

유한요소해석을 이용한 형상기억합금의 열적/기계적 거동 연구

윤성호*(금오공과대학교 기계공학부), Scott R. White(Dept. of Aero. & Astro. Eng., Univ. of Illinois at Urbana-Champaign)

Thermomechanical Behaviors of Shape Memory Alloy Using Finite Element Analysis

Sungho Yoon(School of Mech. Eng., Kumoh Nat. Univ. of Tech.), Scott R. White(Dept. of Aero. & Astro. Eng., Univ. of Illinois at Urbana-Champaign)

ABSTRACT

The thermomechanical behaviors of the shape memory alloy were conducted through the finite element analysis of ABAQUS with UMAT user subroutine. The unified thermomechanical constitutive equation suggested by Lagoudas was adapted into the UMAT user subroutine to investigate the characteristics of the shape memory alloy. The three cases were solved to investigate the thermomechanical characteristics of the shape memory alloy. The material properties for the analysis were obtained by DSC and DMA techniques. According to the results, the thermomechanical characteristics, such as a shape memory effect and a pseudoelastic effect, could be obtained through the finite element analysis and the analysis results were revealed to agree well with the experimental results. Therefore, the finite element analysis using UMAT user subroutine is one of prominent analysis techniques to investigate the thermomechanical behaviors of the shape memory alloy quantitatively.

Key Words Shape memory alloy, Thermomechanical behaviors, Finite element analysis, Unified thermomechanical constitutive relation, UMAT user subroutine

1. 서론

형상기억합금은 작용된 응력과 온도에 따라 결정체의 구조가 달라지는 상변환이 발생한다. 이러한 상변환은 대칭성이 강한 오스테나이트에서 대칭성이 약한 마르텐사이트로 변하는 마르텐사이트 변환, 그리고 마르텐사이트에서 오스테나이트로 변하는 역변환으로 구분된다. 일반적으로 형상기억합금은 일반 금속재가 갖지 못하는 상변환을 나타내기 때문에 형상기억효과와 초탄성 등의 특성을 갖는다. 최근에는 형상기억합금을 의공학, 항공우주, 전자, 자동차 등 여러 산업 분야에 응용하려는 시도들이 행해지고 있다.

형상기억합금을 효율적으로 활용을 위해서는 작용된 하중과 온도를 고려한 형상기억합금의 거동을 정량적으로 예측할 수 있어야 한다. 일반적으로 유한요소 해석은 금속재 및 복합재 구조물의 설계 및 해석을 위해 널리 적용하고 있는 방법 중의 하나로써 특히 기준에 널리 사용되고 있는 상용 유한요소

해석 프로그램은 재료 비선형이나 기하학적 비선형이 매우 큰 경우에도 우수한 해의 수렴성으로 인하여 원하는 해를 어렵지 않게 얻을 수 있다. 그러나 상용 유한요소해석 프로그램 자체는 형상기억합금의 거동을 묘사할 수 있는 구성방정식을 포함하고 있지 않기 때문에 상용 유한요소해석 프로그램 자체에만 의존해서는 형상기억합금의 거동을 예측하는 것은 거의 불가능하다. 형상기억합금의 거동을 예측하기 위해서는 거동 묘사를 위한 적절한 구성방정식이 필요하며 이러한 구성방정식을 얻기 위해 많은 연구들이 진행되어 왔다¹⁻⁵. 따라서 형상기억합금의 거동을 조사하기 위해서는 이러한 구성방정식을 상용 유한요소해석 프로그램과 접목시키는 과정이 필수적이다.

본 연구에서는 형상기억합금의 거동을 조사하기 위해 유한요소해석을 수행하였다. 이때 사용한 유한요소해석 프로그램은 ABAQUS이며 Lagoudas 등이 제시한 unified thermomechanical model³에 근간을 둔 UMAT user subroutine을 연계시켰다. 유한요소해석

에 필요한 재료상수들은 DSC와 DMA의 실험을 통해 얻은 값들을 적용하였다. 형상기억합금의 열적/기계적 거동을 조사하기 위해 시편의 형상과 하중의 조건에 따른 3가지 경우를 해석하였으며 해석결과를 실험결과와 비교하였다.

