연속시간 유한정정제어기를 이용한 서보시스템 제어

김진용,김성은,김성열,이정국,이금원,이준모
관동대학교 정보기술공학부(E_mail : kwlee@mail.kwandong.ac.kr)

Servo System Control Using Continuous Time Deadbeat Controller

Jin Yong Kim, Seung Eun Kim, Seung Youal Kim, Jung Kook Lee, Keum Won Lee and Jun Mo Lee
Devision of Information Technologies Eng., Kwandong University

Abstract

Deadbeat property is well established in digital control system design, But in continuous time, it can hardly realized for it's asymtotic property. But recently japanese researchers suggested serveral method for continuous time deadbeat property. They use delay elements in polynomials and established for the deadbeat condition. By solving this condition, unknown coefficents in polynomials with delaly elements is obtained.

In this paper, design method for optimal continuous time deadbeat servo system using 2nd order smooting elementsis studied. Continuous time deadbeat controller is consisted of serial integral compensator and local feedback one in state feedback loop. Determining method for damping ratios and natural frequencies of smothing elements is described. By computer simulations, control inputs and system outputs are shown to have desirable property such as smoothness.

I. 서론

유한정정특성을 연속시간계에서 실행하는 연속유한정정제어는 제어기에 지연요소를 도입하여 폐루프로 구성하면 실현될 수 있다고 주로 일본의 연구자들인 Kurosawa[1]나 Nobuyama[2] 등이 설계법을 제안하였다. 이들이 제안한 방법들은 주로 복수개의 지연요소가 들어간 아날로그 동적요소를 이용한 제어기를 구성하였는데, 적용되는 제어대상도 한정되어 있다. 또한 차수 즉 자유도를 증가하는 정도의 방법으로 응답파형을 개선하는 방법이 제안되어 있고, 그나마 이에 따른 지연요소의 도입으로 제어장치가 복잡하게 되고, 지연시간의 시점에 따른 조작량등의 불연속이 발생하는 것 등으로 실용화에 많은 문제점이 발생하고 있다. 여기서 특히 문제가 되는 것은 지연요소의 사용인데 지연요소를 포함한 계산을 디지털제어 장치를 사용하여 샘플치계와 융합을 꾀하면 저렴한 비용으로 연속계 유한정정제어계를 얻을 수 있다[3]-[7].

본 논문에는 상태귀환 루프에 디지털 형태로 보상기를 구성한 디지털 최적유한정정 서보계의 설계법을 연구한다. 특히, 디지털 형태의 조작량에 ZOH를 인가하고 이의 출력이 평활요소로 사용된 2차 지연요소에 입력된다. 평활요소로 사용할 수 있는 1차지연요소나 표준형의 2차 지연요소는 잘 알려져 있는 기본요소이고, 양자가 샘플주기 θ의 시간에서 전부 같은 과도응답치를 표시하여 감쇄정수 ζ와 고유주파수 w_n을 결정한다면, 상당히 매끄러운 연속조작량이 얻어진다.

H/W구현에 앞서 본 논문에서는 MATLAB언어를 사용하여 시뮬레이션을 한다. 특히 자유도를 부여하여 조작량의 샘플치를 많이 보관하여 이용할수록 더 매끄럽고 크기가 크지 않는 조작량을 얻을 수 있다. 이러한 방법은 설계가 용이하고, 지연시간을 사용하는 방법에 비하여 제어장치가 간단하고 조작량의 제한과 과도응답 파형이 개선될 수 있는 이점이 있어서 실용적인 이점이 있다.

II. 문제의 설정

그림 1은 관심이 있는 제어시스템의 블록도이다. 여기서 $r(t)$는 입력이고, 귀환 및 forward 루프에 $D_F(z)$ 및 $D_f(z)$를 각각 귀환 및 forward path에 배치를 한다. 평활요소 $G_f(s)$와 n차의 제어대상 $G'(s)$로 되어 있는 블록을 확대계 $G(s)=G_f(s)G'(s)$로 정의한다. f는 귀환요소에 대한 이득에 해당된다. 여기서 편의상 $G(s)$의 스텝응답을 $h(t)$, 임펄스응답을 $g(t)$, 샘플주기를 θ로 한다.

