

## 정익과 동익의 상호작용을 고려한 익렬의 공력 최적 설계

조장근\*<sup>1</sup>, 정영래\*<sup>2</sup>, 박원규\*<sup>3</sup>

### Optimization Design of Cascade with Rotor-Stator Interaction Effects

J. K. Cho\*<sup>1</sup>, Y. R. Jung\*<sup>2</sup>, W. G. Park\*<sup>3</sup>

**Key Words:** 나비에스톡스 방정식(Navier-Stokes Equations), 최적설계(Optimization Design), 수정유용방향탐색법 (Modified Method of Feasible Directions), 중첩격자계(Multiblock Grid),

#### ABSTRACT

Since the previous cut-and-try design algorithm require much cost and time, it has recently been concerned the automatic design technique using the CFD and optimum design algorithm. In this study, the Navier-Stokes equations is solved to consider the more detail viscous flow informations of cascade interaction and O-H multiblock grid system is generated to impose an accurate boundary condition. The cubic-spline interpolation is applied to handle a relative motion of a rotor to the stator.

To validate present procedure, the time averaged aerodynamic loads are compared with experiment and good agreement obtained. Once the N-S equations have been solved, the computed aerodynamic loads may be used to computed the sensitivities of the aerodynamic obiective function. The Modified Method of Feasible Direction(MMFD) is used to compute the

#### 1. 서론

유체기계에 있어서 유동해석은 터빈 효율, 피로 파괴, 소음 등을 정확히 예측하기 위하여 매우 중요하다. 예를 들어 유체기계 블레이드는 비정상 진동을 유발하는 비정상 공기역학적 힘을 받으며 이러한 진동은 고주파 진동에 있어서 블레이드를 파괴하는 원인이 되기도 한다.

특히, 동익의 경우는 주기적인 비정상상태의 거동을 함으로써 터빈효율에 심각한 영향을 미치게 되며 따라서 동익과 정익의 상호작용이 고려된 익렬주위 유동에 대한 정확한 해석이 요구

된다. 터빈의 동익과 정익의 상호작용에 관한 연구는 실험적인 어려움으로 인해 최근에는 수치해석 방법에 많이 의존하고 있으나, Dring[1], Yamamoto[2], Nishiyama[3] 등에 의해 실험적인 방법이 사용되었다. 수치적인 방법으로는 Lakshiminarayama[4] 등이 정익-동익의 간극의 영향에 대한 연구를 수행하였으며, Har[5] 등은 천음속 압축기에서 정익-동익의 영향에 대하여 연구하였다. 박원규[6] 등은 sliding 격자기법을 사용하여 정익-동익 상호작용에 대하여 연구하였다. 유체기계 내부 유동에 대한 수치해석 및 실험은 설계 초기 단계에서 성능향상 및 블레이드의 공기역학적 안정성 여부에 대한 검토를 위

\*<sup>1,2</sup> 학생회원, 부산대학교 대학원 기계공학과

\*<sup>3</sup> 정회원, 부산대학교 기계기술연구소(기계공학부)

해 수행하게 되는데 이러한 과정에서 만약, 블레이드가 기계역학적인 요구를 만족하지 못한다면 재설계 되어야 한다. 이러한 과정은 전통적으로 실험과 경험에 기초한 시행착오적 접근법을 사용하고 있으며, 따라서 최적화된 형상을 얻기까지 많은 시간과 비용이 소비된다. 기존의 성능향상을 위한 기술들의 예를 보면 적당한 블레이드 개수의 조정, 정익과 동익의 간격 조절, 팁 간극 조절 등이다. 그러나 보다 새로운 현대적인 설계를 위해서 설계자는 유체기계 내부의 익렬에 대한 유동해석 및 실험을 통한 공기역학적 연구뿐만 아니라 설계변경의 영향을 이해할 수 있는 능력이 있어야 한다.

지난 수십년간 공력설계 및 형상최적화를 위하여 상당한 연구[7-14]가 진행되어 왔으며 여러 가지 최적설계 방법이 연구되어왔다.