2. 구성방정식과 재료상수

형상기억합금의 열적/기계적 거동을 예측하기 위해서는 변형률과 온도의 증분에 따른 응력 텐서와 마르텐사이트 체적율의 증분에 대한 정보가 필요하다. 마르텐사이트 변환과 역변환에 대한 변환 변형률 텐서의 증분은 식 (1)에 의해, 응력 텐서의 증분은 식 (2a) 또는 식 (2b)에 의해, 마르텐사이트의 증분은 식 (3)에 의해 표현된다.

$$\Delta \varepsilon_{n+1}^{(k)} = \Delta \xi_{n+1}^{(k)} \Lambda_{n+1}^{(k)} \quad (1)$$

$$\Delta \sigma_{n+1}^{(k)} = - S_{n+1}^{(k)-1} \Delta \xi_{n+1}^{(k)} \partial_{\sigma} \Phi_{n+1}^{(k)} \quad (\text{if } \dot{\xi} > 0) \quad (2a)$$

$$\Delta \sigma_{n+1}^{(k)} = S_{n+1}^{(k)-1} \Delta \xi_{n+1}^{(k)} \partial_{\sigma} \Phi_{n+1}^{(k)} \quad (\text{if } \dot{\xi} < 0) \quad (2b)$$

$$\Delta \xi_{n+1}^{(k)} = \frac{\Phi_{n+1}^{(k)}}{\pm A - \partial_{\sigma} \Phi_{n+1}^{(k)}} \quad (3)$$

$$\text{where } A = \partial_{\sigma} \Phi_{n+1}^{(k)} : S_{n+1}^{(k)-1} : \partial_{\sigma} \Phi_{n+1}^{(k)}$$

여기에서 ε^t 는 변환 변형률, ξ 는 마르텐사이트 체적율, Λ 는 변환 변형률 흐름 방향을 나타내는 상변환 텐서, Φ 는 상변환 함수 그리고 S 는 강성 텐서이다.

만약 예측된 해가 상변환 조건을 만족하지 않는다면 변형률 텐서와 마르텐사이트 체적율은 식 (4)와 식 (5)의 관계에 의해 수정되어야 하고 return mapping 알고리즘 등의 적절한 수치적인 기법을 이용하여 상변환 조건을 만족하는 수렴된 해를 구한다.

$$\varepsilon_{n+1}^{(k+1)} = \varepsilon_{n+1}^{(k)} + \Delta \varepsilon_{n+1}^{(k)} \quad (4)$$

$$\xi_{n+1}^{(k+1)} = \xi_{n+1}^{(k)} + \Delta \xi_{n+1}^{(k)} \quad (5)$$

본 연구에서는 형상기억합금의 열적/기계적 거동을 조사하기 위해 상용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS 및 형상기억합금의 구성방정식이 고려된 UMAT user subroutine을 적용하였다. 유한요소해석에 필요한 형상기억합금의 재료상수들은 DSC 및 DMA

를 이용하여 실험적으로 구하였으며 이들은 표 1에 나타나 있다. 이때 E , α , C 는 각각 탄성계수, 열팽창계수, 응력영향계수, 그리고 하점자 A 와 M 은 오스테나이트와 마르텐사이트를 나타낸다. 또한 ε_{max} 는 최대 변환 변형률, A_f 와 A_s 는 각각 오스테나이트 변환의 종료온도 및 시작온도, M_s 와 M_f 는 각각 마르텐사이트 변환의 시작온도 및 종료온도를 나타낸다.

