

# 효율적 유출입유량 경계조건식을 이용한 상수관망의 수격현상 모의

박재홍\* 한진연\*\*

## 1. 서론

본 연구에서는 상수관망에서 여러 가지 장치를 통해 외부 유출입 유량을 갖는 절점에서 효율적인 경계조건식의 해석을 통해 보다 간단하고 정확하게 수격현상을 모의할 수 있는 기법을 도입하였고 이를 이용하여 컴퓨터 프로그램을 개발하고자 하였다. 이를 위해 경계조건이 해석되어야 할 각 절점에 부착된 펌프, 각종 밸브, 조압수조 및 수조와 연결된 관 등과 같은 여러 가지 외부유출 장치들의 조합들을 모형화하였다.

개발된 수격해석모형의 적용성과 효율성을 검증하기 위해 다양한 경계조건을 가진 가상관망에 대하여 밸브의 폐쇄 및 외부 유출량의 변화로 인한 관로내의 압력의 변화 및 과도 압력 안전장치의 거동을 모의하였다.

## 2. 지배방정식과 특성선법

상수관망의 부정류 현상을 모의하기 위해 일반적으로 이용되는 기본방정식은 식 (1), (2)와 같이 연속방정식과 운동량 방정식으로 나타내어진다(Watters, 1984, Chaudhry, 1987, Wylie 와 Streeter, 1993).

$$V_t + g H_x + \frac{f_b V |V|}{2D_P} = 0 \quad (1)$$

$$H_t + \frac{a^2}{g} V_x = 0 \quad (2)$$

여기서  $H$  는 관을 따른 거리  $x$  와 시간  $t$  에 대한 함수로써 수두를 나타내며  $V$  는 유체의 속도,  $D$  는 관의 내경,  $f$  는 Darcy-Weisbach 마찰계수,  $a$  는 압력의 파속  $g$  는 중력가속도, 첨자  $P$  는 관로를 나타낸다.

수격현상의 모의를 위해 주로 이용되는 방법은 특성선법(method of characteristics)을 이용하여 식 (1), (2)의 해석하는 것이다. 특성선법은 운동량 방정식과 연속방정식을 식 (3)과 같이 유량  $Q$  와 수두  $H$  의 항으로 된 상미분방정식인 적합방정식(compatibility equation)으로 변환한다.

---

\* 세명대학교 건설공학부 토목공학전공, 조교수

\*\* 경북대학교 공과대학 토목공학과, 교수

$$dH \pm B dQ \pm \frac{R}{\Delta x} Q Q dx = 0 \quad (3)$$

여기서,  $B$  는  $a/gA_p$ ,  $A_p$  는 관의 단면적,  $R = f_p \Delta x / 2gD_p A_p^2$ ,  $a$  는 관로내 파속 (wave celerity)이다. 식 (3)은  $dx/dt = \pm a$  로 정의되는  $C^+$  와  $C^-$  특성선을 따라 유효하기 때문에 특성선법의 적합방정식을 만족하기 위해서 대개 공간-시간 격자가  $\Delta x = \pm a \Delta t$ 를 보장하기 위해 선택되어진다. 일단 초기조건과 공간-시간 격자가 주어지면 식 (3)은  $C^+$  와  $C^-$  특성선을 따라 적분되어질 수 있으며 각 격자점에서의 수두  $H$  와 유량  $Q$  는 결정될 수 있다.