최근에는 유전이론[12]을 최적설계에 적용하는 연구가 진행되고 있지만 막대한 설계자료와 계산시간이 요구되므로 아직까지 실용화하기에는 어려움이 있으며, Adjoint 방정식을 이용한 민감도 해석방법이 설계변수의 증가에 따른 계산 시간을 단축할 수 있는 방법으로 제안되고 있으나 adjoint 방정식의 수치적 차별화 과정이 매우 복잡하다[13]. 반면, 전통적인 설계방법인 유한차분방법[7-11]을 사용한 민감도 해석 방법은 설계변수의 증가에 따라 계산량이 증가한다는 단점은 있으나 기존에 개발된 유동해석 코드를 사용할 수 있으며 목적함수의 설정이 자유로운 장점이 있다. 이러한 대부분의 최적설계에 관련된 연구들은 비교적 간단한 익형의 형상에 대하여 적용되어 왔으나 최근에는 Sorensen[14] 등은 축류 팬의 설계에 최적설계 방법을 적용하였으며, Florea[13] 등은 축류 cascade 설계에 적용하였으나, 이러한 연구들도 비점성 유동장으로 가정하여 풀거나 single blade passage의 경우에만 적용되어졌다.

따라서 본 연구에서는 정익과 동익의 상호작용에 의한 비정상 유동을 보다 정확하게 예측하기 위해서 비정상 Navier-Stokes 방정식을 사용하였으며 이러한 해석으로 종래의 포텐셜 방정식에 의한 해석에서는 예측이 불가능했던 실

제 유동의 모든 현상을 기술하는 것이 가능하게 되었다. 정익과 동익의 근처에 정확한 물리적인 경계조건을 부여하기 위하여 O형의 격자계를 구성하고 O형 격자계 외부에는 H형 격자계를 사용하는 중첩격자계를 사용하였으며 또한, 동익과 정익의 상호작용을 모사하기 위하여 sliding 격자기법을 사용하였다.

실제 유동장에 근접하는 동익-정익의 상호작용을 고려한 비정상 상태의 유동장을 해석하여 계산된 공기 역학적 유동 정보를 최적설계에 사용하였다. 최적설계 방법으로는 유한 차분 방법을 이용한 수정유용방향탐색법[15]을 사용하였으며, 블레이드의 형상변화를 위해 Hicks-Henne 함수[16]를 사용하였다.

## 2. 본론

### 2.1 지배방정식 및 수치적 기법

유동해석을 위한 지배방정식으로 2차원 비정상 상태의 비압축성 점성 유동의 Navier-Stokes 방정식을 사용하였다. 운동량 방정식은 Iterative time marching 방법과 뉴턴의 반복법을 사용하였고, 연속 방정식은 Marker-and-Cell(MAC) 개념을 이용 하였다.

유한차분화는 대류항에서는 QUICK (Quadratic Upstream Interpolation For Convection Kinematics) 방법을 이용하였으며, 점성항 및 연속방정식은 중앙차분을 이용하였다. 그리고 알고리즘의 안정화를 위해 4차의 인공감쇠항 (Artificial damping)을 연속방정식에 첨가하였다[17].

유동해석의 정확도 및 강인성을 향상시키기 위하여 Compact Pade' Scheme[18] 및 Residual Smoothing을 참가하였으며, 난류 모델은 Baldwin-Lomax 모델과 Low Reynolds  $k-\epsilon$  모델을 각각 사용하였다.

본 연구에서 사용된 정익과 동익은 Dring[1]에 의해 실험이 수행된 모델을 사용하였다. 레이놀즈 수는 동익에 대해  $5.9 \times 10^5$ 이며 정익과 동익의 축방향 간격은 정익과 동익의 평균 축방

항 코드길이의 15%로 하였다.

정익 및 동익 각각에 대해 1개의 O형 격자(101×10)와 2개의 H형 격자(81×51)를 구성하였으며 격자 생성을 위해 Steger[19]에 의해 제안된 자동적인 조밀격자생성이 가능한 타원형 격자생성법을 사용하였다. 생성된 격자와 정익 및 동익의 형상은 Fig. 1에 나타내었다.