Table 1 Material properties used for FE analysis

item	unit	value	item	unit	value
E_A	GPa	70.0	A_f	°C	110.0
E_M	GPa	40.0	A_s	°C	96.0
ν	-	0.33	M_s	°C	74.0
α_A	1/°C	12.0E-6	M_f	°C	60.0
α_M	1/°C	0.0E-6	C_A	MPa/°C	13.0
ε_{max}	-	0.08	C_M	MPa/°C	13.0

3. 유한요소해석의 적용에

3.1 일정 온도하의 정적 하중 영향

시편의 형상은 보 형태로 되어 있으며 한쪽 끝단은 고정시키고 다른 쪽 끝단에 인장하중을 작용시키는 경우를 고려하였다. 시편에 작용되는 온도는 균일하며 하중은 무부하 상태에서 일정값까지 부하하였다가 무부하 상태로 해중시키는 경우를 적용하였다. 사용한 요소는 C3D8의 8절점으로 된 3차원 입방체 요소이다.

그림 1에는 적용한 하중과 온도에 대한 시편에 형성된 응력-변형률 선도가 나타나 있다. 이때 온도는 오스테나이트 변환의 종료온도보다 높은 120°C부터 오스테나이트 변환의 시작온도인 96°C까지를 고려하였다. 여기에서 보면 오스테나이트 변환의 종료 온도보다 높은 경우에는 초기의 오스테나이트로 되어 있던 결정체가 하중의 증가에 따라 점차 응력 야기 마르텐사이트로 변환되어 큰 변형률이 형성된다. 그러나 작용된 온도에서 불안정한 상태로 남아 있던 응력 야기 마르텐사이트는 하중이 점차 감소됨에 따라 초기의 오스테나이트로 다시 변환되며 이로 인해 시편에 변형률은 생기지 않는다. 또한 오스테나이트 변환의 종료온도보다 낮고 오스테나이트 변환의 시작 온도보다 높은 경우에는 하중의 증가에 따라 초기의 오스테나이트가 응력 야기 마르텐사이트로 변환되지만 하중을 감소시킴에 따라 점차 초기의 오스테나이트로 변환된다. 그러나 하중을 점차 감소시켜도 오스테나이트 변환의 종료온도보다 낮게 되면 하중이 무부하 상태로 되더라도 마르텐사이트의 일부가 존재하게 되어 시편에 잔류되는 변형률은 존재하게 된다.

그림 2에는 적용한 하중에 의해 형상기억합금에

형성된 마르텐사이트 체적율의 변화가 나타나 있다.

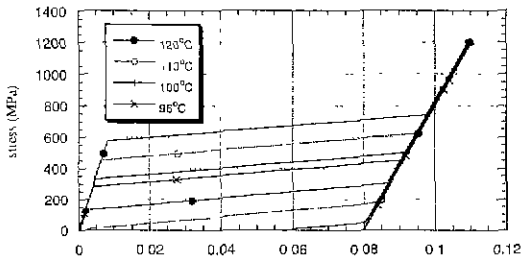


Fig. 1 Stress-strain relations under loading and unloading conditions at various temperatures

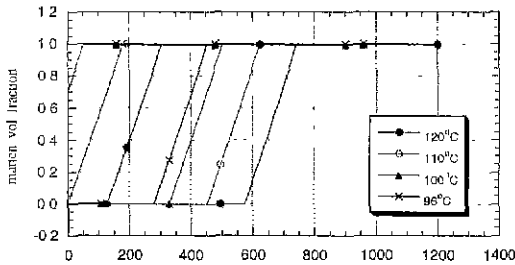


Fig. 2 Variation of martensite volume fraction with respect to applied load under uniform temperature

3.2 일정한 정적 하중하의 온도변화 영향

시편의 형상은 일정 온도하의 정적 하중 영향을 고찰하기 위한 경우와 동일하게 적용하였다. 시편에 일정한 초기하중을 작용시키면서 오스테나이트 변환의 종료온도보다 높은 온도에서 마르텐사이트 변환의 종료온도보다 낮은 온도까지 낮추어 준 다음 다시 오스테나이트 변환의 종료온도보다 높은 온도로 변화시키는 경우를 고려하였다 사용한 요소는 C3D8의 8절점으로 된 3차원 입방체 요소이다

