는 3개의 변수를 사용하였고, Fig.1은 각 설계변수를 설명하고 있다. δ_1 은 중간점 skew각을 나타내고, δ_2 는 tip부분의 skew각을 나타내며, l 은 허브면으로부터 중간점 A까지의 높이(%span)를 나타낸다. Cai 등^[17]과 Beiler 등^[16]이 블레이드의 성능 향상을 위해 제안한 바와 같이 전방으로 skew된 블레이드 형상을 갖을 수 있도록 설계변수 범위를 다음과 같이 설정

하였다. $10 < l < 70, -0.1 \leq \delta_1 \leq 0.3, -0.2 \leq \delta_2 \leq 0.4$

5. 결과 및 검토

블레이드를 둘러싼 격자계는 Fig.2와 같다. 입구부에서는 $45 \times 35 \times 63$ 의 H형 격자가 사용되었으며, 블레이드 주위에는 $181 \times 46 \times 63$ 의 C형 격자가, 팁 간극 부분에는 $121 \times 13 \times 13$ 의 O형 격자가 사용되었다. 한번의 완전히 수렴된 유동해석 결과를 얻기 위해서 3,000회의 반복계산을 수행하였고, Pentium-III 프로세서

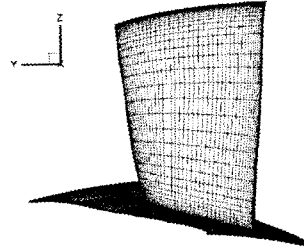


Fig. 2 Blade surface grid

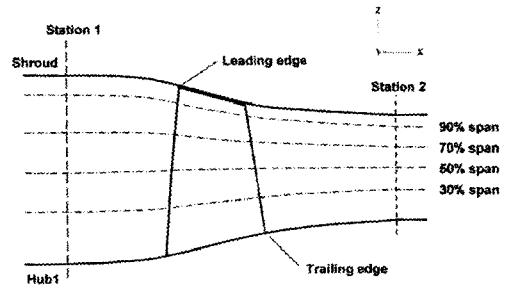


Fig. 3 Meridional view of Rotor 37

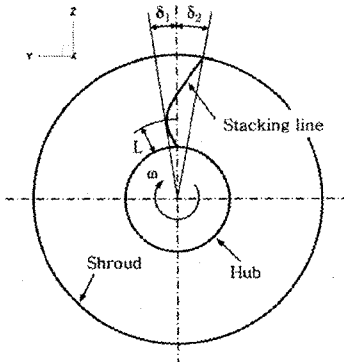


Fig. 1 Design variables

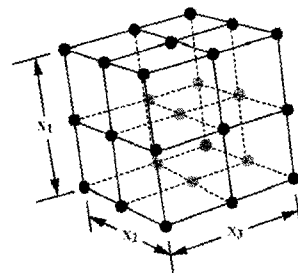


Fig. 4 A 33 full fractional experimental design (27 points)

1GHz 를 사용할 경우 82,500초의 CPU시간이 소요되었다.

본 연구에서는 낮은 aspect 비를 갖는 축류 압축기인 NASA rotor 37을 형상최적화 하였다. 이 블레이드는 Reid 등^[25]에 의해서 설계되고 실험된 바 있다. 설

Table 1. Experimental points (selected by D-optimal method)

Exp. No.	L	δ_1	δ_2
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	0	0	-1
4	-1	1	-1
5	1	1	-1
6	0	-1	0
7	-1	0	0
8	1	1	0
9	-1	-1	1
10	0	-1	1
11	1	-1	1
12	1	0	1
13	-1	1	1
14	0	1	1
15	1	1	1

Table 2. Results of ANOVA and regression analysis

Model	R	R squar	Adjusted R squar	Std. error of the estimate
1	.975	.950	.939	.2004

Table 3. Coefficients of response surface functiuon

	Coeffidients	Std. error
β_0	87.4772	0.2280
β_1	0.0448	0.0098
β_2	-14.7778	1.8786
β_3	12.9392	1.1050
β_4	-0.0004	0.0001
β_5	-57.5562	5.2256
β_6	-29.0289	1.6189
β_7	0.2126	0.0293
β_8	-0.0859	0.0198
β_9	56.2672	4.4786

계된 압력 비는 유량 20.19 kg/s에서 2.106이며, 측정된 초킹 유량은 20.93 kg/s 이다. 총 36개의 블레이드로 동익 단을 형성하고 있으며, 입구부에서의 허브-팁 비는 0.7, aspect 비는 1.19, 팁 solidity는 1.288이고, 설계 속도에서의 팁 간극은 0.0356 cm (0.45 %span) 이다.

