

# 지표면 홍수류 해석을 위한 유한요소모형의 개발

## Development of Finite Element Model for Overland Flow Analysis

한건연<sup>1</sup> · 이재영<sup>2</sup> · 최성렬<sup>3</sup> · 정동원<sup>4</sup>

### 1. 서론

지난 수 십년 동안 지표와 수로흐름의 모의는 실험적이고 수치적인 해석을 이용하여 다양한 연구가 수행된 바 있다. 최근에 발표된 수학적 모형의 대부분은 1차원으로 한정되고 운동과 방정식을 이용하여 유도되고 있다. 이러한 모형의 수치적 해법으로 유한차분기법과 특성선법이 이용되었는데 이는 수치적 불안정성과 수렴성의 문제를 야기하였고, 불규칙한 지표면의 경우 급경사면이나 불연속 구간을 무시하기 때문에 모의결과의 정확성이 떨어지는 단점을 보였다. 따라서 복잡한 자연지형에 대한 효율적인 이산화 및 경계면 묘사와 경계조건을 도입하는데 있어서 유한요소기법에 의한 2차원 모형 개발의 요구가 증대되고 있다. 또한 지표면 흐름의 경우, 확정론적 강우 유출 모형에 대한 필요성이 파의 선단부에 대한 복잡한 경계조건으로 인해 천수방정식의 내용에 제시되지 않았다. 결국, 홍수터에서의 흐름모의는 하천 수치모형에서 어려운 문제들 중의 하나로 남아있고 아직까지 어떠한 일반적인 기법도 초기 마른하도상에서 흐름을 정확하게 모의하지는 못하고 있어 자연하도 구간에 전파되는 지표면 홍수류의 전달양상을 정확히 모의할 수 있는 일반적인 해석모형이 필요한 실정이다.

### 2. 기본방정식

2차원 천수방정식의 주된 가정은 연직으로의 압력분포를 정수압으로 가정하여 고려하는 것이다. 그 결과 자유 수표면 곡률은 무시 가능하고 수평으로의 유속 성분은 수심에 따라 일정하게 된다. 이것은 유체가 연직 평면의 모든 점에서 유속이 동일하다는 것을 의미한다. 이러한 조건 하에서 연속방정식과 운동방정식을 매트릭스 형태로 표현하면 식 (1)과 같이 기술될 수 있다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + D = 0 \quad (1)$$

---

1 경북대학교 토목공학과 교수

2,3,4 다산컨설팅트 수자원부 과장, 상무, 전문

여기서

$$U = \begin{pmatrix} h \\ p \\ q \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} p \\ \frac{p^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{pq}{h} \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} q \\ \frac{pq}{h} \\ \frac{q^2}{h} + gh^2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -i \\ gh \frac{\partial z_0}{\partial x} + gn^2 \frac{p(p^2 + q^2)^{1/2}}{h^{1/3}} + \frac{p}{h}(i) \\ gh \frac{\partial z_0}{\partial y} + gn^2 \frac{q(p^2 + q^2)^{1/2}}{h^{1/3}} + \frac{q}{h}(i) \end{pmatrix}$$

본 연구에서 적용된 유한요소모형에 있어서 가중함수의 선택은 전형적인 Galerkin 기법과는 상이한 형태를 나타내는데 형상함수와 동일한 가중함수를 선택하지 않고 식 (2)와 같은 불연속적 시험함수를 사용한다.

$$N'_\alpha = N_\alpha + \varepsilon_x A^T \frac{\partial N_\alpha}{\partial x} + \varepsilon_y B^T \frac{\partial N_\alpha}{\partial y} \quad (2)$$

여기서  $\varepsilon_x$ 와  $\varepsilon_y$ 는 감쇠매개변수이며, 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \frac{\Delta L}{[\sqrt{(p/h)^2 + (q/h)^2} + c]\sqrt{15}} \quad (3)$$

이제 식 (3)의 가중함수에 의하여 식 (1)을 유한요소방정식으로 표시하면 식 (4)와 같다.

$$\sum_{i=1}^{NE} \int_{\Omega} (N'_i)^T \left\{ \frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial N}{\partial x} + B \frac{\partial N}{\partial y} + D \right\} d\Omega = 0 \quad (4)$$

여기서  $NE$ =전체요소의 수,  $\Omega$ =요소의 면적이다.