그러나 복잡한 관망시스템인 경우 여러 종류의 관경 및 재질들로 이루어진 관로들로 구성 되어지고 동일하게 주어진 계산시간으로 인해 모든 관로에서 적용될 수 있는 일정한 Courant 수를 결정할 수 없게 된다. 이로 인해 여러 가지 공간 및 시간 보간방법 (interpolation method)들과 파속조정법(wave adjustment method)이 개발되었다. 상수관망에서 사용되는 공간 및 시간 보간기법들은 먼저 주어진 Courant 수를 통하여 임시적인 수위, 유량값을 계산하고 이 임시적인 값을 이용하여 격자점에서의 수위, 유량값을 계산하기 때문에 계산시간의 비효율성 및 수치적 오차 및 특성영역(characteristic domain)의 왜곡이 발생하고 있다. 또한 보다 정확하다고 알려진 고차의 보간기법을 사용할 경우 경계절점에서의 미분 경계조건을 요구하게 된다. 그러나 실제 상수관로의 경계절점에서는 비연속적인 경계조건이 많이 나타나고 있으며 이 경우 미분 경계조건의 도입을 위한 연속조건의 만족이 어렵게 된다(Ghidaoui와 Karney, 1998)

본 연구에서는 파속(wave speed)의 불확실성을 고려하여 파속을 합리적 범위내에서 조정하는 기법인 파속조정법을 이용하였다(Wylie 와 Streeter, 1993). 이 기법은 공간 및 시간 보간 방법과 마찬가지로 특성영역의 왜곡이 어느정도 발생하지만 프로그램이 간단하게 작성되어 계산시간이 짧고 정확한 결과를 나타낼 수 있다(Karney 와 McInnis, 1997).

### 3. 외부 유출입 유량의 수식화

가장 간단한 경계조건은 외부유출입 유량( $Q_{ext}$ )이 일정하거나 시간에 따른 함수인 기지값 일(예, 일정 유량 양수펌프 혹은 고정된 수요량) 경우이다. 이때 외부 유출입 유량은 절점수 두를 얻기위해 식 (4)를 이용하여 계산될 수 있다(Wylie 와 Streeter, 1993).

$$H_p = C_c - B_c Q_{ext} \quad (4)$$

여기서,  $B_c$  와  $C_c$  는 절점과 연결된 관로들의 흐름특성을 나타내는 계수이다. 특히 유출입 유량이 0 인 단순절점의 경우 식 (4)는  $H_p = C_c$  가 된다.

저수지 표면수위의 변화율  $V_r$  을 고려하면 저수지에 대한 연속방정식은  $Q_{ext} = A_r V_r$

이다. 여기서,  $A_r$  은 저수지의 단면적이다. 만약 각 계산 시간단계  $\Delta t$  의 평균값이 이용된다면 결과식은 식 (5)와 같다.

$$H_r = H_0 + B_0(Q_e + Q_{ext}) \quad (5)$$

여기서  $H_r$  은 저수지의 표면에서의 동수경사선의 높이,  $H_0$  = 초기 시간단계의 저수지 수두,  $Q_e$  = 초기 외부유출입 유량, 그리고  $B_0 = \Delta t/2A_r$  이다. 만약 상수  $B_0$  가 0 이면 저수지 수두는 외부 유출입 유량에 대해 독립적이 되며 고정수두 절점이 된다는 것을 알 수 있다.

만약 저수지와 관로 절점 사이에 수두 손실을 무시할 수 있다면 절점 수두는 저수지의 표면 수위와 동일하다. 그러므로 식 (4)와 (5)를 외부 유출입유량에 대한 관계식을 만들기 위해 연립적으로 풀면 식 (6)과 같다.

$$Q_{ext} = \frac{C_C - H_0 - B_0 Q_e}{B_C + B_0} \quad (6)$$

식 (6)은 고정수두 저수지들과 저장탱크(storage tank) 와 단순 조압탱크(simple surge tank)을 나타내는데 이용될 수 있으며 이런 장치들을 단순 저수지(simple reservoir)라고 불려진다.

저수지의 단면적이 작을 경우 수조내에서의 수조 벽면마찰로 인한 수두손실과 유체운동으로 인한 관성력의 영향을 나타내어야 한다. 이때 일괄 관성요소(lumped inertia element)를 도입하면 저수지 표면수위와 바닥과의 수위차를 식 (7)과 같이 선형식으로 편리하게 나타낼 수 있다(Wylie 와 Streeter, 1993).

$$H_b - H_r = C_1^r + C_2^r Q_{ext} \quad (7)$$

여기서,  $H_b$  = 탱크바닥에서의 수두,  $H_r$  = 수표면의 수위, 그리고  $C_1^r$  과  $C_2^r$  은 관성력과 마찰력의 영향과 관련된 상수들이다.

