

광섬유 브래그 격자 변형률 센서용 현공진기의 고정밀 측정

이영균*(삼진정보통신 기술연구소), 송인천(광주과학기술원 기전공학과), 정성호(광주과학기술원 기전공학과), 이병하(광주과학기술원 정보통신공학과), 이선규(광주과학기술원 기전공학과)

High Precision Measurement for String Resonator used in FBG Strain Sensors

Y. K. Lee, I. C. Song, S. H. Jeong, B. H. Lee, and S. K. Lee

ABSTRACT

This paper describes a string resonator that is used for the interrogation system of a Fiber Bragg Grating (FBG) strain sensor. The strain on the fiber piece is calculated from the measured frequency based on that the natural frequency of a string is a function of the applied absolute strain. Existing research considered a fiber as a string, but a fiber is not a string in the strict sense due to its bending stiffness, thus the fiber should be modeled as a beam accompanied with an axial force. In the vibration modeling, the relationship between the strain and the natural frequency is derived, and then the resonance condition is described in terms of both the phase and the mode shape for sustaining resonant motion. Several experiments verify the effectiveness of the proposed model of the fiber. The performance of the string resonator is analyzed by measuring the frequency change according to the applied strains in the dynamic range of 1100 $\mu\epsilon$ referred to the displacement from capacitance sensor. From the experimental results, the implemented string resonator provides the accuracy of $\pm 3\mu\epsilon$, the quasi-static resolution of $\sim 0.1\mu\epsilon$ (rms) which amount to be $\pm 0.17\mu\text{m}$ and $\sim 6\text{nm}$ respectively, in case of fiber length of 56mm. For a dynamic strain, it can provide the accuracy of $\sim 3\mu\epsilon$ until the frequency comes to 8Hz. As a consequence, the string resonator proposed for FBG sensor provides the high accuracy and the high resolution in strain measurement, and also it is expecting to be used, for the application, to not only strain but also displacement measuring device.

Key Words : absolute strain (절대 변형률), string resonator (현공진기), fiber Bragg grating sensor (광섬유 브래그 격자 센서), tunable-filter (가변필터), high accuracy (고정도), resonance (공진), beam (보), string (현)

1. 서론

FBG(Fiber Bragg Grating)센서는 광섬유와의 연결에 의한 손실이 작고 파장선택도가 높으며 편광에 무관한 특성 등으로 현재 전세계적으로 광통신용 필터 소자나 광섬유 센서 등으로 활발히 연구되고 있으며, 일반 스트레인 게이지에 비해 가느다란 광섬유 한가닥(직경 250 μm)에 여러 FBG 를 만들어 원하는 지점들에 대해 분산 측정이 가능하고 구조물에 부착 및 내부로 삽입이 가능하다^{1,2}. 또한, 센서의 출력 변수인 브래그 파장이 총광량의 크기나, 광섬유 연결부와 커플러에서의 손실에 대해 직접적으로 영향을 받지 않는 절대변수이고, 변형률과 온도 모두에 높은 민감도를 가지며, 항전자기간섭성을 가지고 있다^{3,4}.

이에 따라 FBG 센서는 토목분야에서 구조물의

안전진단⁵, 복합재료 분야에서 재료내의 삽입을 통한 응력 해석⁶, 그리고 분산측정의 장점을 이용한 스마트 구조로의 연구에 주로 이용되어 왔다⁷. 그러나 FBG 의 위와 같은 장점에도 불구하고 기존의 분광분석기(OSA)를 사용한 파장추종방식은 낮은 분해능, 고가, 실시간 측정이 어렵다는 단점을 가지고 있다. 광 패브리-페로(FPP) 필터를 이용한 파장추종시스템⁸은 실시간 측정과 4 개의 FBG 에 대해 파장분할 다중(WDM)을 구현하였으며, 단일 FBG 에 대해 $\sim 0.3\mu\epsilon$, 4 FBG 에 대해 $\pm 3\mu\epsilon$ 의 유사정적 분해능을 달성하였다. FBG 필터와 현진동기를 이용한 시스템⁹은 FPP 필터 시스템에서의 압전소자 궤환전압에 의한 파장 측정의 제한된 정확도를 극복하였다. 공진주파수를 통한 변형률 측정은 압전소자의 비선형성과 히스테리시스를 극복함으로써, 단일 FBG 에 대해 1200 $\mu\epsilon$ 의 동적범위에서 $\pm 2\mu\epsilon$ 의