### 3. 모형의 검증

본 장에서는 제시된 2차원 지표류에 대한 동역학적 모형의 적용성을 검토하기 위해 균일한 직사각형 가상유역에 대한 해석을 실시하였다. 적용유역은 일방향( $x$  방향) 경사유역과 양방향( $x$ 와  $y$  방향) 경사유역에 대해 동역학과 모형의 지배방정식을 이용한 유한요소해석결과를 토대로 이전 연구결과에 대한 실험치와의 비교가 이루어졌다.

#### 3.1 일방향 경사유역에 대한 강우-유출 해석

일방향 경사의 지표면 흐름에 대한 경우는 2차원 모형을 유효화하기 위해 Kawahara와

Yokoyama(1980)에 의해 제시된 가상유역이 채택되었다. 비록 그 문제가 순수한 1차원이라 할 지라도 2차원 유한요소모형은 모형의 1차원 기능을 입증하기 위해 이용되었다. 길이 4.88 m와 폭 2.44 m의 유역에 적용되었고  $x$  방향으로의 경사는 0.0465이고  $y$  방향으로의 경사는 0이다. 이들에 의해 사용된 실험자료와 입력값을 일치시키기 위해 4분의 지속시간을 가진 1.07 in/hr(27 mm/hr)의 균일한 강우강도와 0.01의 조도계수를 사용하였다. 전체 유역의 절점수는 45개이고 32개의 사각형 요소로 구성되었으며, 19개의 외부 경계절점을 가지고 있다.

계산수행을 위해 초기조건으로  $10^{-6}$  m의 작은 수심을 가정하였고, 유역의 경계에 위치한 절점들에 대해서는  $x$  방향 유속  $u$ 와  $y$  방향 유속  $v$ 는 0이고 수심이 초기조건과 동일한 매우 작은 값을 취한 경계조건이 부여되었으며, 계산시간간격은 0.036초를 이용하여 10분 동안 모의수행되었다. 이 경우의 실험치는 Schreiber와 Bender(1972)에 의해 처음으로 측정되었고 후에 Kawahara와 Yokoyama(1980)에 의해 제시되었다.

동역학적 유한요소모형으로부터 계산된 유출수문곡선과 관측된 유출수문곡선은 그림 1에서 비교되었다. 그림에서 보는 바와 같이 모형의 수치해인 유출수문곡선의 값과 이전 연구결과로부터 얻어진 실험적인 반응값이 거의 유사하게 나타나고 있음을 알 수 있었다.

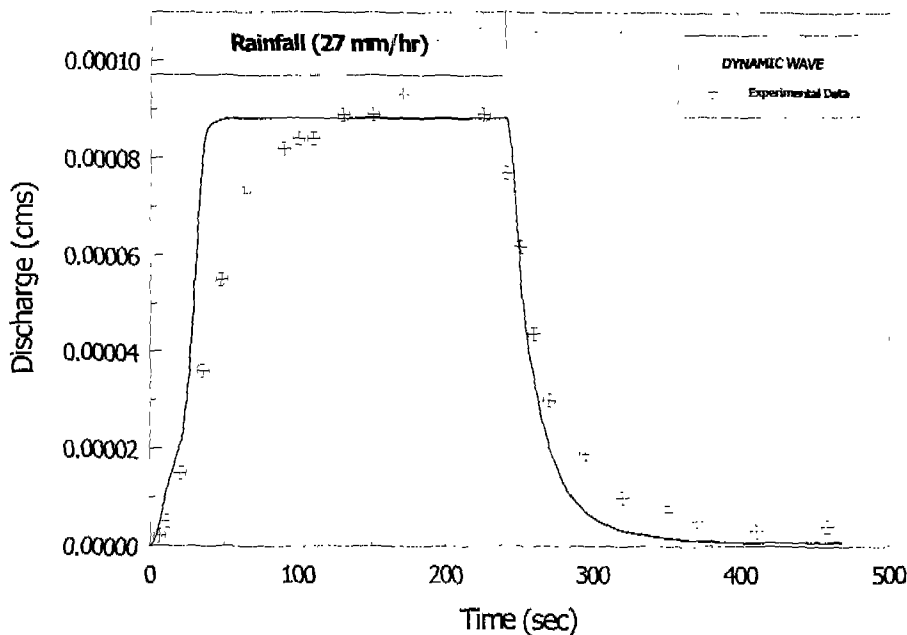


그림 1. 동역학과 모형에 의한 유출수문곡선 (일방향 경사유역)