여기서 디지털 제어입력 $\overline{u_i}$는 최적의 의미를 갖고 있는데, Q, R을 정정대칭인 $(N+1)\times(N+1)$ 하중행

렬로 한 경우, 편차와 조작량에 관한 최소화할 2차 평가함수는

$$P=\frac{1}{2}(e^TQe+u_k^TRu_k) \tag{1}$$

로 둘 수 있고, 이식을 최소화하는 조작량에 해당된다. 실제로는 최적 u_k를 구하기 위해서는 Lagrange 미정계수법등을 이용하여 해를 구한다.

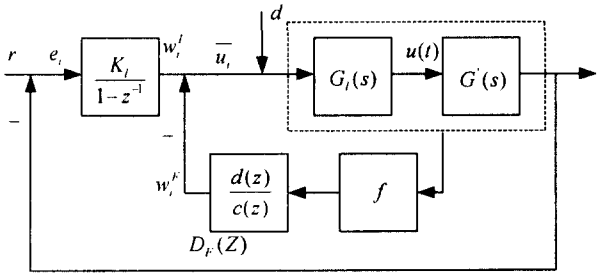

그림 2 제어(서보)시스템의 구성도

이에따라 구한 $\overline{u_i}$에 대해 $y=G\overline{u_i}$를 이용하여 해를 구한다. 폐루프의 규범응답으로 하고, 이 최적 $\overline{u_i}$값이 나오도록 귀환 및 forward path 상에 각각 있는 **귀환** 보상기 $D_F(z)$와 적분기 보상기 $D_I(z)$를 구한다.

평활요소의 파라미터

참고문헌 [1]에서 Kurosawa는 연속인 제어량을 얻기 위해 사용되는 관련다항식의 차수를 증가시켜서 자유도를 주었다. 본 연구에서는 가능한한 매끄러운 연속조작량을 얻기 위해, 제어분야에서 잘 알려져 있는 표준형의 2차 지연요소를 평활요소

$$G_I(s)=\frac{w_n^2}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2} \tag{2}$$

를 사용한다.

그림 2는 w_n에 대해 정규화된 즉 1인 경우에 대한 감쇄정수에 대한 $1/(s^2+2\zeta s+1)$의 단위스텝응답을 나타낸 그림이다. 출력이 $c(t)$=0.63에 도달하는 모양은 감쇄정수 ζ에 의존하는데, 너무 진동적인 평활요소를 사용하는 것은 안정성의 면에서 좋지 않아서 대략 ζ=0.8~1.2정도에서 사용한다.

2차 지연요소가 시각 θ에서 같은 값을 나타내는 w_n을 정하는 방법은, 예를 들면 $c(t)$=0.63의 특성으로부터 특정 ζ에 대한 이 특성곡선에서의 값이 t가 되므로, $w_n=t/\theta$로부터 w_n을 결정한다. 즉, ζ=1.0에 대해서는 t=2.14이기때문에, $w_n=2.14/\theta$로 정한다.

III. 연속유한정정 서보계의 설계

최적유한정정조작량의 도출

제어대상의 차수를 n, 평활요소를 2차로 하고, 추가

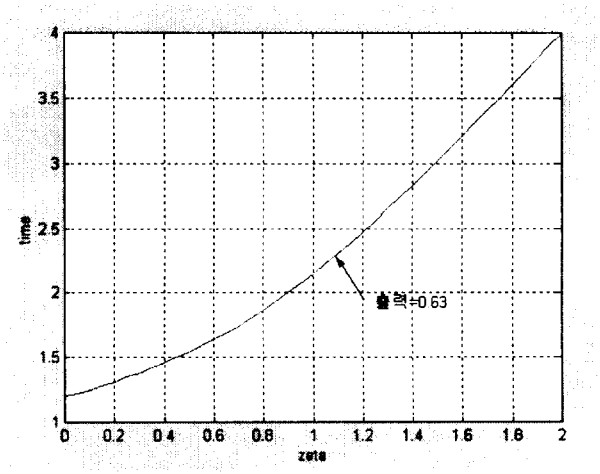

그림 2 정규화된 2차 지연평활요소의 스텝응답

자유도를 k로 하여, $N=n+2+k(k\geq 0)$, $u_i(i=0\sim N-1)$의 조작량으로 출력응답 $y_i(i\geq 1)$이, N단 이후 스텝상 목표치에 유한정정된다고 하는 것은 $y_i=1.0(i\geq N)$, $u_{N+a}=u_N(a\geq 1)$가 된다는 의미이다. 따라서 이 조건을 사용하여 $y_i(i=N\sim N+n+2)$에 관해 식을 세우면

$$\begin{aligned} i &= J_k u_k = J_k[\,u_0\ u_1\ \ldots\ u_N]^T \\ &= [1\ 1\ \ldots\ 1]^T \end{aligned} \tag{3}$$