정확도와 $\sim 0.05\mu\epsilon$ 의 유사정적분해능을 달성하였으나, 광섬유를 이상적인 현으로 모델링함으로써 변형을 측정 정확도의 신뢰성이 문제시 되었다.

본 논문에서는 FBG 필터 방식 FBG 변형률 센서시스템에서 현공진기의 절대변형률 측정 이론을 진동이론에 근거하여 해석적으로 유도하는 한편, 실험을 통하여 현공진기의 정밀 측정장치로서의 타당성을 검토하고 있다.

2. 정밀 변형률 측정 메카니즘

2.1 변형률과 공진주파수와의 관계

일반적으로 감쇠를 무시할 경우, 현(string)의 자유진동 방정식과 고유진동수는 다음과 같이 표현된다.

$$P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = \rho_L \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$f_i = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{P}{\rho A}} \quad (2)$$

여기서 P는 장력, L은 현의 길이, ρ , ρ_L 은 각각 현의 밀도, 선밀도이고, f_i 은 i번째 모드의 고유진동수(Hz)이다. 이상적으로 현은 굽힘강성을 갖지 않는 오직 인장력만을 견딜 수 있는 요소로 볼 수 있다. 위식에서 보듯이, 변형률이 충분히 작다면 현의 고유진동수는 가해진 장력의 제곱근에 비례한다. 이를 현에 가해진 변형률을 이용하여 나타내면, 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i = \frac{i}{2L_0(1+\epsilon)} \sqrt{\frac{E\epsilon}{\rho}} = \left(\frac{i}{2L_0} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \right) \frac{\sqrt{\epsilon}}{(1+\epsilon)} \quad (3)$$

여기서 L_0 는 변형률이 가해지지 않은 상태에서 현의 길이이다. 변형률이 충분히 작다면 고유진동수는 변형률의 제곱근에 비례하게 되고, 이를 이용한다면 고유진동수의 측정을 통한 절대변형률 계산이 가능함을 알 수 있다⁹.

하지만, 변형률을 측정하기 위해 현공진기에 장착된 광섬유의 경우 굽힘강성을 무시할 수 없으므로 보 요소로 보아야 하며, 축 방향 힘을 고려한 보의 자유진동 방정식은 식(4)과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

위 식의 해를 분리법을 이용하여 $w(x,t) = W(x)(A \cos \omega t + B \sin \omega t)$ 라 가정하고, 보

드가정법을 사용하면 일반적인 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_i(x) q_i(t) \quad (5)$$

$$\int_0^L \rho A \Phi_i(x) \Phi_j(x) dx = \delta_{ij} \quad (6)$$

여기서 Φ_i 는 모드형상 함수이고, δ_{ij} 는 Kronecker's delta이다. 모드 형상을 축방향 힘을 고려하지 않은 보의 1차에서 4차까지의 모드형상으로 가정한다면, 식(7)의 고유치문제가 일어난다¹⁰.

$$[I]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (7)$$

$$K_{ij} = \omega_{b,i}^2 \delta_{ij} + P \int_0^L \Phi_i' \Phi_j' dx = \omega_{b,i}^2 \delta_{ij} + P \Gamma_{ij} \quad (8)$$

$$q(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (9)$$

여기서, $\omega_{b,i}$ 는 축방향 힘을 고려하지 않은 보의 고유진동수(rad/sec)이며, 행렬 Γ_{ij} 는 식(10), (11)과 같이 계산된다.