#### 4.2 양방향 경사유역에 대한 강우-유출 해석

이 경우에 적용된 가상유역은 Young(1971)에 의해 제시된 2차원 지표류 유역이 채택되었다.  $500 \times 500 \text{ m}$ 의 폭과 길이를 가진 정방형유역이고, 전체계산 절점수는 36개이고 요소수는 24개의 균일한 사각형요소로 이산화되었다.  $x, y$  방향에서 각각 0.021의 경사와 Manning 조도계수 0.01을 표면조도로 사용하였고 침투량을 무시한 불투수성 표면으로 가정되었다. 유역에 내린 강우는 30분의 지속시간을 가진  $40 \text{ mm/hr}$ 의 균일한 강우강도를 채택하였고, 불투수성 표면에서 시간  $t=0$ 에서 초기화되었다.

계산수행을 위해  $10^{-4} \text{ m}$ 의 작은 수심이 초기조건으로 사용되었고, 경계면에 위치한 절점에서  $u$ 와  $v$ 는 0이고 수심은 초기조건과 동일한 값을 경계조건으로 부여하였으며 계산시간간격은 0.1초를 이용하여 50분 동안 모의수행되었다.

동역학적 유한요소모형으로 계산된 유출수문곡선과 Young의 모형으로부터 계산된 유출수문곡선과의 비교가 그림 2에 제시되었다. 그림에서 보는 바와 같이 동역학적 수치모형에 의한 결과와 Young의 모형에 의한 결과가 거의 동일하게 일치한다는 것을 알 수 있었다. 그림 3은 강우가 중단된 직후에 발생한 침투유출의 수심 분포를 나타내었고 그림 4는 3차원 수면형상을 도시한 것이다.

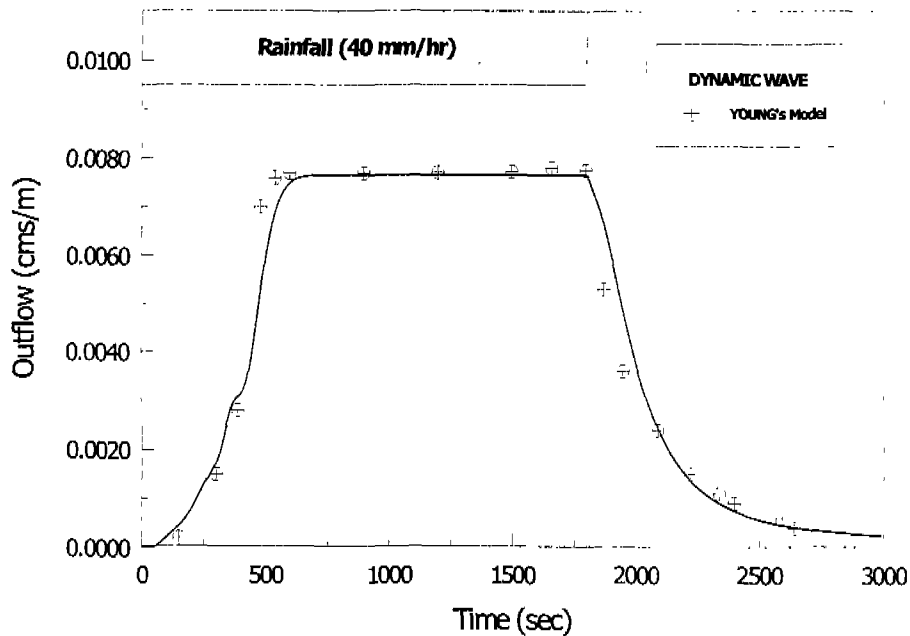


그림 2. 동역학과 모형으로부터의 유출수문곡선 (양방향 경사유역)