## 2.2 최적화 기법

형상설계의 설계 변수(Design variable)는 물체의 형상을 나타내고 변화시킬 수 있는 변수로서 Baysal, Lee등[8-11]은 익형에 대하여 다양한 형상함수를 설정하여 그 형상함수의 계수들을 설계변수로 설정하였다. 본 연구에서는 형상 변화를 위해 Hicks-Henne 함수를 사용하였다.

목적함수(Objective function)는 유동해석 코드에 의해 계산되는 공력성능이나 설계형태를 결정짓는 값으로 최대화 또는 최소화 시켜야 할 값을 의미한다. 일반적으로 목적함수는 사용되는 유동해석 코드의 성능 및 설계 목적에 따라 결정된다. 본 연구에서는 정익과 동익의 상호작용이 있는 비정상 유동해석이 완료되었으므로 토크 및 추력과 같은 비정상 공기 역학적 특성들을 계산할 수 있으며 이러한 값들을 목적함수 및 제약함수로 사용하였다. 그러나 이러한 값들은 동익의 이동 위치에 따른 비정상 값이므로 반복 설계를 위하여 필요한 목적함수 및 제약함수의 계산을 매 5 Pitch 이동하는 동안의 시간 평균한 값을 사용하였으며 다음과 같이 목적함수와 제약함수를 설정하였다.

최소화 :

$$F(\vec{x}) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} F_Y dt / \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} F_{X0} dt \quad (1)$$

제약조건 :

$$g_1(\vec{x}) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} (1 - F_X) dt / \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} F_{X0} dt \leq 0 \quad (2)$$

$$x_L \leq \vec{x} \leq x_U$$

여기서,  $\vec{x}$ 는 설계변수이고,  $F_Y$ 는 항력(drag force),  $F_X$ 는 양력(lift force)을 나타내며, 하첨자 0는 초기값을 나타낸다.  $t$ 는 피치 이동전 시간을 나타내고  $t + \Delta t$ 는 5 피치 이동 후의 시간을 나타낸다.  $L$ 은 설계변수의 하한,  $U$ 는 상한을 나타낸다.

목적함수는 최대화해야 할 값이므로, 다음과 같은 필요조건(Necessary condition)이 만족될 것이다.

$$\nabla F(\vec{x}^*) = 0 \quad (3)$$

여기서,  $\vec{x}^*$ 는 수렴해이다. 수렴해의 탐색을 위해 다음과 같은 반복계산법을 이용한다.

$$\vec{x}^q = \vec{x}^{q-1} + \alpha_q \vec{S}^q \quad (4)$$

여기서,  $\alpha_q$ 는 현재 반복계산 탐색방향에서 다항식 보간법(Polynomial Interpolation)에 의해 구해지는 값이고,  $\vec{S}^q$ 는 탐색방향이다. 탐색방향  $\vec{S}^q$ 는 수정유용방향탐색법(Modified Feasible Direction Method)을 이용하여 다음과 같이 계산하였다.

$$\vec{S}^q = -\nabla F(\vec{x}^{q-1}) + \beta \vec{S}^{q-1} \quad (5)$$

여기서, 스칼라 값인  $\beta$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\beta = 0, \quad q=1 \quad (6)$$

$$\beta = \frac{|\nabla F(\vec{x}^{q-1})|^2}{|\nabla F(\vec{x}^{q-2})|^2}, \quad q>1 \quad (7)$$

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 유동계산 코드 검증

#### 프로그램 검증

본 연구에서는 정익과 동익의 상대운동을 효율적으로 계산하도록 개발된 정익과 동익의 경계면 처리 알고리즘과 유동계산용 프로그램의 검증에 대해 동일한 조건과 동일한 형상의 정익과 동익에 대해 실험된 결과[1]와 비교하였다. 실험과의 비교를 위해 시간평균한 압력계수는

다음과 같이 정의 되었다.

$$Cp' = (P - P_{T.E.}) / (P_{T.L.E.} - P_{T.E.}) \quad (8)$$

여기서,  $P_{T.E.}$ 는 trailing edge에서의 정압을 의미하고,  $P_{T.L.E.}$ 는 leading edge에서의 전압을 의미한다. 유동계산은 동익의 회전속도와 정익의 유입류 속도비가 각각 0.68, 0.78, 0.96인 3가지 경우로 하여, 난류모델을 사용하지 않은 경우와 Baldwin-Lomax 난류모델과  $k-\epsilon$  난류모델을 사용한 경우에 대하여 각각 계산하였다. 각각의 경우에 계산된 시간평균한 압력계수를 실험결과와 비교하였다. 각 회전속도비에 대한 유동계산결과는 Fig. 2에서 보는 것과 같이 잘 일치하였다. 따라서 본 연구에서 사용된 동익과 정익의 상호작용을 고려하기 위한 알고리즘과 동익과 정익의 경계면 처리 방법, 그리고 개발된 난류모델이 타당하다는 결론을 내렸다.

