구 접촉시 표면근처의 피로균열 시작수명에 관한 연구

설광조 · 김태완* · 조용주**

부산대학원 정밀기계공학과
*부산대학교 기계기술연구소
**부산대학교 기계공학부

Study on the Near-Surface Fatigue Crack Initiation Life under Spherical Contact

Kwoang-jo Seorl , Tae-Wan Kim , Yong-Joo Cho

Dept. of Precision Engineering, Graduate School, Pusan National University
**Research Institute of Mechanical Techology, Pusan National University*
***School of Mechanical Engineering, Pusan National University*

Abstract - Using dislocation pileup theory, the near surface crack initiation life was calculated. The crack initiation life calculted in the previous study is not a real life strictly and just for the cracking in substrate. In this study, two life equations which can be applied for each near-surface and substrate were used for a comparative study. The downward tendency of life at near surface and substrate was similar and the crack initiation life at near-surface was much shorter than the life in substrate. The improvement of the crack initiation life equations which were proposed by W. Cheng was discussed.

key words - Fatigue Wear, Crack Initiation life, Contact Fatigue, Dislocation Dipole Model

1.서 론

대부분의 기계들은 상대운동을 하는 요소들로 구성되어있고 이 요소들은 구동 목적에 따라 적합한 접촉상태를 유지도록 설계된다. 이렇게 접촉하고 있는 상태가 지속되면 거친 표면의 돌기(Asperity)들이 서로 직접 접촉하게 되면서 하중사이클동안의 국부적인 응력집중에 기인하는 피로마멸이 생겨 표면에 심각한 손상을 야기하게 된다. 표면의 피로수명은 진동 및 소음을 수반하고 수명을 단축시키며 기계 또는 제품자체의 신뢰도를 떨어뜨리게 된다. 이렇게 트라이볼로지적 관점에서의 수명에 대한 연구는 그 중요성에도 불구하고 활발하지 못한 실정이다.

피로거동은 크게 균열의 시작, 균열의 전파, 전파되는 균열들의 합체 등으로 나눌 수 있다. 균열시작 수명을 구하기 위해서 접촉체에 대한 응력해석이 필수적이다. Hertz[1]는 탄성체사이에 수직하중만이 작용하는 경우에 대해 수직하중과 접촉면적 및 접촉면 압력분포와의 관계를 닫힌 해의 형태로 구하였다.

또한 수직접촉을 하는 두 개의 non - conformal 탄성체의 계면에 수직하중과 접선하중이 동시에 작용하는 경우에 대해서 Bufler[2]는 서로 다른 탄성계수를 가진 물체간의 2차원 접촉에 대한 접선하중의 영향에 대해 연구하였다. 일반적으로 수치적인 접촉문제의 해석에서 반 무한체위의 사각조각 표면에 작용하는 균일한 수직 분포하중에 의한 하중·변위 관계[3]가 많이 이용된다. 본 연구에서는 Cho[4],[5] 등이 구한 접선 분포하중에 대한 결과를 이용하여 수치적인 응력해석을 하였다. 수치해석을 위해서 수직하중에 대해서는 Love[5]의 식을, 접선하중에 대해서는 Cho 등[3]의 식을 이용하였다. 이를 토대로 T.Mura 등[6]이 제시한 균열시작모델을 기초로 하여 균열시작수명을 예측하였다. W. Cheng[7]은 균열시작수명을 그 시작깊이에 따라 분류하였으며 Cho 등[4]은 표면아래(substrate)에서의 시작수명에 대해 연구하였다. 본 연구에서는 이와 더불어 표면근처(near surface)에서의 균열시작수명을 구하였다.

2. 응력 해석

2.1접촉모델

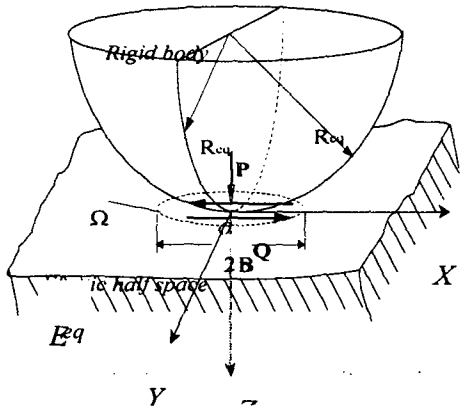


Fig. 1. Schematic diagram of an equivalent contact geo- metry

본 논문에서는 Fig. 1 과 같이 돌기접촉을 제3의 강체구와 반 무한 평판의 접촉으로 등가시켜 해석한다. 접촉해석에 관련된 내용은 이미 발표된 바 있으며 Cho 등[4]의 논문을 참조하기 바란다. W.Cheng 등[7]은 표면으로부터의 깊이에 따라 접촉피로균열시작의 모델을 3가지로 나누었다. 이는 표면에서의 경계조건이 깊이에 따라 전위의 축적에 영향을 주어 피로수명에 영향을 미치기 때문이다. 이처럼 접촉피로문제에서 균열의 시작거동은 표면으로부터의 깊이에 따라 표면균열문제와 표면에서 비교적 멀리 떨어진 균열문제로 나누어 연구할 필요가 있다. 종전의 연구[4]에서는 균열시작의 위치가 표면으로부터 멀어서 표면의 영향이 적은 무한체(Infinite body)에서의 균열시작 수명을 예측하였다. 본 논문에서는 표면에서 멀리 떨어진 위치에서의 균열 시작수명과 더불어 표면 바로 아래(near surface)에서의 균열시작수명을 계산하여 그 결과를 비교하였다.