$$\Gamma_{ij} = \int_0^L \Phi_i' \Phi_j' dx \quad (i \neq j) \quad (10)$$

$$\Gamma_{ij} = \int_0^L (\Phi_i')^2 dx \quad (i = j) \quad (11)$$

식(7)의 해는 식(12)와 같이 표현되며, 구속된 보의 경계조건을 대입하면 해를 구할 수 있다.

$$[P\Gamma_{ij} - (\Lambda - \omega_{b,i}^2)\delta_{ij}] = 0 \quad (12)$$

여기서, Λ 는 고유치이며, 축방향 힘을 고려한 보의 고유진동수 ω_i (rad/sec)의 제곱의 값을 갖는다. 변형률 변화에 따라 보의 길이와 면적이 변하는 것을 고려하여, 식(12)를 변형률의 형태로 나타내면, 식(13)과 같다.

$$\left\{ \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^2} \right\} E A_0 \Gamma_{\omega,y} - \left\{ \Lambda - \frac{\omega_{b,\omega}^2}{(1+\epsilon)^2} \right\} \delta_y = 0 \quad (13)$$

여기서 $A_0, \omega_{b,\omega}, \Gamma_{\omega,y}$ 는 각각 변형률이 0일 때의 단면적, 이상보 고유진동수, 계수행렬 Γ 을 의미한다. 식(13)의 해를 MATLAB을 사용하여 계산하였고 그 결과를 식(3)과 비교하여 그림 1에 나타내었다.

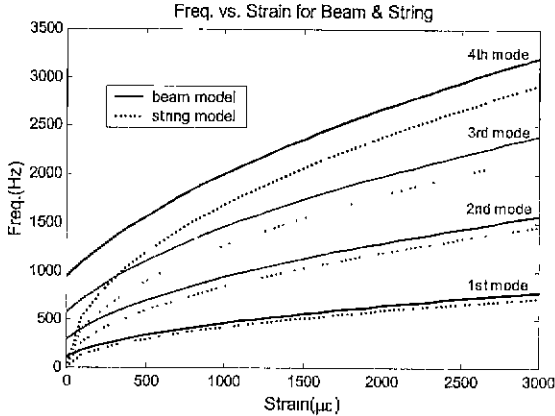


Fig.1 Natural frequency vs. strain
(solid line: beam model, dotted line: string model)

그림 1로부터, 변형률이 0일때, 보 모델은 고유진동수가 0이 아니지만 현 모델은 0이 되는 것을 알 수 있다. 또한 변형률이 작을수록, 그리고 고차 모드일수록 두 모델의 차이가 커짐을 알 수 있다.

2.2 광섬유의 공진조건

일반적으로, 광섬유를 가진시켜주면 가진주파수와 고유진동수가 일치할 때 공진하게 된다. 따라서 공진상태의 주파수를 이용하여 고유진동수를 측정하려면 공진 조건을 명확히 해야 한다.

광섬유를 양쪽에서 구속한 상태에서 한쪽 구속부가 식(14)와 같이 움직일 경우에, 이에 대한 상대적인 진동변위는 식(16)와 같이 나타낼 수 있다¹¹.

$$w_g = \delta(x)g(t) \quad (14)$$

$$w^* = -\sum_{i=1}^4 \frac{\rho A \Phi_i(x)}{\omega_i} \left[\int_0^L \delta(x) \Phi_i(x) dx \int_0^t \ddot{g}(t') \sin \omega_i(t-t') dt' \right] \quad (15)$$

여기서 $\delta(x) = 1 - 3x^2/L^2 + 2x^3/L^3$ 는 구속된 보의 변위영향함수(displacement influence function)이다. 따라서, 전체변위는 식(14)의 강체 운동과 식(15)의 상대변위의 합으로, 식(16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$w = w_g + w^* = \delta(x)g(t) + w^* \quad (16)$$

구속부 가진운동을 $g(t) \equiv A_g \sin \Omega t$, $\Omega \approx \omega_k$ 라 하면, 식(15), 식(16)을 통해, 식(17), (18)와 같이 전체 변위를 구할 수 있다.