저수지의 저수방정식(storage equation)인 식 (5)와 관성력-수두손실 관계식인 식 (7)은 결합되어 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_b = C_b + B_b Q_{ext} \quad (8)$$

여기서,  $C_b = C_1^r + H_0 + B_0 Q_e$ ,  $B_b = C_2^r + B_0$  이다.

만약 외부 유출입 유량이 흐름을 제한할 수 있는 장치들을 통하여 흐름 경우 일반적인 에

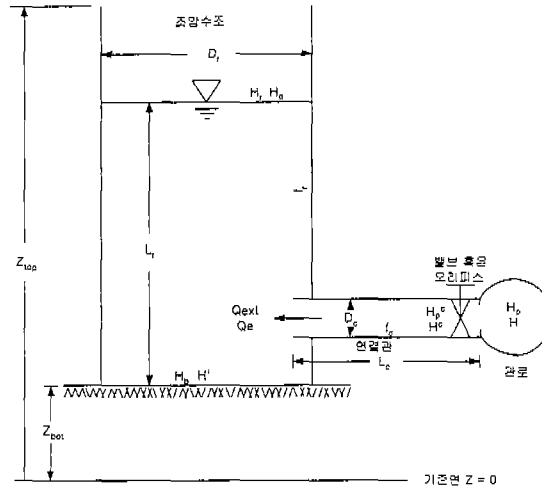


그림 1. 저압수조, 밸브 및 연결관이 조합된 절점의 경계조건

너지 손실과 저류방정식이 유도 될 수 있다.

그림 1 은 일반적인 외부 에너지소산장치 경계조건을 나타내고 있다. 이 선형저수지는 오리피스를 가진 짧은 연결관을 통해 절점으로 방류되어지며 이 절점은 임의의 관로들과 연결 될 수 있다. 또한 수두손실과 관성력이 탱크와 연결관에서 발생하고 있다.

그림 1 과 같이 저수와 밸브를 연결하는 연결관에 대해서도 저수지와 마찬가지로 방법으로 연결관을 일괄 관성요소(lumped inertia element)를 이용하여 모형화할 수 있으며 적절한 밸브 방정식을 이용하면 경계 방정식이 유도될 수 있다.

#### 4. 실제 관망에의 적용

개발된 경계방정식을 이용하여 외부유출 절점에서의 경계조건을 직접적으로 해석할 수 있는 수격해석 모형을 개발하였다. 개발된 모형의 적용성을 검토하기 위해 여러 가지 형태의 외부 유출경계조건을 가진 가상관망과 실제 관로에 본 모형을 적용하여 적용성을 검증하였다.

개발된 모형의 적용성 검증을 위해 7 개의 관로와 7 개의 절점으로 이루어 가상 관로에 대해 본 모형이 적용되었다. 주어진 관망은 관로의 구성형태는 비교적 간단하지만 2 개의 고정 수위 절점과 5 개의 각기 다른 외부 압력감쇠 경계조건이 도입되었다. 일반적으로 도시상수관망의 수격현상모의를 위한 관망부정류 해석의 복잡성은 많은 종류의 경계조건을 처리하기 위한 각종 보조방정식의 도입 등으로 발생하기 때문에 주어진 경계조건들의 다양한 종류들을 고려하면 주어진 관망의 수격현상 해석 자체는 간단한 문제는 아니다.

주어진 관망에 대한 부정류 해석을 위해서 주어진 종류의 경계조건 해석을 위한 5 개의 외부 감쇠 장치를 위한 부프로그램이 필요하였고 경계조건식을 이용하여 각 감쇠장치에 대한 합리적인 부프로그램을 작성하였다.

