

# 헬리콥터의 적응 퍼지제어

## Adaptive Fuzzy Control of Helicopter

김중화 장용줄 이원창 강근택  
부경대학교 대학원 전자공학과

Zonghua Jin · Yongjool Jang · Wonchang Lee · Geuntaek Kang  
Department of Electronic Engineering, Graduate School,  
Pukyong National University  
jinzh@hanmail.net

### Abstract

This paper presents adaptive fuzzy controller which is uncertainty or unknown variation in different parameters with nonlinear system of helicopter. The proposed adaptive fuzzy controller applied TSK(Takagi-Sugeno-Kang) fuzzy system which is not only low number of fuzzy rule, and a linear input-output equation with a constant term, but also can represent a large class of nonlinear system with good accuracy. The adaptive law was designed by using Lyapunov stability theory. The adaptive fuzzy controller is a model reference adaptive controller which can adjust the parameter  $\theta$  so that the plant output tracks the reference model output. First of all, system of helicopter was considered as stopping state, and design of controller was simulated from dynamics equation with stopping state. Results show that it is controlled more successfully with a model reference adaptive controller than with a non-adaptive fuzzy controller when there is a modelling error between system and model or a continuous added noise in such unstable system.

**Key Words** : Helicopter(헬리콥터), Adaptive fuzzy control(적응 퍼지제어)

### I. 서론

헬리콥터는 시스템이 복잡하고, 예측 불가능한 요소들을 많이 포함하고 있기 때문에 수학적으로 근사화하여 적절한 모델을 구하였다 할지라도 실제 시스템과는 어느 정도의 차이가 존재하기 때문에 이에 근거하여 만든 제어기로 헬리콥터를 제어하였을 경우, 좋은 제어 결과를 얻는다고 보장할 수 없다. 또한 헬리콥터는 고정익 비행기와 달리 수직, 선회, 정지비행과 같은 다양한 비행 모드를 갖고 있고, 시스템의 동력학에 비선형성이 포함되어 있고, 시간에 따라 시스템의 특성이 변할수 있기때문에 고정된 제어법칙만으로는 최적의 성능을 기대할 수 없다. 본 논문에서는 수학적 모델에 대한 의존성을 줄이고, 시스템의 동적 변화에 대처하기 위해 적응 퍼

지제어 기법을 사용하였다.

본 논문에서는 퍼지규칙수가 상대적으로 적고, 결론부가 선형 입출력 방정식인 TSK(Takagi-Sugeno-Kang) 퍼지규칙을 이용한 적응 퍼지제어기의 설계방법을 제안한다<sup>[1][2]</sup>. 본 논문에서 제안하는 방법은 Wang 이 제안한 규범모델 적응제어 기법을 응용한 것으로 Lyapunov 함수를 이용하여 안정성 문제를 해결하면서 동시에 최적의 적응법칙을 유도 할 수 있도록 설계하였다<sup>[3][4]</sup>.

헬리콥터의 동적 방정식은 주로 두 날개의 동력학에 의한 헬리콥터의 Pitch 제어, Travel rate 제어 두 부분으로 나누어진다. Pitch 제어는 선형이므로, 극배치법을 이용한 적분제어가 첨가된 상태궤환제어기를 설계하고, Travel rate제어는 sin함수가 들어간 비선형이므로 TSK 퍼지규칙들을 이용한 적응

퍼지제어기를 설계하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 규범모델 적응퍼지제어기(Model Reference Adaptive Fuzzy Controller)를 설계하는 방법에 대해 설명한다. III장에서는 헬리콥터 동역학 시스템을 소개하고, 제어기를 설계한다. IV장에서 실험 결과를 보인다. V장에서는 결론을 맺는다.

## II. 적응퍼지제어기의 설계

본 논문에서 제안하는 규범모델 적응퍼지제어는 먼저 제어대상 시스템에 대한 TSK 퍼지모델을 구하고, 그 모델로부터 TSK 퍼지제어 규칙의 초기 파라미터를 구하여 초기 TSK 퍼지제어기를 설계하고, 시스템의 출력이 규범모델의 출력에 추종하도록 퍼지제어 규칙의 파라미터를 직접 조정하는 방법이다.