그림 3에는 온도의 변화에 따라 시편에 형성된 변위 및 마르텐사이트 체적율이 나타나 있다. 이때 초기하중은 가하지 않은 경우로 단지 온도의 변화에 따른 영향만이 나타나 있다 여기서 보면 온도가 오스테나이트 변환의 종료온도보다 높은 경우 초기의 결정체는 오스테나이트로서 온도가 감소하여 마르텐사이트 변환의 시작온도에 도달할 때까지 오스테나이트를 유지하며 하중작용점에서의 변위는 거의 생기지 않는다 온도가 더욱 감소되면 오스테나이트는 마르텐사이트로 변환되기 시작하여 하중작용점에서의 변위는 급격히 증가한다 뒤이어 마르텐사이트 변환의 종료온도에 도달하면 결정체는 모두 마르텐사이트로 변환되고 하중작용점에서의 변위는 거의 일정해진다. 마찬가지로 온도가 점차 증가하여 오스

테나이트 변환의 시작온도에 도달할 때까지 결정체는 마르텐사이트를 그대로 유지하며 하중작용점에서의 변위는 거의 생기지 않지만 온도가 오스테나이트 변환의 시작온도보다 높아지면 오스테나이트로 변환되어 하중작용점에서의 변위는 급격히 줄어든다. 온도가 오스테나이트 변환의 종료온도에 도달하면 결정체는 모두 오스테나이트로 변환되어 온도가 더 높아지더라도 상변환에 의한 하중작용점에서의 변위는 거의 생기지 않는다.

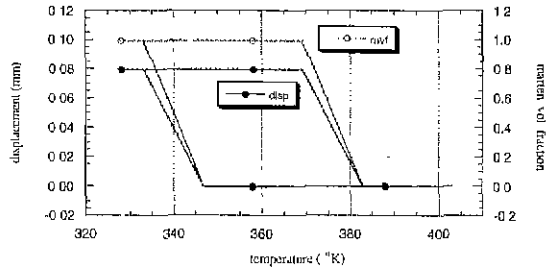


Fig. 3 Variation of displacement and martensite volume fraction without applied force

그림 4에는 시편에 하중이 각각 0N, 100N, 200N 작용된 경우 온도의 변화에 따른 시편에 형성된 마르텐사이트 체적율이 나타나 있다. 일반적으로 마르텐사이트 변환은 온도의 감소로 의한 온도 야기 마르텐사이트와 작용하중의 증가로 인한 응력 야기 마르텐사이트로 구성된다. 여기에서 보면 하중과 온도의 영향으로 시편에는 마르텐사이트가 유발되며 특히 작용하중이 커질수록 시편에는 마르텐사이트가 빠르게 생성된다. 반면에 온도가 증가하면 마르텐사이트는 초기의 오스테나이트로 변환되기 시작하는데 작용하중이 클수록 오스테나이트로의 변환은 지연된다.

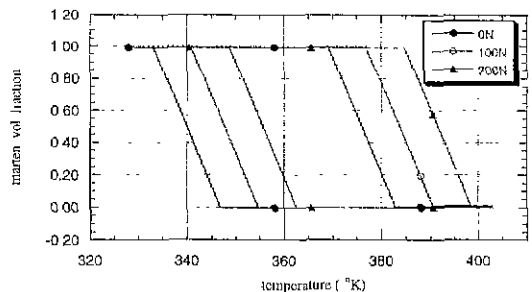


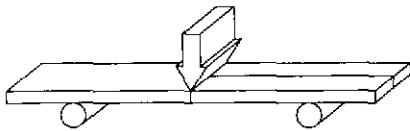
Fig. 4 Variation of martensite volume fraction with temperature sweep by varying applied loads

3.3 일정 온도하의 급힘 하중 영향

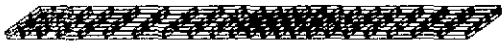
일정 온도하의 급힘 하중의 영향을 고찰하기 위

해 얇은 보 형태의 시편을 고려하였다. 이때 시편은 DMA에 적용한 시편의 형상과 동일하도록 하였다.