### 정확도 향상

Compact Pade' Scheme을 이용하여 중앙차분으로 2차 정확도의 유동해석 코드를 4차의 정확도로 향상시켰다. Compact scheme을 적용한 결과를 Fig. 3에 나타내었으며 적용한 경우의 계산한 시간평균 압력계수는 적용하지 않았을 때 보다 전반적으로 실험값에 더욱 근사한 결과를 보였다. compact scheme을 사용하여 보다 정도 높은 계산을 수행할 수 있었다.

### 3.2 최적설계 결과

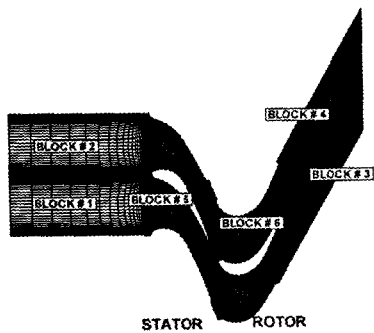
본 연구에서 최적설계 결과를 Fig. 4에 나타내었으며 (a)는 목적함수인 항력을 나타낸다. 설계 결과 최초 항력에 대해 약 15% 정도 감소하였다. (b)는 제약함수인 양력을 나타내며 설계 초기 제약함수 값의 10% 까지 변할 수 있도록 허용하였으며 허용 범위 내에서 일정하게 유지하고 있음을 알 수 있다. (c)와 (d)는 각각 설계 전 후의 압력계수 분포와 형상을 나타낸 그림이다. 설계 후 압력 계수의 분포는 블레이드 하면의 leading edgy 근처에서 매우 낮은 압력 분포를 나타내었으며 결과적으로 Fig. 5의 등 압력

선도 및 속도 분포에서 볼 수 있듯이 설계 전에는 동익의 코드 길이의 전방 약 70% 부근에 보텍스 영역이 존재하였으나 설계 후에는 이러한 현상이 나타나지 않았다. 또한 설계 전과 비교하여 설계 후에는 코드 길이의 전방 약 20%~70%의 넓은 영역에서 매우 발달된 경계층 유동을 관찰할 수 있다. 이러한 현상들이 항력 감소의 주요 원인이 되었다.

### 4. 결론

본 연구에서는 비정상 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 동익과 정익의 상호작용이 있는 단단 터빈 익렬 내부 유동장을 해석하였으며, 여러 난류 모델링 및 고차 정확도를 가지는 Compact pade' scheme 등을 이용하여 보다 정확한 유동장 해석을 수행하였다. 또한, 동익과 정익의 상호작용이 있는 유동장을 효율적으로 해석하기 위하여 다중 블릭 격자 기법 및 sliding 블릭 격자 기법을 사용하였다.

Navier-Stokes 방정식을 이용한 유동해석코드와 최적설계 알고리즘을 결합하여 터빈 블레이드의 공기역학적 최적설계 프로그램을 개발하였으며 적용한 결과 공기역학적 제약조건을 만족하는 블레이드의 공력 최적형상을 설계 할 수 있었다.