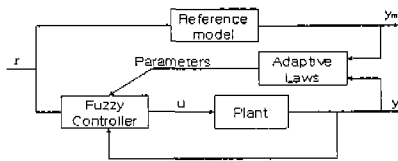


그림 1. 규범모델 적응퍼지제어기의 구성

### 2.1 TSK 퍼지 모델

제어대상 플랜트가 식(1)와 같은  $n$ 차 비선형 시스템이라고 한다.

$$x^{(n)} = f(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)})u$$

$$y = x \quad (1)$$

여기서,  $f$ 와  $g$ 는 비선형이고, 알려지지 않은 함수이다.  $u$ 는 플랜트 입력이고,  $y$ 는 플랜트 출력이다.

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$ 는 시스템의 상태벡터이며 측정 가능하다.

TSK 퍼지모델은 다음과 같은 TSK 퍼지 규칙들로 구성된다.

$$M^i : \text{If } z_1 \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_m \text{ is } F_m^i \quad (2)$$

$$\text{Then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_n^i x_n + b^i u$$

여기서  $z_i$ 는 전제부 변수,  $F_j^i$ 는 퍼지집합,  $x_i$ 는 결론부 변수,  $a_j^i$ 와  $b^i$ 는 결론부 파라미터다.  $y^i$ 는 규칙  $M^i$ 로부터의 출력,  $u$ 는 제어입력 변수이다.

위의 TSK 퍼지모델로부터 TSK 퍼지제어기를 설계하면 다음과 같다.

$$\text{If } z_1 \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n \text{ is } F_n^i \quad (3)$$

$$\text{Then } u^i = c_m y_m + c_0^i + c_1^i x_1 + \dots + c_n^i x_n$$

여기서  $c_m = \frac{1}{b^i}$ ,  $c_0^i = \frac{(-a_0^i)}{b^i}$ ,  $c_1^i = \frac{(-a_1^i)}{b^i}$ ,  $\dots$ ,  $c_n^i = \frac{(-a_n^i)}{b^i}$ 이며,  $y_m$ 은 원하는 플랜트 출력이

다.

식(3)과 같은 퍼지규칙들로 구성된 퍼지적응제어기로부터 추론되는 제어입력을  $u_f$ 라 두면,  $u_f$ 는 다음과 같다.

$$u_f = \frac{\sum_{i=1}^r w^i u^i}{\sum_{i=1}^r w^i} \quad (4)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^r w^i (c_m y_m + c_0^i + c_1^i x_1 + c_2^i x_2 + \dots + c_n^i x_n)}{\sum_{i=1}^r w^i}$$

$$= \frac{w^1 c_m y_m}{\sum_{i=1}^r w^i} + \frac{w^1 c_0^1}{\sum_{i=1}^r w^i} + \frac{w^1 c_1^1 x_1}{\sum_{i=1}^r w^i} + \dots + \frac{w^r c_n^r x_n}{\sum_{i=1}^r w^i}$$

여기서  $r$ 은 퍼지규칙의 개수이다.

시스템의 출력이 규범모델의 출력에 추종하고, 적응퍼지제어기가 시스템의 변화에도 적응하도록 제어기의 파라미터  $c_m, c_0, c_1, \dots, c_n$ 를 실시간에 조정한다.

실시간에 조정 가능한 적응 파라미터들을 분리하여 제어입력  $u_f$ 를 벡터형태로 표현하면 아래의 식(5)과 같이 된다.

$$u_f = u_f(x|\theta) = \theta^T \phi(x) \quad (5)$$

여기서  $\theta = (c_m, c_0, c_1, \dots, c_n)^T \in R^{(n+2)r}$ 이며 적응 파라미터이다. 그리고,

$$\phi(x) = \left( \frac{w^1 y_m}{\sum_{i=1}^r w^i}, \frac{w^1 c_0^1}{\sum_{i=1}^r w^i}, \frac{w^1 c_1^1 x_1}{\sum_{i=1}^r w^i}, \dots, \frac{w^r c_n^r x_n}{\sum_{i=1}^r w^i} \right)^T \in R^{(n+2)r}$$
 이다.