단,

$$J_k=\begin{bmatrix} g_N & g_{N-1} & \cdots & g_{n+3} & g_{n+2} & \cdots & g_1 & 0 \\ g_{N+1} & g_N & \cdots & g_{n+4} & g_{n+3} & \cdots & g_2 & h_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N+n+2} & g_{N+n+1} & \cdots & g_{2n+5} & g_{2n+4} & \cdots & g_{n+3} & h_{n+2} \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서 g_i는 임펄스열이고, 그림 3에서 얻는다. 한편, 최단시간유한정정제어($k=0$)의 경우(J_0의 경우)의 경우라면 (3)과 $(n+3)\times(n+3)$행렬 (4)로부터

$$u_0 = J_0^{-1} i = [\, u_0 \;\; u_1 \;\; \ldots \;\; u_{n+2}]^T \qquad (5)$$

여기서 $k \geq 1$의 경우는 (4)로부터 $rank\, J_k \neq n+3$ 이여서 u_k는 유일하게 결정되지 않기 때문에, (3)식으로부터 $i - J_k u_k = 0$의 구속조건을 사용하여 Lagrange미정계수법을 이용하여 해를 구한다. 물론 (1)식의 평가함수를 최소화하도록 구해야 하고, 구한 값은

$$\begin{aligned} u_k &= M^{-1}[G^T Q i_r - J_k^T [J_k M^{-1} J_k^T]^{-1} [J_k M^{-1} G^T Q i_r - i]] \\ &= [\overline{u_0} \;\; \overline{u_1} \;\; \ldots \;\; \overline{u_N}]^T \end{aligned} \qquad (6)$$

단,

$$M = [R + G^T Q G], \;\; i_r = [1 \;\; \ldots \;\; 1]^T$$

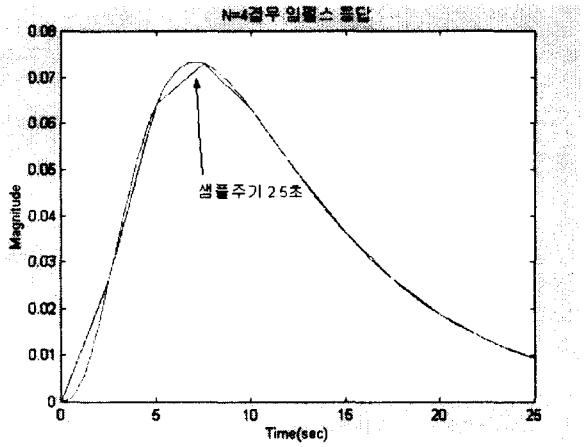

그림 3 임펄스 응답(N=4, n=2)

연속유한정정 서보계의 설계

제어기를 실현하기 위해서는 위해서는 참고문헌 등에 나와 있는 것처럼 잘 확립이 되어 있는 디지털요소를 융합해서 사용하는 것은 바람직하다. 그림 1의 블록도에서 스텝상 목표치로 r을 선택하고, 전체적으로는 1형의 디지털 최적유한정정서보계를 설계한다.

보상기 $D_F(z)$와 귀환이득 $f_i (i = 1 \sim (n+2))$는

$$\begin{aligned} D_F(z) &= \frac{d(z)}{c(z)} \\ d(z) &= d_0 + d_1 z^{-1} + \ldots + d_{N-1} z^{-(N-1)} \\ c(z) &= 1 + c_1 z^{-1} + \ldots + c_{N-1} z^{-(N-1)} \\ f(z) &= f_1 z^{-1} + \ldots + d_{n+2} z^{-(n+2)} \end{aligned} \qquad (7)$$

와 같이 둘 수 있으며, 그림 1에서 $i=0$이면, $w_0^F = 0$ $\Rightarrow$ $w_0^I = \overline{u_0}$가 되므로, 적분기 $D_I(z)$의 이득 $K_I \equiv \overline{u_0}$와 같이 둘 수 있다. 따라서, 스텝입력에 대한 폐루프계의 응답은

$$\overline{y}(z) = \overline{u_0}(z)\, c(z)/(1 - z^{-1}) \qquad (8)$$

이며, 여기서 분모에 나타나는 항 중에서

$$R(z) = (1 - z^{-1})\{1 + \overline{a}(z) + d(z) f(z)\} + \overline{u_0}\, \overline{b}(z) = 1 \qquad (9)$$

