

굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료의 인장/압축 비선형 거동 및 강도에측

유근수*(연세대 대학원 기계공학과), 전흥재(연세대 기계전자공학부)

Predictions of Nonlinear Behavior and Strength of Thick Composites with Fiber Waviness under Tensile/Compressive Load

K. S. Ryu(Department of Mechanical Engineering, Yonsei University),
H. - J. Chun(School of Electrical and Mechanical Engineering, Yonsei University)

ABSTRACT

Fiber waviness is one of manufacturing defects encountered frequently in thick composite structures. It affects significantly on the behavior as well as strength of thick composites. Thick composites with fiber waviness have two kinds of nonlinearity. One is material nonlinearity, and the other is geometrical nonlinearity due to fiber waviness. There are only a few studies that have considered both material and geometrical nonlinearities. In this paper, a FEA model was proposed to predict nonlinear behavior and strength of thick composites with fiber waviness

Key Words : Composite materials (복합재료), Fiber waviness (굴곡섬유), Nonlinearity behavior(비선형 거동), Strength (강도)

1. 서론

복합재료는 우수한 비강성 및 비강도의 기계적 특성으로 인하여 점차 사용범위가 확대되고 있다. 그러나 높은 하중을 받는 구조재로 사용되는 두꺼운 복합재료는 얇은 복합재료와 달리, 성형과정 중에 적층판 내의 보강섬유가 굴곡을 이루는 초기결함이 발생하게 된다. 이처럼 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료는 보강섬유 굴곡이 변형함에 따라 발생하는 기하학적 비선형 특성과, 복합재료 자체의 재료적 비선형 특성 때문에 인장/압축 시 비선형적 거동을 나타낸다. 이제까지 굴곡진 보강섬유를 가진 복합재료의 비선형 거동에 대한 연구⁽¹⁾는 많이 진행되어왔지만, 재료적 비선형 특성과 기하학적 비선형 특성을 동시에 고려하면서 굴곡진 보강섬유로 이루어진 두꺼운 복합재료의 강도를 예측하는 연구는 많지 않았다.

본 연구에서는 인장/압축 시 굴곡을 가진 보강섬

유로 이루어진 두꺼운 복합재료의 국부적인 응력 분포를 파악하기 위하여 복합재료의 기하학적, 재료적 특성을 모두 고려하되 모델 내의 요소마다 달라지는 보강섬유의 방향 변화에 따른 강성의 변화까지도 고려하는 모델을 제시하였다. 이 모델에서는 보강섬유 한 주기 내에서 변화하는 보강섬유의 방향에 따른 강성을 고려하여 이전 연구에서 한 주기의 평균 비깎축 손용도를 사용하느라 생략되었던 국부적인 응력 분포의 예측이 가능해졌다. 이 해석모델을 사용하여 보강섬유의 굴곡이 복합재료 내에 일정하게 존재하는 경우에 대하여 보강섬유의 굴곡의 정도에 따른 복합재료의 기계적 특성값의 변화와 인장/압축에서의 비선형 거동을 예측하였다. 그리고 Tsai-Wu⁽²⁾의 이론을 바탕으로 굴곡비에 따른 강도를 예측하였다.

2. 해석모델

2.1 거동 해석

두꺼운 복합재료 내의 보강섬유가 굴곡을 갖게 될 경우, 보강섬유의 굴곡이 sine함수의 형태로 주기적으로 반복된다고 가정하고, 전체 재료내의 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대한 인장/압축 거동을 해석함으로써 전체 복합재료의 거동을 예측한다

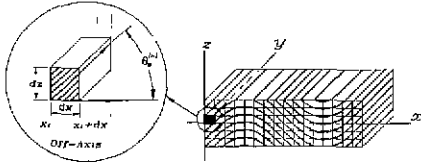


Fig. 1 Schematic drawing of finite element for composite materials with uniform fiber waviness

Fig. 1은 보강섬유의 굴곡이 일정한 모델을 도식적으로 나타낸 그림으로, 보강섬유의 주기방향(x-axis)과 두께방향(z-axis)으로 미소요소를 설정하고 각 미소요소의 해석을 통하여 굴곡 한 주기의 거동을 예측하게 된다.