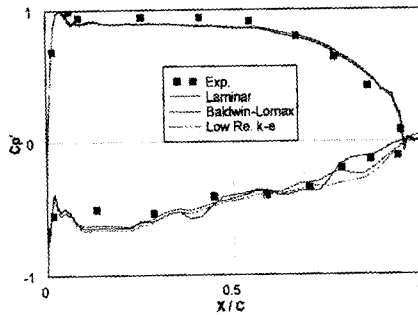


(a) The grid system around a cascade



(b) LE of stator (c) TE of stator

Fig. 1 Stator and Rotor grid system



(c) 0.96 of relative velocity

Fig. 2 Time-averaged pressure coefficient

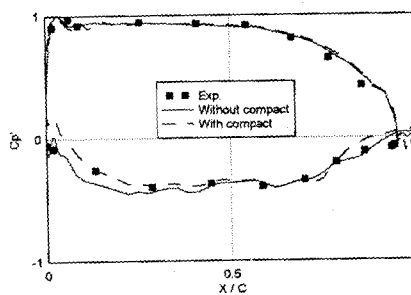
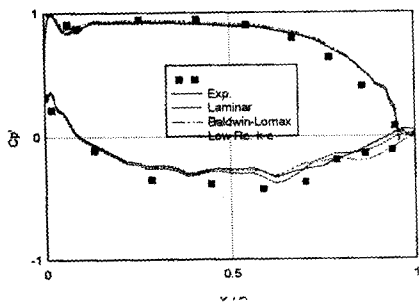
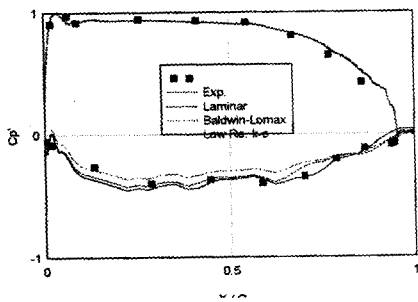


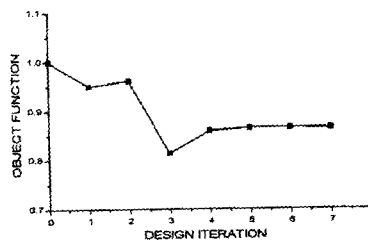
Fig. 3. Compact scheme for the 2-D cascade flow