그림 5에는 시편의 형상, 작용하중, 그리고 유한요소 모델이 나타나 있다. 고려한 시편은 전체 길이가 18mm, 폭이 4mm, 두께가 0.127mm이며 하중지지점 사이의 스패ンは 10mm이다. 하중은 폭을 따라 균일하게 작용시켰으며 온도는 오스테나이트 변환의 종료 온도보다 높은 120°C를 적용시켰다 유한요소해석을 위해서는 기하학적 형상과 하중 조건의 대칭성을 고려하여 시편의 1/4을 C3D20R의 3차원 입방체 요소로 모델링하였다 이때 요소수와 절점수는 각각 132개와 931개이다.



(a) Configuration of bending specimen



(b) Finite element model

Fig. 5 Configuration of bending specimen and finite element model

그림 6에는 유한요소해석을 통해 얻은 하중작용점에서의 변위가 DMA 실험을 통해 얻은 결과와 비교되어 나타나 있다. 이때 하중은 실험에서의 최대 하중인 924mN을 작용시켰다 여기에서 보면 초기의 결정체는 오스테나이트로서 하중이 작용되면 응력-변형을 관계는 거의 선형적으로 나타난다. 이때의 기울기는 오스테나이트의 탄성계수와 동일한 값을 갖는다. 하중이 점차 더 증가하면 초기의 오스테나이트는 작용된 응력에 의해 응력 야기 마르텐사이트로 변환되기 시작하여 하중의 증가가 크지 않더라도 시편의 변형은 현저히 증가함을 알 수 있다.

4. 결론

형상기억합금의 거동을 예측하기 위해 상용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS와 unified thermomechanical model에 근간을 둔 UMAT user subroutine을 이용하였다. 유한요소해석을 위해서는 (a) 일정 온도하에서 정적 하중을 작용시켰다가 다시 해중시킨 경우, (b) 일정한 정적 하중을 작용시킨 다음 온도의 변화를 준 경우 (c) 일정한 온도에서 3점 굽힘 하중을 작용시킨 경우 등을 고려하였다. 본 연구결과에 따르면 유한요소해석을 통해 형상기억합금이

갖는 형상기억효과와 초탄성 등의 특성을 확인할 수 있었으며 하중과 온도 등의 작용으로 인한 형상기억합금의 열적/기계적 거동을 정량화할 수 있었다. 아울러 해석결과는 DMA를 통해 얻은 실험결과와도 비교적 잘 일치하였다.

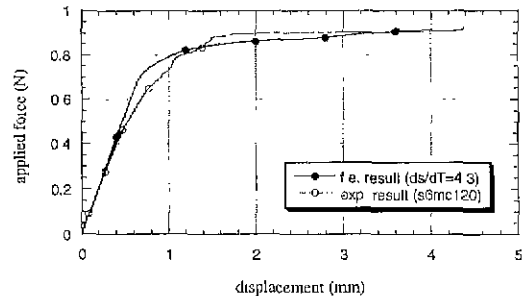


Fig. 6 Comparison of results for finite element analysis and DMA experiment

참고문헌

1. Tanaka, K, "A Thermomechanical Sketch of Shape Memory Alloy Effect: One Dimensional Tensile Behavior," Res. Mechanics, Vol 18, pp. 251-263, 1986
2. Liang, C. and Rogers, C.A., "The Multi-dimensional Constitutive Relations of Shape Memory Alloys," J of Engineering Mathematics, Vol. 26, pp. 429-443, 1992.
3. Boyd, J.G. and Lagoudas, D.C., "A Thermodynamic Constitutive Model for the Shape Memory Alloy Materials: Part I," Int. J. of Plasticity, Vol. 12, pp. 805-842, 1996.
4. Brinson, L.C and Lammering, R., "Finite-element Analysis of the Behavior of Shape Memory Alloys and Their Applications," Int. J of Solids and Structures, Vol 30, pp. 3261-3280, 1993.
5. Lagoudas, D.C., Boyd, J.G., and Qidwai, M.A., "A Unified Thermodynamic Constitutive Model for SMA and Finite Element Analysis of Active Metal Matrix Composite," Mechanics of Composite Materials and Structures, Vol. 3, pp. 153-179, 1996