초기 보강섬유의 굴곡은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$z = a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (1)$$

그러면 주기방향(x-direction)으로 n 번째 미소요소에서 하중이 가해지기 전의 초기 보강섬유 기울기 ($\theta_{in}^{(n)}$)는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_{in}^{(n)} = \tan^{-1} \left(\frac{a \left(\sin \frac{2\pi x_2^{(n)}}{\lambda} - \sin \frac{2\pi x_1^{(n)}}{\lambda} \right)}{x_2^{(n)} - x_1^{(n)}} \right) \quad (2)$$

가해지는 하중이 증가함에 따라 변형이 진행되면서 보강섬유의 방향이 재배치된다. 이러한 보강섬유의 재배치에 따라 미소요소의 강성이 변화하는 기하학적 비선형 특성을 고려하기 위해서 보강섬유의 방향을 다음과 같이 고려한다. 특정한 미소요소 내에서 재배치되는 보강섬유의 방향은 미소요소의 절점 좌표를 이용하여 구한다. Fig 2와 식 (2)로부터 n 번째 미소요소의 변형 후 보강섬유의 비김축 방향 ($\theta^{(n)}$)은 다음과 같이 유도된다.

$$\theta^{(n)} = \tan^{-1} \left(\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 + \frac{1 + \epsilon_z^{(n)}}{1 + \epsilon_x^{(n)}} \tan \theta_{in}^{(n)} \right) \quad (3)$$

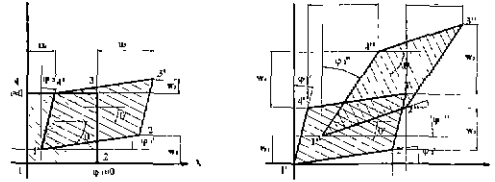


Fig. 2 Schematic drawing of the deformation of subelement.

여기서, ϕ_i , ϵ_i , γ_{ij} 는 각각 미소요소의 i 번째 절점좌표로 계산이 가능한 미소요소 변의 각도변화와 수직, 전단변형률을 의미한다.

이렇게 해서 변형이 진행됨에 따라 변화하는 보강섬유의 방향을 구하고, 이 방향에 따라 비김축 강성도 ($[Q^*]$)를 순차적으로 계산하여 보강섬유의 재배치에 따른 기하학적 비선형 특성을 고려할 수 있다.

재료적 비선형성을 모델에 고려하기 위해서 에너지 밀도 (W)⁽³⁾를 사용한다. 본 연구에서는 변형률의 4차항까지 사용하였다

$$\begin{aligned} W = & W(\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \gamma_{12}^2, \gamma_{23}^2, \gamma_{31}^2, \gamma_{12} \gamma_{23} \gamma_{31}) \\ = & \frac{1}{2} C_{11} \epsilon_{11}^2 + \frac{1}{2} C_{22} \epsilon_{22}^2 + \frac{1}{2} C_{33} \epsilon_{33}^2 \\ & + \frac{1}{2} C_{44} \gamma_{23}^2 + \frac{1}{2} C_{55} \gamma_{13}^2 + \frac{1}{2} C_{66} \gamma_{12}^2 \\ & + C_{12} \epsilon_{11} \epsilon_{22} + C_{13} \epsilon_{11} \epsilon_{33} + C_{23} \epsilon_{22} \epsilon_{33} \\ & + \frac{1}{3} c_{111} \epsilon_{11}^3 + \frac{1}{3} c_{222} \epsilon_{22}^3 + \frac{1}{3} c_{333} \epsilon_{33}^3 \\ & + \frac{1}{4} c_{1111} \epsilon_{11}^4 + \frac{1}{4} c_{2222} \epsilon_{22}^4 + \frac{1}{4} c_{3333} \epsilon_{33}^4 \\ & + \frac{1}{4} c_{4444} \gamma_{23}^4 + \frac{1}{4} c_{5555} \gamma_{13}^4 + \frac{1}{4} c_{6666} \gamma_{12}^4 \end{aligned} \quad (4)$$

변형률 - 응력 관계는 위 식(1)의 에너지 밀도로부터 $\sigma_y = \partial W / \partial \epsilon_y$ 를 이용하여 복합재료의 재료적 비선형 특성을 고려한 강성 (C_y^*) 행렬로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^* & C_{12}^* & C_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^* & C_{22}^* & C_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^* & C_{23}^* & C_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (5)$$

x - y 평면에 대해 평면응력 상태로 가정한다면,

정축 변형률과 비직축 변형률간의 관계는 변환행렬을 이용하여 나타낼 수 있고, 비직축 장성행렬 또한 변환행렬과 에너지 밀도의 계수(장성행렬 $[C^*]$) 및 앞서 기하학적 비선형을 고려하기 위하여 식 (2)에서 구한 보강섬유의 방향을 이용하여 나타낼 수 있다.