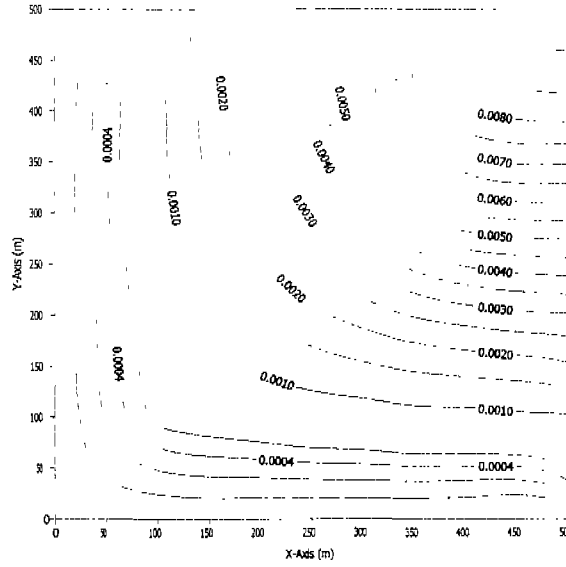


그림 3. 동역학과 모형으로부터의 수심분포 (양방향 경사유역)

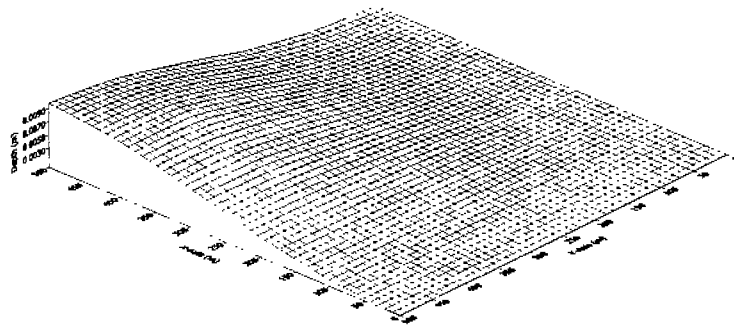


그림 4. 동역학과 모형으로부터의 3차원 수면형상 (양방향 경사유역)

#### 4. 결론

본 연구에서는 종속변수로서 수심과 단위폭당 유량, 또는 연직 평균유속성분을 가지는 2차원 천수방정식을 유한요소법으로 해석한 동역학적 모형을 확장하여 이를 강우에 의한 지표홍수류의 공간 및 시간적 변동양상을 예측하고자 하였다. 본 연구에서는 지표홍수류 해석을 위해 2차원 Petrov-Galerkin 유한요소모형을 이용하여 2차원 동역학과에 의한 유한요소모형을 개발하였고 균일유역에 대한 모형의 검증을 실시하였다.

일방향 경사의 지표면 흐름에 대한 경우는 2차원 모형을 유효화하기 위해 Kawahara와 Yokoyama에 의해 제시된 유역이 채택되었고, 양방향 경사유역에 대한 강우-유출 해석을 위해 고려된 유역은 Young에 의해 제시된 2차원 지표류 유역이 채택되었다. 지표홍수류에 의한 일방향 및 양방향 경사유역에서의 강우-유출 해석을 실시하여 출구부에서의 유출수문곡선을 계산하여 실험치와 비교한 결과 잘 일치하고 있었다.

#### 5. 참고문헌

- 한건연, 박재홍, 이종태 (1996). "개수로내의 점변 및 급변 부정류에 대한 유한요소해석: I. 이론 및 수치안정성 해석." *한국수자원학회논문집*, 제29권, 제6호, pp. 167-178.
- 한건연, 박재홍, 이을래 (1997). "개수로내의 점변 및 급변 부정류에 대한 유한요소해석: II. 적용예." *한국수자원학회논문집*, 제30권, 제1호, pp. 35-44.
- 한건연, 이종태, 김홍태 (1993). "하천에서의 동수역학적 유동해석을 위한 유한요소모형의 개발." *한국수문학회논문집*, 제26권, 제3호, pp. 87-101.
- Kawahara, M. and Yokoyama, T. (1980). "Finite element methods for direct runoff flow." *J. of Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 106, No. HY4, pp. 519-534.
- Young, D.L. (1991). "Finite element modeling of shallow water wave equations." *J. of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 14, No. 2, pp. 143-155.