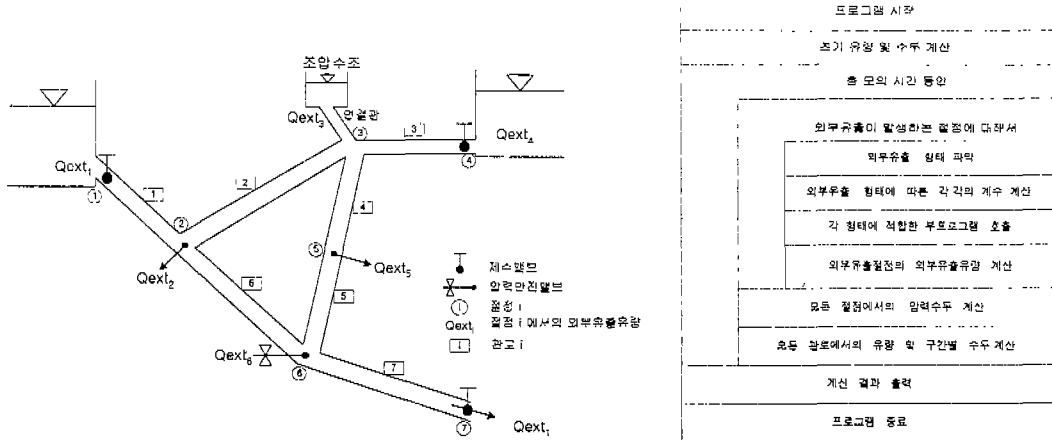


표 1. 외부유출을 가진 관망의 유량해석을 위한 관망도 및 흐름도

절점 7에서의 제수밸브와 절점 6의 압력안전밸브를 제외하고 모든 밸브들은 완전개방( $\tau = 1$ )으로 가정하였다. 안전밸브는 초기에 닫혀있다가 절점 수두가 210 m를 초과하면 개방되어진다. 이 경우 밸브는 선형적으로 3 초동안 열려졌다가 60 초 동안 역시 선형적으로 닫힌다. 이 관망에 대한 수격모의는 절점 7의 제수밸브를 폐쇄함으로 시작되었다. 절점 7에서의 밸브 개방도  $\tau$  를 초기에는  $\tau = 0.6$  으로 부분적으로 개방하다가  $\tau = 0.2$  까지 10 초 동안 선형적으로 감소하여 전체 모의기간동안 그 상태를 유지하였다. 주어진 시스템의 수격현상 모의 결과가 그림 3 - 6에서 제시되었다.

모의결과는 Karney 의 연구결과(Karney와 McInnis, 1993)와 비교되었으며 비교된 모든 절점에서 압력과 유출유량이 잘 일치하고 있는 것으로 판단된다. 그러나 압력수두의 비교에서 미소한 편차가 발생하는 것은 과속조절법을 이용하여 모형을 구성할 경우 각 밸브 어느정도 과속의 수정이 요구된다. 이때 본 모형과 비교된 모형의 과속의 값이 달라 편차가 발생한 것으로 압력 침투치의 미소한 시간지체가 발생하고 있으나 유출입 유량, 압력파의 크기 및 압력파의 변화 양상 등은 Karney의 모형과 일치하고 있어 본 연구에서 개발된 모형은 주어진 관망에서의 부정류 상태를 잘 모의하고 있는 것으로 판단된다.

### 5. 결 론

본 연구는 상수관망의 비정상 상태 흐름을 해석하기 위하여 과속조절법을 이용하여 관망해석모형을 개발하였다. 특성선법을 이용한 실제 상수관망에서의 부정류 해석시 다양한 경계조건의 존재로 인해 해석과정이 매우 복잡하게 된다. 본 연구에서는 이러한 특성선법 해석의 어려움을 극복하고자 보다 간단하고 정확하게 경계조건을 처리할 수 기법을 도입하였고 이 기법을 이용하여 외부 유출 유량을 직접적으로 해석할 수 있는 방정식을 유도하였다. 또한 유도된 방정식을 이용하여 수격해석 모형을 개발하였으며 모형의 적용성 검토를 위해 여러 가지 외부유출 유량 경계조건을 가진 가상관망에 개발된 모형을 적용하였다. 적용결과 본 연구에서 개발된 모형은 기존의 연구결과와 유량 및 압력 등에서 잘 일치하고 있었다.