선행된 실험^[25]에서는 Fig.3에 지시된 station 1 과 station 2에서 전압력, 전온도, 및 유속과 등이 측정되었다. Station 1 과 2는 블레이드의 선단 부로부터 각각 상류 쪽으로 4.19 cm, 하류쪽으로 10.19 cm 에 위치한다. 본 연구의 계산 영역은 station 1과 2 사이의 영역이며, 계산에 사용된 모든 물성치는 station 1 에서의 값에 대응되는 값을 사용하였다.

수치 실험점을 결정하기 위해서 각 설계 변수들은 -1에서 1까지 무차원화 하였고, Fig.4 와 같이 3³-완전 계승법을 이용하였다. 반응면 기법에서 3개의 설계변수를 사용할 경우 식(1) 에서와 같이 10개의 미지 상수를 결정하여야 하는데, D-optimal 기법을 사용할 경우 미지 상수 갯수의 1.5~2.5배수의 수치 실험점에 대한 값만이 요구된다. 이 방법에 의해 27개의 추천된

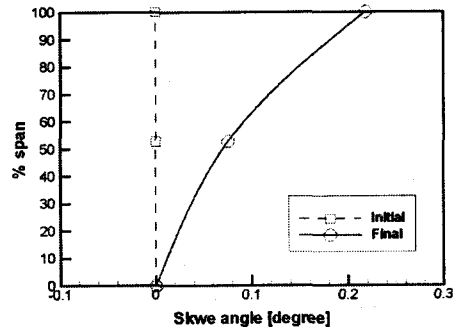


Fig. 5 Optimized stacking line

수치 실험점들 중에서 15개의 수치 실험점이 선택되었고, 그 결과는 Table 1 과 같다.

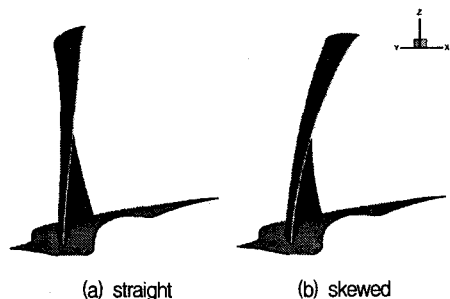


Fig. 6 Comparison of blade shapes

Reid 등^[25]의 실험결과와 비교하기 위해서, D-optimal 기법에 의해 선택된 형상이 서로 다른 15개의 블레이드들에 관한 해석결과는 공히 98% 초킹 유량에 대해서 얻어졌다.

각각의 미지상수는 통계학 상용 소프트웨어인 SPSS를 사용하여 구하였다. 완성된 반응함수는 t-검정과 adjust R²법^[22]을 사용하여 신뢰도를 높였다. ANOVA와 회귀분석의 결과는 Table 2에 정리하였으며, 이에 대한 미지상수의 값은 Table 3과 같다.

최적화 기법은 선형 계획법(linear programming)을 사용하였으며 그 결과인 각 변수의 최적값은 다음과 같다. ; $l = 52.71$, $\delta_1 = 0.07560$, $\delta_2 = 0.2182$. 최적화된 staking line은 Fig.5에 나타난 바와 같이 허브점과 중간점 및 팁점에서의 값을 2차함수로 연결하여 완성하였다. Fig.6은 블레이드의 초기 형상과 최적화된 형상을 3차원 형상으로 비교하여 보여주고 있다.