### 2.2 적응법칙의 설계

식(1)의 제어시스템에서  $f$ 와  $g$ 가 알려진 함수 일때, 이상적인 제어기  $u^*$ 를 다음과 같이 설계한다.

$$u^* = \frac{1}{g(x)} [-f(x) + y_m^{(n)} + k^T e] \quad (6)$$

여기서,  $e = y_m - y = y_m - x$ ,  $e = (e, \dot{e}, \ddot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T$ 이고,  $k = (k_n, \dots, k_1)^T$ 는 다항식  $s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1 = 0$ 의 모든 근들이 복소평면의 왼쪽면에 존재하도록 한다.

식(5)와, 식(6)을 식(1)에 대입하여 에러방정식을 유도하면,

$$\dot{e}^{(n)} = -k^T e + g(x)[u^* - u_f(x|\theta)] \quad (7)$$

벡터형태의 에러 방정식을 다시 쓰면,

$$\frac{de}{dt} = Ae + b[u^* - u_f(x|\theta)] \quad (8)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots & \dots & -k_1 & 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (9)$$

퍼지제어기가 가질 수 있는 최소 에러  $\alpha$ 와, 최적 파라미터는 다음과 같다.

$$\alpha = u_f(x|\theta^*) - u^* \quad (10)$$

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in R^{(n+2)r}} \left[ \sup_{x \in R^n} |u_f(x|\theta) - u^*| \right] \quad (11)$$

식(5)와 식(10)를 이용하여 식(8)의 에러 방정식을 다시 쓰면, 다음과 같다.

$$\frac{de}{dt} = Ae + b(\theta^* - \theta)^T \phi(x) - b\alpha \quad (12)$$

Lyapunov 함수를 식(13)와 같이 선택하면,  

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{A(x)}{2\gamma} (\theta^* - \theta)^T (\theta^* - \theta) \quad (13)$$

여기서  $\gamma$ 는 양의 상수이고,  $P$ 는 식(14)의 Lyapunov 방정식을 만족하는 positive definite 행렬이다.

$$A^T P + P A = -Q \quad (14)$$

여기서  $Q$ 는 임의의  $n \times n$  positive definite 행렬이고,  $A$ 는 식(9)에 주어져 있다.

식(11)와 식(13)을 이용하여  $V$ 의 시간미분  $\frac{dV}{dt}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b [(\theta^* - \theta)^T \phi(x) - a] - \frac{A(x)}{\gamma} (\theta^* - \theta)^T \frac{d\theta}{dt} \quad (15)$$

$P$ 의 마지막 열을  $p_n$ 이라 하고,  $b = (0, \dots, g(x))^T$ 을 이용하면  $e^T P b = e^T p_n g(x)$ 가 되며 식(15)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{A(x)}{\gamma} (\theta^* - \theta)^T [\gamma e^T p_n \phi(x) - \frac{d\theta}{dt}] - e^T p_n g(x) a \quad (16)$$

위의 식 (16)으로부터 Lyapunov 안정성 판별법을 이용한 적응퍼지제어기 적응법칙은 다음과 같다.

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma e^T p_n \phi(x) \quad (17)$$

### III. 헬리콥터 시스템과 제어기

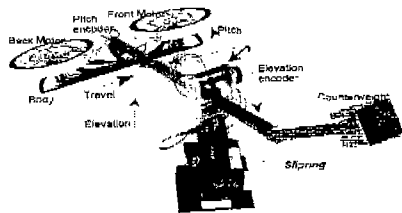


그림 2. 헬리콥터 시스템

헬리콥터는 두개의 축에 의해 지지되어 있는데 각각은 축을 따라 일정한 각도로 회전할 수 있다. 인코더는 각 축에 설치되어 있으며 실시간에 Pitch, Travel 운동 각도를 측정할 수 있다. 두 프로펠러의 토크의 차이로 헬리콥터의 Travel 운동을 추진한다.