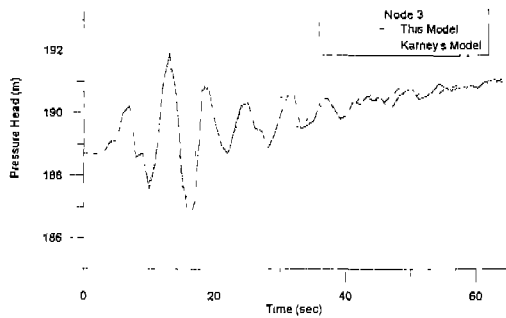


그림 3. 절점 3에서의 수두 변화

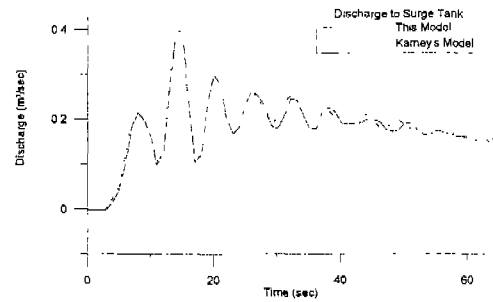


그림 4. 절점 3에서의 유출유량 변화

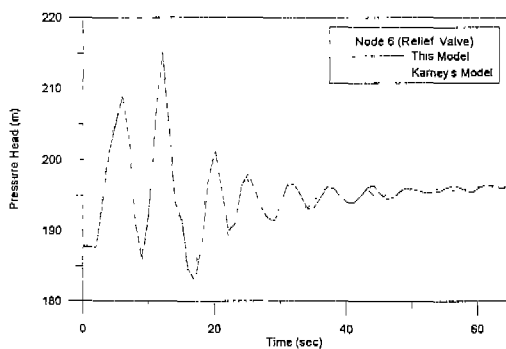


그림 5. 절점 6에서의 수두 변화

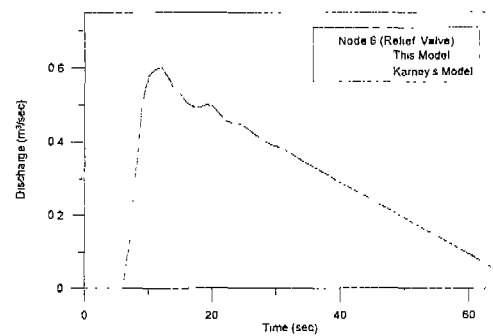


그림 6. 절점 6에서의 유출유량 변화

#### < 참고문헌 >

- 박재홍, 한건연 (1996) " Frontal 기법을 이용한 상수관망의 흐름해석 모형", 한국수자원학회지, 한국수자원학회, 제29권, 제1호, pp. 141-150.
- Chaudhry, M. H. (1987) *Applied Hydraulic Transients*, Van Nostrand Reinhold Company, pp. 27-88.
- Ghidaoui, M. S., Karney, B. W. (1998) "Energy estimates for discretization errors in water hammer problems", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 124. No. 4, pp. 384-393.
- Karney B. and McInnis, (1992). "Efficient calculation of transient flow in simple pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 7. pp. 1014-1030.
- Liggett, J. A., Chen, Li-Chung, (1995), "Monitoring water distribution systems -The inverse method as a tool for calibration and leak detection", *Improving Efficiency and Reliability in Water Distribution System*, Edited by Cabrera, E., Vela, A. F., Kluwer Academic Publisher. No. 16. pp. 369-394.
- Watters, G. Z. (1984). *Analysis and control of unsteady flow in pipelines*. Butterworth Publishing, Stoneham, Mass., pp. 111-149.
- Wylie, E. B., Streeter, V. L. (1993) *Fluid Transients in System*. Prentice Hall, pp. 37-79.