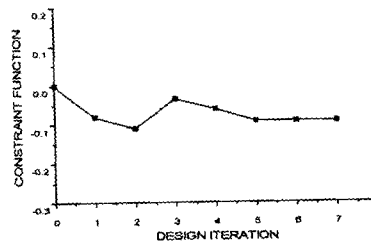
(a) 0.68 of Relative velocity



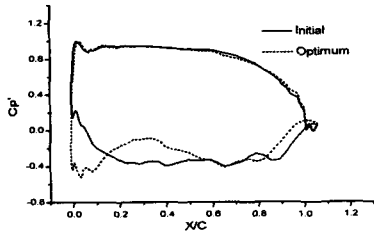
(b) 0.78 of Relative velocity



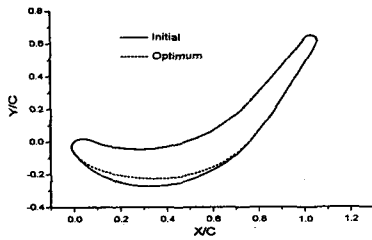
(a) Object Function History



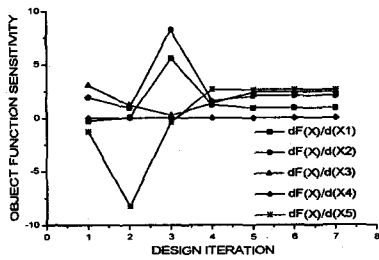
(b) Constraint Function History



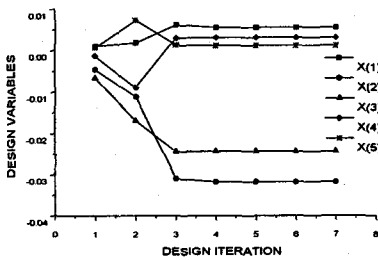
(c) Pressure Coefficient Distributions



(d) Cascade Shape

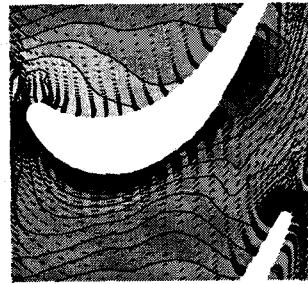


(e) History of Sensitivity

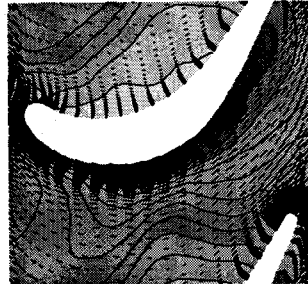


(f) History of Design Variables

Fig. 4 Results of Optimization Design



(a) Initial



(b) Design

Fig. 5 Pressure Contours and Velocity Vectors near to Rotor

### 참고문헌

- [1] Dring, R. P., Joslyn, H. D., Hardin, L. W., and Wagner, J. H., "Turbine Rotor-Stator Interaction," *Journal of Engineering for Power*, Vol. 104, 1982, pp. 729-742.
- [2] Yamamoto, A., Murao, R., Suzuki, Y., and Aoi, Y., "A Quasi-Unsteady Study on Wake Interaction of Turbine Stator and Rotor Cascades," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 117, 1995, pp. 553-561
- [3] Nishiyama, T., "Unsteady Flows and Forces by Turbine Rotor-Stator Interactions," *JSME International Journal*, Vol. 33, No. 1, 1990, pp. 1-10
- [4] Lakshminarayana, B. and Yu, W. S., "Numerical Simulation of the Effects of Rotor-Stator Spacing and Wake/Blade Count Ratio on Turbomachinery Unsteady Flows,"

- Journal of Fluids of Engineering, Vol. 117, 1995, pp. 639-646.
- [5] C. Har, S. L. Puterbaugh, and W. W. Copenhaver, "Unsteady Aerodynamic Flow Phenomena in a Transonic Compressor Stage," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 13, No. 3, 1997, pp. 329-333.
- [6] Park, W. G., Kim, H. W., Jung, Y. R., Kim, K. S., and Park, E. D., "Unsteady Incompressible Turbulent Flow Simulation of the Rotor-Stator Configuration," *Proceeding of the 6th International symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, Vol. 2 1996, pp. 238-247.
- [7] Santos, L. C. and Sankar, L. N., "A Hybrid Optimization Method for the Aerodynamic Design of Lifting Surfaces,"
- [8] Burgreen, G. W. and Baysal, O., "Aerodynamic Shape Optimization Using Preconditioned Conjugate Gradient Methods," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 11, (1994), pp. 2154-2152.
- [9] Baysal, O. and Eleshaky, M. E., "Aerodynamic Sensitivity Analysis Methods for the Compressible Euler Equations," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 113, (1991), pp. 681-688.
- [10] Lee, K. D. and Eyi, S., "Transonic Airfoil Design By Constrained Optimization," *AIAA Paper 91-3287-CP*, (1991)
- [11] Eyi, S., Hager, J. O. and Lee, K. D., "Airfoil Design Optimization Using the Navier-Stokes Equations," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 83, No. 3 (1994), pp 447-461.
- [12] Gregg, R. T. and Misegades, K. P., "Transonic Wing Optimization Using Evaluation Theory," *AIAA Paper 87-0520*, Jan. 1987
- [13] Razvan Florea and Kenneth C. Hall, "Sensitivity Analysis of Unsteady Inviscid Flow Through Turbomachinery Cascades," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 6, June 2001, pp. 1047-1056.
- [14] D. N. Sorensen, M. C. Thompson, J. N. Sorensen, "Toward Improved Rotor-Only Axial Fans-Part II: Design Optimization for Maximum Efficiency," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 122, June 2000, pp. 324-329
- [15] Vanderplaats, G. N. and Hansen, S. R., "DOT Users Manual," <http://www.vrand.com>, 1999
- [16] Hicks, R. M., and Henne, P. A., "Wing Design by Numerical Optimization," *Journal of Aircraft*, Vol. 15, pp. 407-412, 1978.
- [17] Park, W. G. and Sankar, L. N., "A Technique for the Prediction of Unsteady Incompressible Viscous Flows," *AIAA Paper 93-3006*, 1993
- [18] Sanjiva K. Lele, "Compact finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution," *Journal of Computational Physics*, Vol. 103, pp. 16-42, 1992
- [19] Steger, J. L. & Sorenson, R. L., "Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations," *J. of Computational Physics*, Vol. 33, pp. 405-410, 1979.