최적설계의 결과로서 목적함수인 효율이 0.7% 증가하여 성공적인 결과를 보여주었다. 반면 Table 4에

Table 4. Result of optimization at station 2

	Initial shape	Optimized shape	Increment (%)
Total pressure [P/P _{ref}]	2.093	2.057	-1.72
Total temperature [T/T _{ref}]	1.264	1.253	-0.87
Mach No.	0.859	0.855	-0.46
Adiabatic efficiency [%]	88.8	89.5	0.79

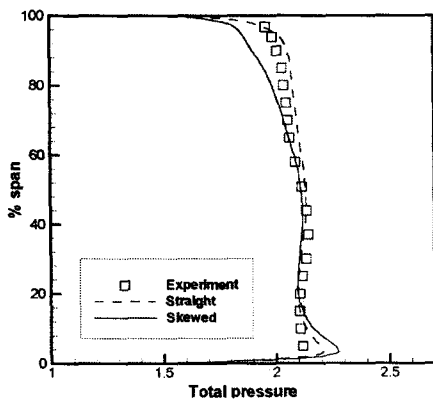


Fig. 7 Total pressure profiles at 98% choked mass flow

나타난 것과 같이 Fig.3의 station 2에서의 전압력, 전온도, 절대 Mach수는 오히려 감소하였다.

Figs.7-9는 각각 station 2에서의 전압력, 전온도,

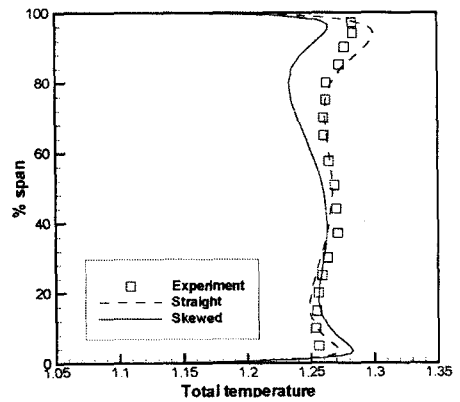


Fig. 8 Total temperature profiles at 98% choked mass flow

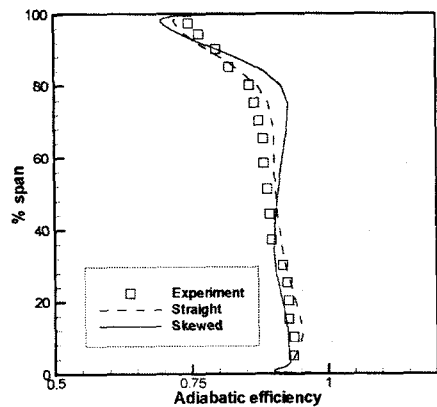


Fig. 9 Adiabatic efficiency profiles at 98% choked mass flow

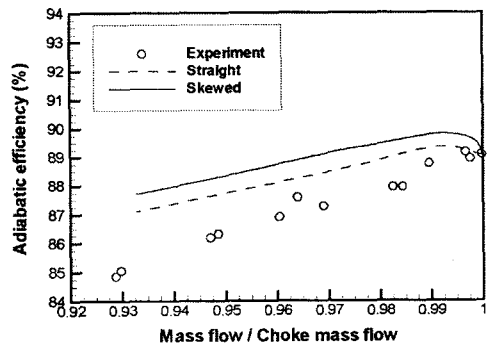
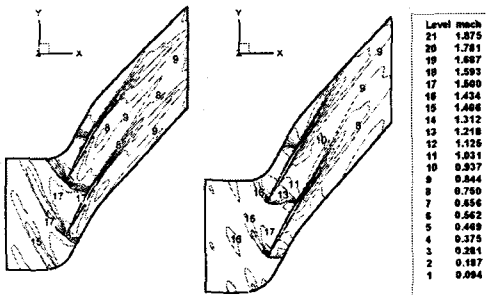


Fig. 10 Efficiency vs mass flow

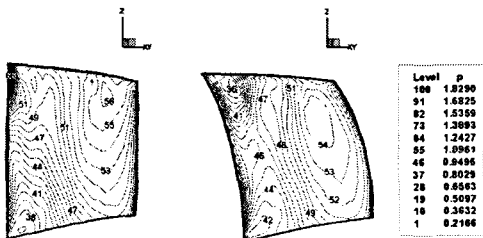
및 효율을 나타낸 그림으로, 최적화 전과 후의 값을 실험값과 비교하였다. 최적화 전의 경향은 실험에서 측정된 경향과 잘 일치한다. 최적화 된 블레이드의 효율은 중간에서 팁부분(50-90 %span)까지 증가하였지만, 거의 같은 영역에서 전압력과 전온도는 감소하였다. Fig.10 은 유량 변화에 대한 최적화된 블레이드의 효율이 초기형상에 비해 향상된 것을 보여주고 있다.