#### 3.1 Pitch 축

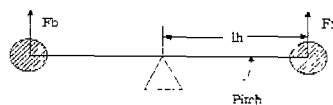


그림 3. Pitch 축 시스템

Pitch 축은 두 DC 모터에 작용하는 전압의 차이로 발생하는 토크의 차이로 운동을 추진한다.

$$J_p \dot{p} = F_p l_h - F_f l_h \quad (18)$$

$$J_p \dot{p} = K_p l_h (V_f - V_b) = K_p l_h V_d \quad (19)$$

$J_p$ 는 시스템의 Pitch 축에 대한 관성 모멘트이다.  $l_h$ 는 Pitch 축에서 두 모터까지 거리이다.

Pitch 동력학 시스템의 미분방정식 식(19)로부터 제어입력  $u(t) = V(t)$ 라 하고, 출력  $y = p$ 로 하여, 적분제어가 첨가된 극 배치법을 이용한 상태궤환제어기 설계하면, 극점을 -5로 하였을 때 제어기 이득 행렬  $K$ 는 다음과 같다.

$$K = (k_1 \quad k_2 \quad k_3) = (30.86 \quad 6.17 \quad -51.44)$$

#### 3.2 Travel 축

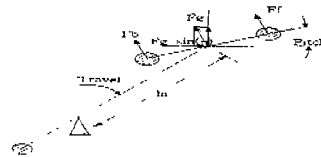


그림 4. Travel 축 시스템

두 프로펠러의 토크의 차이로 Pitch 축이 일정한 각도로 경사질 때 두 모터에 의해 생긴 힘  $F_g$ 의 수평방향 성분이 헬리콥터로 하여금 Travel 축을 일정한 가속도로 운동하게 한다. 시스템의 미분 방정식은 다음과 같다.

$$J_t \dot{r} = -F_g \sin(p) l_o \quad (20)$$

$$J_t \dot{r} = -K_t \sin(p) l_o \quad (21)$$

여기서,  $r$ 는 Travel rate이고,  $K_t$ 는 헬리콥터가 수평으로 진행하는데 쓰이는 힘으로써 근사하게  $F_g$ 와 같다.  $\sin(p)$ 는 Pitch 축의 경사각에 대한 삼각함수로서 경사각이 영이면 Travel 축에서 추진력이 없다. 또 경사각을 정의각 부의각으로 바꿈으로써 서로 다른 방향으로 운동할 수 있다. Travel rate 운동은 두 DC 모터 전압의 차와 관계된다.

Travel rate 제어는 언제나 Pitch 제어와 커플링된다.

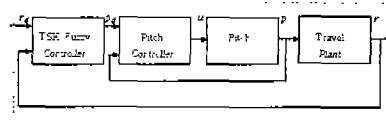


그림 5. Travel rate 퍼지제어 시스템

#### Travel축의 적응퍼지제어기 설계

시스템의 동력학 미분 방정식 식 (21)로부터 구한 Travel rate 동력학 퍼지 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} TM^1 \text{ if } p \text{ is } F_1 \text{ then } \dot{r}^1 &= 0.368 - 0.0857 p \\ TM^2 \text{ if } p \text{ is } F_2 \text{ then } \dot{r}^2 &= -0.255 p \\ TM^3 \text{ if } p \text{ is } F_3 \text{ then } \dot{r}^3 &= -0.368 - 0.0857 p \end{aligned} \quad (23)$$

전제부 퍼지 집합은 그림 6과 같다.