라고 두면 이 조건이 유한정정조건이 된다. 예를 들면, $n=2, N=5$ 경우 다항식들은

$$\begin{aligned} \overline{a}(z) &= \overline{a_1} z^{-1} + \overline{a_2} z^{-2} + .. + \overline{a_5} z^{-5} \\ \overline{b}(z) &= \overline{b_1} z^{-1} + \overline{b_2} z^{-2} + .. + \overline{b_5} z^{-5} \\ \overline{f}(z) &= f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + .. + f_4 z^{-4} \\ \overline{d}(z) &= d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + .. + d_4 z^{-4} \end{aligned} \qquad (10)$$

가 되고, 이를 (9)식에 대입하면

$$\begin{aligned} &(\overline{a}_1 - 1) + d_0 f_1 + \overline{u}_0\, \overline{b}_1 = 0 \\ &(\overline{a}_2 - \overline{a}_1) + (d_0 f_2 + d_1 f_1 - d_0 f_1) + \overline{u}_0\, \overline{b}_2 = 0 \\ &(\overline{a}_3 - \overline{a}_2) + (d_0 f_3 + d_1 f_2 + d_2 f_1 - d_0 f_2 - d_1 f_2 - d_2 f_1) + \overline{u}_0\, \overline{b}_4 = 0 \\ &(\overline{a}_4 - \overline{a}_3) + (d_0 f_4 + d_1 f_3 + d_2 f_2 + d_3 f_1 - d_0 f_3 - d_1 f_2 - d_2 f_1) + \overline{u}_0\, \overline{b}_4 = 0 \\ &(\overline{a}_5 - \overline{a}_4) + (d_1 f_4 + d_2 f_3 + d_3 f_2 + d_4 f_1 - d_0 f_4 - d_1 f_3 - d_2 f_2 - d_3 f_1) + \overline{u}_0\, \overline{b}_5 = 0 \\ &\quad - \overline{a}_5 + (d_2 f_4 + d_3 f_3 + d_4 f_2 - d_1 f_4 - d_2 f_3 - d_3 f_2 - d_4 f_1) = 0 \\ &\quad d_3 f_4 + d_4 f_3 - d_2 f_4 - d_3 f_3 - d_4 f_2 = 0 \\ &\quad d_4 f_4 - d_3 f_4 - d_4 f_3 = 0 \\ &\quad - d_4 f_4 = 0 \end{aligned} \qquad (11)$$

가 된다. (11)식에서 $d_i \neq 0$이기 때문에 f_1이외의 요소는 전부=0이 된다. 귀환보상기를

$$D_F(z) = \frac{(w_1^F z^{-1} + \ldots + w_{N-1} z^{(-N-1)} + w_N^F z^{-N})/(1 - z^{-1})}{(v_1 z^{-1} + \ldots + v_{N-1} z^{-(N-1)} + v_N z^{-N})/(1 - z^{-1})} \qquad (12)$$

와 같이 표시하고, 이 식을

$$z^{-1} \frac{1}{v_1} \{ w_1^F + (w_2^F - w_1^F) z^{-1} + \ldots + (w_N^F - w_{N-1}^F) z^{-(N-1)} \} \qquad (13)$$

와 같이 변형한 후 z^{-1}의 멱승의 항들의 계수를 비교하면 (7)식의 보상기들을 구할수 있다.

IV. 시뮬레이션 및 고찰

선택한 제어대상 전달함수는

$$G'(s)=\frac{1+0.125s}{(1+3s)(1+7s)} \tag{14}$$

이고, 입력단에 전치한 2차 지연평활요소 $G_f(s)$의 감쇄정수 $\zeta=0.8$로, 샘플주기는 $\theta=2.5\sec$로 선택한다. 2차 지연평활요소를 이용한 경우 확대계는

$$G(s)=\frac{w_n^2(1+0.125s)}{(s^2+2\zeta w_n s+w_n^2)(1+3s)(1+7s)} \tag{15}$$

가 된다. 그림2로부터 고유주파수는

$$w_n=t/\theta=0.744 \tag{16}$$

가 된다. 이 경우 확대계 $G(s)$의 임펄스응답열은

$$g_1=0.0257,\ g_2=0.0642,\ g_3=0.0730,\ g_4=0.630,$$
$$g_5=0.488,\ g_6=0.362,\ \ldots \tag{17}$$