Fig.11 은 90 %span 에서의 Mach수 분포를 보여주고 있다. 유동의 경향은 크게 변화가 없지만, 충격파를 지나면서 발생하는 감속현상이 줄어들었다는 것을 알 수 있



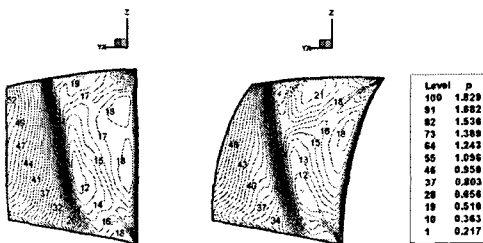
(a) straight (b) skewed

Fig. 11 Mach number contours at 90% span



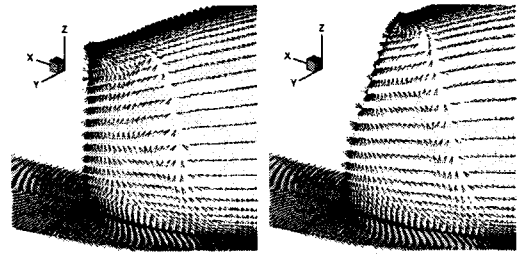
(a) straight (b) skewed

Fig. 12 Static pressure contours on pressure surface



(a) straight (b) skewed

Fig. 13 Static pressure contours on suction surface



(a) straight (b) skewed

Fig. 14 Velocity vectors near suction surface

다.

Figs. 12와 13은 블레이드 면에서의 정압분포를 나타낸 그림이고, Fig.14 는 블레이드에서 가까운 면의 속도벡터를 나타낸 그림이다. 블레이드의 압력면에서, 팁 근처의 선단부에 밀집된 압력분포가 skew효과에 의해 부드럽게 분포되었음을 볼 수 있다. 블레이드의 흡입면에서는 충격파의 위치가 팁 쪽으로 갈수록 후단부로 이동함을 볼 수 있다. 이것은 블레이드의 팁부분으로 갈수록 압력상승이 감소하는 원인이기도 하다.

6. 결론

반응면 기법과 RANS(Reynolds-averaged Navier-Stokes Equations)를 이용하여 축류압축기의 형상을 3차원적으로 최적화 하였다. 회전방향으로 skew된 블레이드의 stacking line을 최적화 하여, 목적함수인 효율이 0.7% 증가하는 성공적인 결과를 얻었으나, 전압력, 전온도, 절대 Mach수는 다소 감소하는 경향을 보였다. D-optimal 기법을 사용함으로써, 15개의 수치실험점만으로 신뢰할 수 있는 반응면을 구성하였다. 최적화 결과로부터, 반응면기법은 터보기계의 최적설계에 구배법 보다 경제적이고 신뢰할 만한 방법을 제시해 주고 있음을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] Lakshminarayana, B., 1996, *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbo machinery*, John Wiley & Sons, New York.
- [2] Suder, K. L. and Celestina, K. L., 1994, *Experimental and Computational Investigation of the Tip Clearance Flow in a Transonic*