$$w = A_g \delta(x) \sin \Omega t + \sum_{i=1}^4 \rho A \Phi_i(x) \left[\int_0^L \delta(x) \Phi_i(x) dx \right] A_g H(\Omega, t) \quad (17)$$

$$H(\omega_k, t) \approx \frac{\omega_k t}{2} \sin \left(\omega_k t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (18)$$

식(18)로부터 공진조건을 요약하면, 1차 모드의 경우 광섬유 중앙부는 끝단 가진부에 비해서 $\pi/2$ 만큼 늦고, 3차모드의 경우엔 $\pi/2$ 만큼 빠르게 된다.

3. 실험 및 결과

3.1 장치구성

그림 2는 현공진기 장치 개념도이다. 현공진을 위한 Flexure stage는 두 개의 노치형 탄성힌지^{12,13}로 구성되어 있다. 하나는 그림에서 압전소자 PZT1에 의해 광섬유 길이를 조절하고, 다른 하나는 변형률 측정을 위하여 PZT2로 가진 되어 광섬유가 항상 공진을 유지하도록 한다.

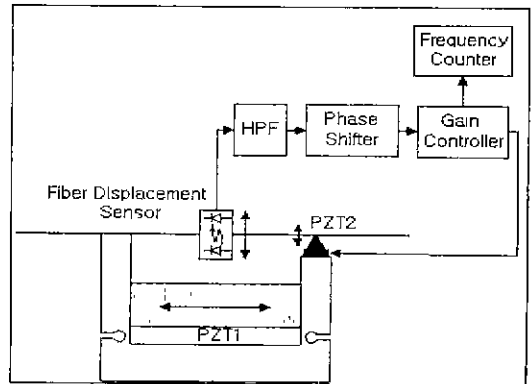


Fig. 2 Functional diagram of automatic string resonator

폐환신호로 쓰이는 광섬유의 변위 측정을 위해 photo interrupter를 사용하였다. photo interrupter는 발광다이오드와 광트랜지스터의 쌍으로 구성되어, 대상 물체가 발광부와 수광부 사이의 광경로를 차단하는 정도에 따른 광트랜지스터의 출력전압을 이용한 것으로 photo interrupter에서 측정된 광섬유 변위 신호는 고주파 통과 필터를 거쳐 직류오프셋이 제거된 후 위상변환기로 들어가 위상이 90° 만큼 바뀌며, 자동 이득 제어기에 의해 주파수에 무관하게 항상 일정한 진폭의 출력 전압으로 가진용 압전소자를 구동시킨다.

3.2 실험결과

현공진기의 변형률 측정 정확도와 분해능을 알아보기 위하여, 초기 변위에서의 변형률을 $0\mu\epsilon$ 이라고 하고 공진주파수를 측정하였다. 변형률은 정전형 센서를 이용한 변위 측정으로부터 계산하였고, 주파수 측정은 주파수 변환기를 이용하였다¹⁴.

진동모드에 대한 공진기의 성능을 알아보기 위해서 1차 모드와 3차 모드에서 변형률에 대한 공

진주파수를 측정하였다. 각 모드에서 측정한 공진 주파수와 식(13)으로 부터의 fitting 식과의 오차를 그림 3 과 그림 4 에 각각 나타내었다.