가 된다. (1)식의 하중행렬 Q,R을 단위행렬로 하고, $N=5(k=1)$로 하면 최적유한정정조작량은 (6)식에 따라

$$u_k=[\ \bar{u}_0\ \ \bar{u}_1\ \ \bar{u}_2\ \ \bar{u}_3\ \ \bar{u}_4\ \ \bar{u}_5]^T$$
$$=[3.453\ \ 2.304\ \ -0.294\ \ 1.301\ \ 0.946\ \ 1.000]^T \tag{18}$$

이다. 이 경우의 입출력은 그림 4와 같다. 이 때 $\bar{G}(z)$은

$$\bar{G}(z)=\frac{0.021z^{-1}+0.110z^{-2}+0.122z^{-3}+0.034z^{-4}+0.001z^{-5}}{1-1.332z^{-1}-0.752z^{-2}+0.461z^{-3}-0.102z^{-4}+0.015z^{-5}}$$
$$=\frac{b(z)}{1+a(z)} \tag{19}$$

가 된다. (18)식의 u_k에 따라 구한 보상기 $D_F(z)$는

$$D_F(z)=\frac{4.346+4.482z^{-1}-1.168z^{-2}+0.368z^{-3}-0.053z^{-4}}{1+z^{-1}}$$
$$=\frac{d(z)}{\lambda(z)} \tag{20}$$

IV. 결론

제어대상의 입력단에 전치한 평활요소를 2차 지연요소로 하는 연속계 최적유한정정서보계의 설계법에 관한 연구를 하였다. 제어기로는 상태귀환루프 및 전향경로상에 보상기를 도입했다. 이때 2차 지연평활요소의 감쇄정수 ζ와 고유주파수 w_n의 결정법, 보상기의 파라메터가 확대계를 최적유한정정되게 조작량 u_k를 간단하게 얻는 방법을 제시하였다. 디지털 유한정정제어에 비해 지연평활요소의 결과가 급격한 곡선의 변화가 없는 양호한 연속조작량을 얻는 것을 보였다.

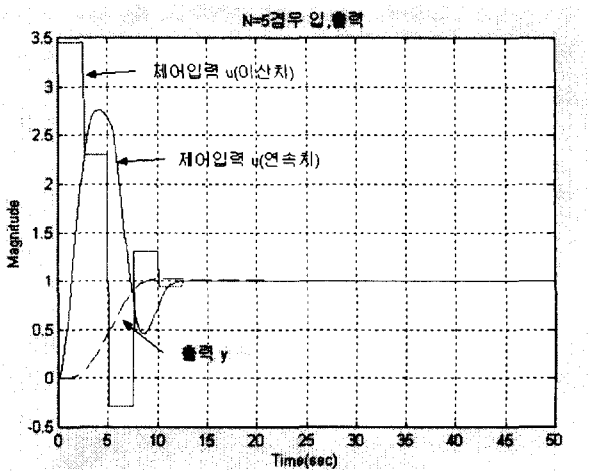

그림 4 제어입력 및 출력(N=5, n=2)

따라서 종래의 디지털 제어장치의 설계법을 이용도하고 지연요소를 사용하여 생기는 회로의 복잡성도 피할 수 있는 장점이 있음을 알았다. 본 연구에서는 시뮬레이션 결과만을 제시하였으나, 현재는 DC서보 모터를 사용한 실험을 진행중에 있다.

참고 문헌

[1] 黒澤,"ユンティニュアスデッドビートロール", 電氣學會論文誌 ,D,111-4,289/295,1991

[2] 連山・新・北森,"連續時間における有限整定サーボ系の設計,計測自動制御學會論文集",Vol.28-10,1208,1992

[3] 村田・原田,"ユンティニュアス 最適有限整定制御系の一設計法",C,117-8,1107/1112,1997

[4] 曾根・村田,"最適有限整定サーボ系・レギュレークの一設計法,"電氣學會論文誌",C,117-2,117/127,1997

[5] 村田・相良・和田,"直列・フィードベック補償による有限整定応答制御裝置の設計",20-10,873/879,1984

[6] 村田・相良,"狀態フィードベックによる最適有限整定制御系の設計,電氣學會論文誌",C,109-6,432/438,1996

[7] 大林・若宮・村田,"2次 れ平滑要素を用いたコンティニュアス最適有限整定制御系の設計,"118-5765/772, 1998