이런 방법을 통해 재료적 비선형성과 기하학적 비선형성을 동시에 고려한 장성행렬을 얻게 되면 유한요소해석기법을 이용하여 하중이 가해지는 각 단계에서의 미소요소의 절점 변위를 구한다. 평형방정식은 식 (7)과 같다.

$$[K][d] = [F] \quad (7)$$

여기서 $[F]$ 는 외력 벡터, $[d]$ 는 변위 벡터, $[K]$ 는 전체장성행렬을 의미하고, 미소요소의 장성행렬($[K_v]$)는 식 (8)과 같다.

$$[K_v]^e = \int_{\Omega} [B_v]^T [D] [B_v] d\Omega^e \quad (8)$$

$$= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_v]^T [D] [B_v] |J| d\xi d\eta$$

여기서 $[K_v]$, $[B]$, $[D]$, $|J|$ 는 각각 요소장성행렬, 변형률-변위 관계 행렬, Jacobian의 Determinant를 의미한다.

하중이 증가함에 따라 변화하는 미소요소의 모양은 사상을 반복함으로써 보완이 가능하고, 장성행렬 내의 변형률 항을 이루는 절점 변위와 변위 벡터 내의 절점 변위를 동시에 구하기 위해서 Newton-Raphson 법을 사용한다. 이렇게 반복 사상과 순차적 해석방법을 반복하여 굴곡진 보강섬유로 이루어진 두꺼운 복합재료의 거동 및 응력 분포를 해석할 수 있다.

2.2 강도 예측

Gol'denblat와 Kopnov가 강도 텐서(tensor)를 이용하여 이방성 재료의 강도 예측 기준을 처음 제시한 이후, Tsai와 Wu는 응력 공간(stress space)에 파괴 표면이 존재한다는 가정하에 평면 응력 상태에서 다음과 같은 다항 파괴 기준(polynomial failure criteria) 이론⁽²⁾을 제안하였다.

$$f_1\sigma_1 + f_3\sigma_3 + f_{11}\sigma_1^2 + f_{33}\sigma_3^2 + f_{55}\tau_5^2 + 2f_{13}\sigma_1\sigma_3 = 1 \quad (9)$$

여기서, 정축 인장/압축 강도를 F_{1t} , F_{1c} 로 정축 전단 강도를 F_t 로 표현하면 식 (9)의 정축 강도 텐

서 f_i 와 f_{ij} 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_1 = \frac{1}{F_{1t}} - \frac{1}{F_{1c}}, \quad f_{11} = \frac{1}{F_{1t}F_{1c}}$$

$$f_3 = \frac{1}{F_{3t}} - \frac{1}{F_{3c}}, \quad f_{33} = \frac{1}{F_{3t}F_{3c}} \quad (10)$$

$$f_{55} = \frac{1}{F_5^2}, \quad f_{13} \cong -\frac{1}{2}(f_{11}f_{33})^{1/2}$$

각각의 미소요소의 정축 응력을 계산하고 이 정축 응력과 인장/압축 강도로 구성되는 식 (10)을 식 (9)의 파괴 기준식에 대입하여 1이 되면 파괴가 일어난다고 가정한다. 이렇게 해서 섬유강화 복합재료의 두께방향으로 파괴가 일어날 때의 강도를 예측한다.

3. 실험 결과 및 검토

3.1 굴곡진 보강섬유로 이루어진 복합재료의 비선형 거동

Fig. 3은 유한요소해석모델을 이용하여 인장/압축 하중 부하시 재료의 초기 굴곡비에 따른 비선형 응력-변형률 거동을 해석한 결과를 실험 결과와 비교한 것이다. (a)와 (b)를 비교하면, 인장의 경우에 비해 압축의 경우 동일한 굴곡비와 동일한 하중조건 하에서 변형률이 더 크게 나타났다. 이는 압축 하중이 가해지는 경우 굴곡이 심화되면서 보강섬유의 기울기가 더 커지게 되고 이로 인해 강성이 더 약해지고, 인장 하중이 가해지는 경우는 굴곡이 완화되면서 강성이 증가하기 때문으로 풀이된다.

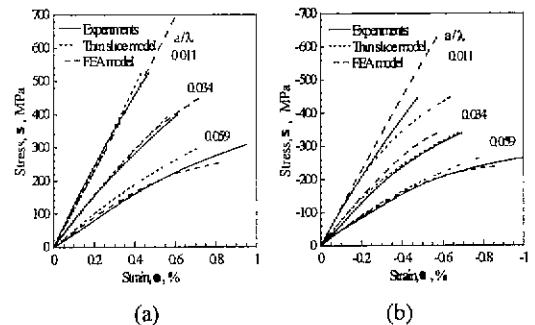


Fig. 3 Predicted and experimentally obtained (a) tensile and (b) compressive stress-strain curves for uniform fiber waviness model with various degrees of fiber waviness (a/λ)

Fig. 4는 Tsai-Wu의 다항 파괴 기준 이론에 의한 파괴 기준 선도를 나타낸다. 인장/압축의 경우 보강섬유 굴곡의 정도에 따라 처음 파괴가 발생하는 지점을 표시하였다. 처음 파괴를 일으키는 주요 응력 성분이 정축 전단 응력임을 알 수 있다. 그러나 보강섬유의 굴곡이 감소함에 따라 파괴에 대한 정축 전단 응력 효과는 점차 감소하고 축방향 응력 영향이 증가함을 알 수 있다. 이는 보강섬유의 굴곡이 증가할수록 비직축 상태인 보강섬유의 기울기가 더 크기 때문에 이 기울기의 영향 때문이라고 볼 수 있다.