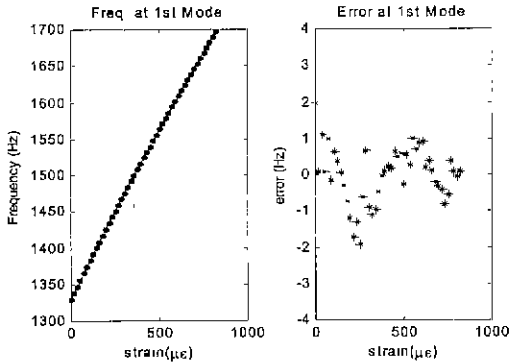


Fig. 3 Fitting of the experimental data at 1st mode

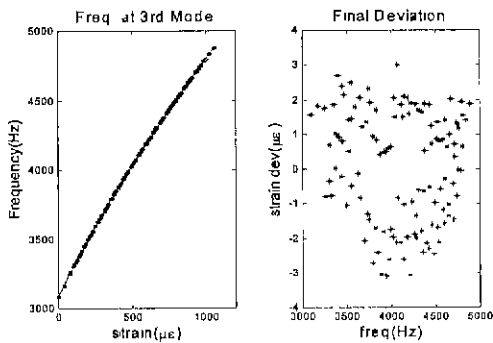


Fig. 4 Fitting of the experimental data at 3rd mode

그림 5 와 그림 6 은 각각 1 차 모드와 3 차 모드에서 미소변형을 변화에 대한 측정주파수 결과이다. 결과로부터 1 차 모드와 3 차 모드에서 정확도는 각각 약 4με과 3με임을 알 수 있고, 유사정적분해능은 약 0.2με과 0.1με을 얻었다.

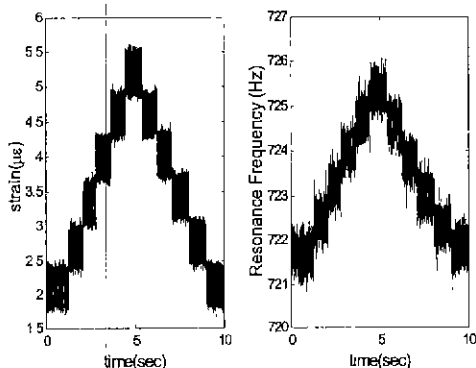


Fig. 5 Response to small step strain at 1st mode

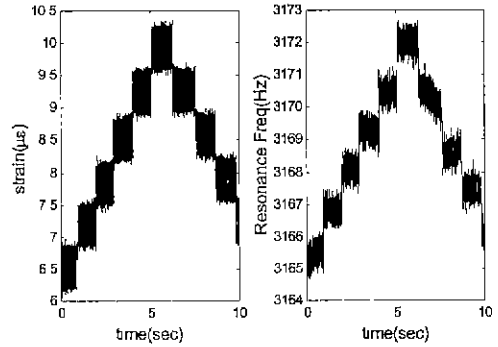


Fig. 6 Response to small step strain at 3rd mode

보 모델의 타당성을 입증하기 위하여 0 με 근처에서 변형을 계단입력에 대한 공진주파수 측정결과를 그림 7 에 나타내었다. 한편, 그림 8 은 삼각파 형태의 동적 변형률에 대한 공진주파수 측정 결과로 약 25με의 진폭으로, 입력주파수를 1Hz~16Hz로 변화시켜가며 공진주파수를 측정하였다.