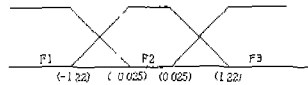


그림 6. 전제부 퍼지 집합

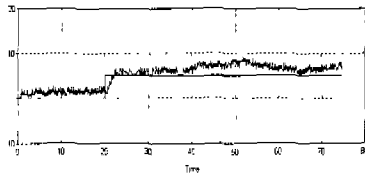
극점을 -0.5로 하였을 때 TSK 퍼지 모델로부터 설계되는 초기 TSK 퍼지 제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^1: \text{ if } p \text{ is } F_1 \text{ then } u^1(t) &= 5.834 \hat{x}(t) + 4.294 \\ C^2: \text{ if } p \text{ is } F_2 \text{ then } u^2(t) &= 1.961 \hat{x}(t) \\ C^3: \text{ if } p \text{ is } F_3 \text{ then } u^3(t) &= 5.834 \hat{x}(t) - 4.294 \end{aligned} \quad (24)$$

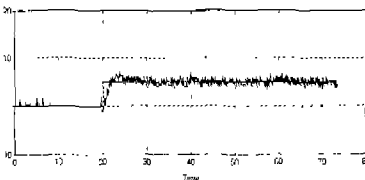
여기서,  $\hat{x}(t) = x(t) - r_m$  이다. 식 (24)의 파라미터들을 제어기 초기파라미터로 하고, 적응법칙을 적용하였다. 극점  $k=1$ 로 하고,  $Q=10$ 로 하여 p값을 구하면  $p=5$  과 같다.

제어기 전제부 퍼지집합은 퍼지모델 전제부 퍼지집합과 같다.

#### IV. 실험 결과



(a) 퍼지제어기



(b) 적응퍼지제어기

그림 7. 제어기 성능 비교

헬리콥터 시스템에 대한 제안되고 설계된 적응퍼지제어기와 퍼지제어기의 성능을 분석하기 위하여 실험에서 얻은 그림 7(a)과 (b)를 비교하였다. 그림 7(a)에서 볼 수 있는 바 적응이 없는 퍼지 제어기는 초기 step 입력을 추적함에 있어서 정상상태 오차가 있었고, 시작하여 40초경에 Pitch축과 Travel축의 교차점에 0.1kg의 물체를 달아 시스템 상태를 변화시켰을 때 큰 변화를 보였지만, 그

림 7(b)의 적응퍼지제어기는 전반영역에서 정상상태 오차가 없고, 시작하여 40초경에 Pitch축과 Travel축의 교차점에 0.1kg의 물체를 달아 시스템 상태를 변화시켰을 때 변화없이 step입력을 잘 따라갔다. 따라서 헬리콥터 Travel Rate 축 시스템의 적응퍼지제어기가 유효함을 보여주었다.

#### V. 결론

본 논문에서는 헬리콥터 시스템의 상태가 불명확하거나 시간에 따라 변화하는 경우에 사용될 수 있는 적응퍼지제어 시스템을 설계하였다.

본 논문에서 제안한 적응퍼지제어기는 규범모델의 출력을 시스템의 출력이 추종하도록 조정하는 규범모델 적응제어 기법을 응용한 규범모델 적응퍼지제어기이다.

헬리콥터 시스템에 대한 제안한 적응퍼지제어기와 적응이 없는 퍼지제어기를 시뮬레이션한 결과는 본 논문에서 제안한 규범모델 적응퍼지제어기가 적응이 없는 퍼지제어기에 비하여 시스템의 상태변화에 대해 성공적인 제어가 실행됨을 보였다.

#### VI. 참고문헌

- [1] G. Kang and W. Lee, "Design of Fuzzy Parameter Adaptive Fuzzy Controllers", in *Proc. International Fuzzy Systems Association World Congress*, pp.609-612, 1995.
- [2] M. Sugeno and G. Kang, "Structure Identification of Fuzzy Model", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 28, pp.15-33, 1988.
- [3] L. X. Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control : Design and Stability Analysis", *Prentice-Hall*, 1994.
- [4] Y. J. Jang, K. S. Oh, W. C. Lee, G. T. Kang, "Adaptive Fuzzy Controller Using TSK Fuzzy System", 6th International Conference on Soft Computing, IIZUKA2000, pp.819-824, 2000.