- Axial Compressor Rotor, ASME paper 94-GT-365.
- [3] Chima, R. V., 1998, "Calculation of Tip Clearance Effects in a Transonic Compressor Rotor," ASME J. Turbomachinery, Vol. 120, No. 1, pp. 131-140.
- [4] Hah, C. and Loellbach, J., 1999, Development of Hub Corner Stall and Its Influence on the Performance of Axial Compressor Blade Rows, ASME J. Turbomachinery, Vol. 121, No. 1, pp. 67-77.
- [5] Arima, T., Sonoda, T., Shirotori, M., Tamura, A. and Kikuchi, K., 1999, A Numerical Investigation of Transonic Axial Compressor Rotor Flow Using a Low-Reynolds-Number k -Turbulence Model, ASME J. Turbomachinery, Vol. 121, No. 1, pp. 44-58.
- [6] Lee, S. Y. and Kim, K. Y., 2000, Design Optimization of Axial Flow Compressor Blades with Three-Dimensional Navier-Stokes Solver, ASME paper 2000-GT-0488.
- [7] Chung, J., Shim, J., and Lee, K. D., 2000, 3D Transonic Compressor Design Optimization with Quasi-3D Flow Physics, ASME FEDSM00-11075.
- [8] Jameson, A., Pierce, N. A., Maritnelli, L., 1997, Optimum Aerodynamic Design Using the Navier-Stokes Equations, AIAA 97-0101.
- [9] Myers, R. H., Montgomery, D. C., 1995, *Response Surface Methodology: Process and Product optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons.
- [10] Shyy, W., Papila, N., Vaidyanathan, R. and Tucker, K., 2001, Progress in Aerospace Science, Vol. 37, pp. 59-118.
- [11] Madsen, J.I., Shyy, W. and Haftka, R.T., 2000, "Response Surface Techniques for Diffuser Shape Optimization," AIAA Journal, Vol. 38, pp.1512-1518.
- [12] Sevant, N. E., Bloor, M. I. G., and Wilson, M. J., 2000, Aerodynamic Design of a Flying Wing Using Response Surface Methodology, J. Aircraft, Vol. 37, No. 4, pp. 562-569.
- [13] Sobieszczanski-Sobieski, J. and Haftka, R. T., 1996, Multi disciplinary Aerospace Design Optimization: Survey of Recent Development, AIAA 96-0711.
- [14] Han, W., Wang, Z., Tan, C., Shi, H., and Zhou, M., 1994, Effects of Leaning and Curving of Blades With High Turning Angles on the Aerodynamic Characteristics of Turbine Rectangular Cascades, J. of Turbomachinery, Vol. 116, pp. 417-424
- [15] Sasaki, T. and Breugelmans, F., 1998, Comparison Sweep and Dihedral Effects on Compressor Cascade Performance, ASME J. Turbomachinery, Vol. 120, No. 3, pp. 454-464.
- [16] Beiler, M. G., and Carolus, T. H., 1999, Computation and Measurement of the Flow in Axial Flow Fans with Skewed Blades, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 121, pp. 59-66.
- [17] Cai, N. and Xu, J. H., 2001, Aerodynamic-Aeroacoustic Performance of Parametric Effects for Skewed-Swept Rotor, ASME paper 2001-GT-0354.
- [18] Baldwin, B. S. and Lomax, H., 1978, Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, AIAA 78-0257.
- [19] Chima, R. V., 1996, "Application of the k -Turbulence Model to Quasi-Three-Dimensional Turbomachinery Flows," J. Propulsion Power, Vol. 12, No. 6, pp. 1176-1179.
- [20] Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., 1981, Numerical Solutions of the Euler Equation by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes, AIAA 81-1259.
- [21] Myers, R. H., 1999, Response Surface Methodology-Current Status and Future Direction, Journal of Quality Technology, Vol. 31, No. 1, pp. 30-44.
- [22] Box, M. J. and Draper, N. R., 1971, Fractional Designs, the XTX Criterion, and Some Related Matters, Technometrics, Vol. 13, No. 4. pp. 731-742.
- [23] Venter, G., Haftka, R. T., and Starnes, J. H. Jr., 1996, Construction of Response Surfaces

for Design Optimization Applications, AIAA 96-4040-CP.

- [24] Guinta, A. A., 1997, Aircraft Multidisciplinary Design Optimization Using Design of Experimental Theory and Response Surface Modeling Methods, Ph. D. Dissertant, Department of Aerospace Engineering, Virginia

Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA.

- [25] Reid, L., Moore, R. D., 1978, Design and Overall Performance of Four Highly-Loaded, High-Speed Inlet Stages for an Advanced, High-Pressure-Ratio Core Compressor, NASA TP-1337.