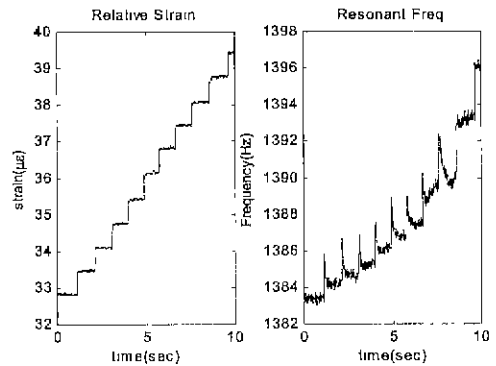


Fig. 7 Resonance frequency near zero strain at 3rd mode

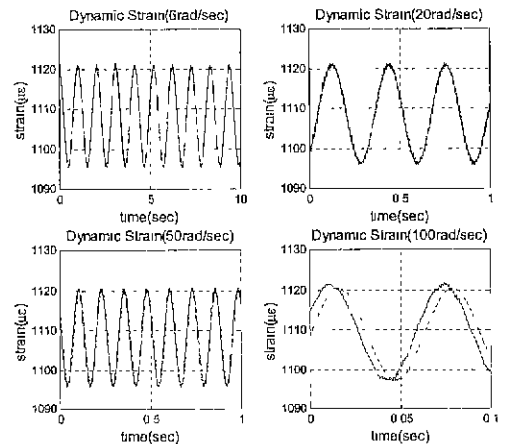


Fig. 8 Response to dynamic strain

4. 결론

현공진기를 이용한 광섬유의 3 차 모드 공진주파수 추적 실험을 통해, 1100 μE 의 동적 범위에서 정확도와 유사정적 분해능이 변형률로 각각 $\pm 3 \mu\text{E}$, $\sim 0.1 \mu\text{E}(\text{rms})$ 으로, 제안된 현공진기의 유효성을 확인하였다. 0 μE 근처의 변형률 입력에 대한 현공진기 거동으로부터 보모델의 타당성을 입증하였으며, 동적변형률 변화에 대해서는 8 Hz 이하 삼각파 입력에 대해서 측정정확도가 $\sim 3\mu\text{E}$ 임을 확인하였다. 또한, flexure의 성능과 광섬유 변위의 측정 위치 선정은 측정 변형률의 민감도와 분해능을 결정하며, 따라서 견고한 위상추적이 행해진다면 보다 높은 정확도와 분해능을 얻을 수 있다는 결론을 얻었다.

후 기

본 연구는 한국 과학재단 목적기초연구 사업의 일환으로 행해진 것으로 지원에 감사드린다.

참고문헌

1. W.W. Morey, J.R. Dunphy, and G. Meltz, "Multiplexing fiber Bragg grating sensors", in Proc. SPIE Distributed and Multiplexed Fiber Optic Sensors, Boston, MA, vol.1586, p.216, Sept. 1991
2. W. W. Morey and Yaowen Li, "Fiber gratings for WDM Applications", IEEE, 1999
3. A. D. Kersey et al., "Fiber Grating Sensors", Journal of Lightwave Technology, Vol.15, No.8, pp.1442-1463, 1997
4. G. Meltz, "Overview of Fiber Grating-Based Sensors", SPIE's Symposium on Smart Structures and Materials, Vol. 2838, pp. 2-22, Aug. 1996
5. A. Mendez and T.F. Morse, "Applications on Embedded Optical Fiber Sensors in Reinforced Concrete Buildings and Structures", Fiber optic smart structure and skins II, Proc. SPIE, vol. 170, pp. 60-69, 1989
6. E. Udd, "Fiber optic Smart Structure and skins", Proc. of SPIE, vol. 986, 1988
7. 유치영, 박대인, 홍창선, 김천곤, 이상배, "광섬유 브래그 격자 센서를 이용한 구조물의 변형 측정에 관한 연구", 한국복합재료학회 추계 논문 초록집, pp. 187-191, 1997
8. A. D. Kersey, T. A. Berkoff, and W. W. Morey, "Multiplexed Fiber Bragg Grating Strain-Sensor System with a Fiber Fabry-Perot Wavelength Filter", Optics Letters, Vol.18, No.16, pp.1370-1372, 1993
9. Byeongha Lee, "Absolute Strain Measurement Using Fiber Bragg Grating", Ph.D Thesis, Univ of Colorado, 1996
10. Leonard Meirovitch, "Analytical Methods in Vibrations", Macmillan Publishing, 1967
11. W. Weaver JR., S. P. Timoshenko, and D. H. Young, "Vibration Problems in Engineering", Wiley, 5th Ed., 1990
12. Stuart T. Smith, Vivek G. Badam, Jamu S. Dale, and Ying Xu, "Elliptical Flexure Hinges", Rev. Sci. Instrum., Vol.68, No.3, pp.1474-1483, 1997
13. Guanghua xu and Liangsheng Qu, "Some Analytical Problems of High Performance Flexure Hinges and Micro-motion Stage Design", Proc. of IEEE International Conference on the industrial Technology, pp. 771-775, 1996
14. R. Mark Stitt, and Rod Burt, "Frequency-to-Voltage Conversion", Burr-Brown Application Bulletin, 1993