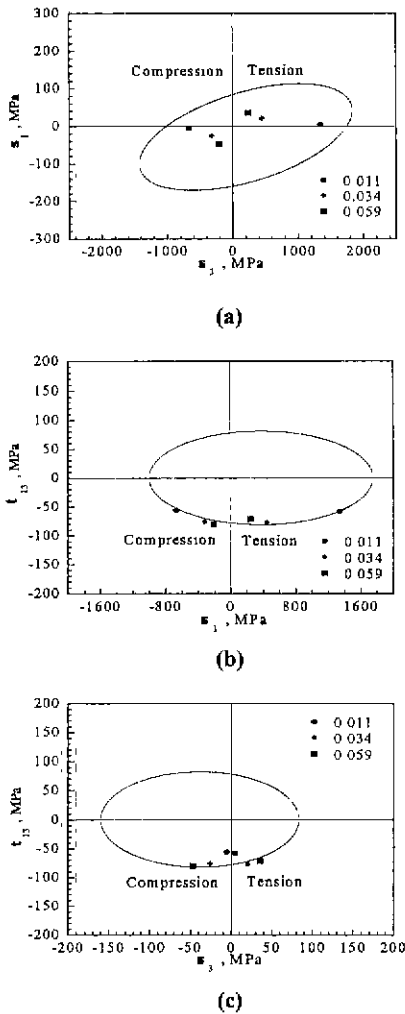


Fig. 4 Failure envelope for DMS 2224 graphite/epoxy composites and predicted stresses for damaged subelement of uniform fiber waviness model with various fiber waviness ratios : (a) on σ_1 and σ_3 axes, (b) on σ_1 and τ_{13} axes, (c) on σ_3 and τ_{13} axes.

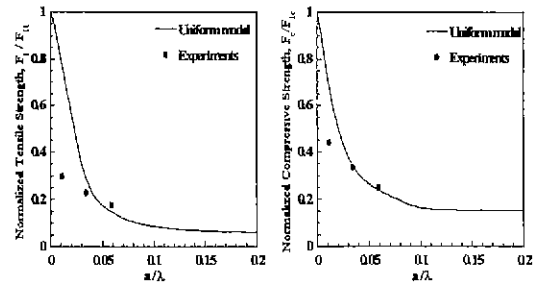


Fig. 5 Predicted and experimentally obtained tensile/compressive strength as a function of fiber waviness ratio (a/λ)

Fig. 5에서 굴곡비가 증가할수록 강도는 감소하는 것을 알 수 있는데, 이는 보강섬유의 굴곡이 증가함에 따라 비직축 상태인 보강섬유의 기울기가 더 커지게 되고 이로 인한 정축 전단응력의 영향으로 해석된다. 굴곡비가 0.01까지 증가하는 동안 강도가 급격히 감소하는 것은 그 구간에서 파괴의 주된 요인이 축응력에서 정축 전단응력으로 바뀜을 나타낸다. 또한, 굴곡비가 0.04이상 증가할 시 강도의 감소율이 작아짐을 알 수 있다. 이는 보강섬유의 굴곡비가 일정값 이상이 되면 굴곡비가 강도에 미치는 영향이 작아짐을 의미한다.

후기

이 논문은 두뇌한국 21 사업의 지원으로 이루어진 것으로, 이에 관계자 여러분들께 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Petit, P. H. and Waddoups, M. E., "A Method of Predicting the Nonlinear Behavior of Laminated Composites", Journal of Composite Materials, Vol. 7, 1973, pp. 102-118.
- (2) Tsai, S. W. and Wu, E. M., "A General Theory of strength for Anisotropic Materials", Journal of Composite Materials, Vol. 7, 1973, pp. 102-118.
- (3) Green, A. E., Adkins, J. E., "Large Elastic De-formations", Oxford University Press, 1970.
- (4) Chun, H. -J., Daniel, I. M. and Shin, J. -Y., "Nonlinear Behaviors of Thick Composite Materials with Fiber Waviness", A Collection of Technical Papers, AIAA/ASME/ASCE/AHS/ ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, St. Louis, MO, 12-15 April, Vol. 1, 1999, pp. 467-474.