3.균열시작

3.1. Dislocation Dipole Model

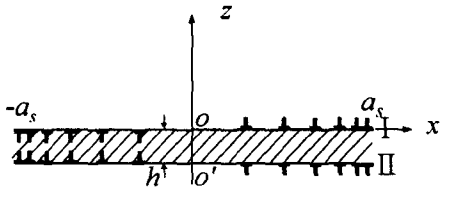


Fig. 2. Vacancy-dislocation-dipole model of the slip band of length $2a_s$ in an infinite body

T.Mura 등[6]은 두 개의 미끄럼 층에서의 전위축적(Dislocation pileup)개념을 이용하여 피로 균열시작에 대한 전위 쌍극자 모델

(Dislocation dipole model)을 제시하였다. 그는 재료내부의 Slip band에서의 전단응력에 의한 역방향, 순방향 소성유동(Plastic flow)을 Fig. 2와 같이 두 개의 근접한 층들에서 움직이는 반대부호를 가진 전위들로 모델링 하였다. 점 O, O'는 전위 소스들이다. Fig. 2에서 layer Ⅰ, Ⅱ($-a_s<x<a_s$, $y=0,-h$)는 응력 사이클동안에 생길 수 있는 최 근접거리(h)에 위치한 slip layer들로서, 하중사이클이 계속되면서 재료내부에 증강된 탄성변형에너지가 어떤 임계값에 도달할 때 피로균열은 시작된다고 하였다. n 사이클 후에 layer Ⅰ, Ⅱ에서의 전위축적에 의한 전단응력은 다음과 같다.

$$\tau_{\mathrm{II}}^{D} \cong n(\Delta\tau - 2\tau_f) \qquad (1\text{-a})$$

$$\tau_{\mathrm{I}}^{D} \cong -n(\Delta\tau - 2\tau_f) \qquad (1\text{-b})$$

이 두 전단응력들은 slip band의 layer Ⅰ, Ⅱ에 작용하면서 전위들이 입자 경계나, 다른 장애물에 축적되게 한다. 이렇게 축적된 전위는 계의 Gibbs 자유에너지를 변화시킨다. Gibbs의 자유에너지 변화는 다음과 같다.

$$\Delta G = -W_1 - W_2 + 2c\gamma \qquad (2)$$

여기서, γ는 균열이 시작되는 표면의 표면에너지이고 W_1은 n사이클후의 탄성변형에너지, W_2는 균열이 발생하는 순간의 기계적 에너지 유출을 의미한다.

Fig. 3은 하중사이클 수(n)에 대한 ΔG의 변화를 나타낸다. Mura 등[6]은 이렇게 반복된 축적전위로 인한 전단응력은 계(System)를 불안정하게 만들고, 그때의 n을 피로균열 시작을 위한 임계 사이클 수(n_i)라고 하였고 이를 균열시작수명이라 하였다. 그림에서 알 수 있듯이 작용응력 $\Delta\tau$의 감소에 따라 임계 사이클 수는 증가한다. 균열시작 사이클 수는 다음으로부터 얻어질 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial n}(\Delta G) = 0 \qquad (3)$$

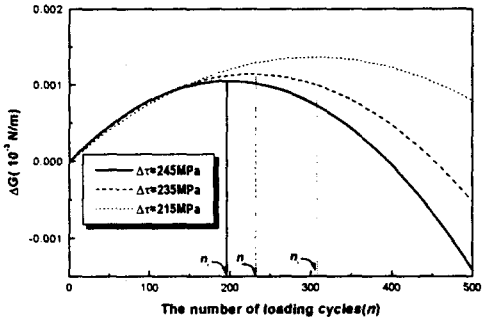


Fig. 3. Variation of the Gibbs free-energy change ΔG with the number of loading cycles

3.2 Crack initiation in the substrate

균열시작 위치가 표면으로부터 멀리 떨어진 경우 표면에서의 미끄럼 경계조건의 영향을 받지 않는다고 가정하면 무한체로 가정할 수 있고 균열시작수명은 표면에 가까운 균열과 달리 표면 경계조건의 영향이 거의 없으므로 비교적 간단하게 균열시작수명을 구할 수 있다.[6]

식 (3)으로부터 피로균열 시작 수명은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$n_i = C\frac{2-f}{(\Delta\tau - 2\tau_f)f} \qquad (4)$$

여기서, $C = \frac{\gamma}{h}\left[\ln\left(\frac{8a_s}{h}\right) - \frac{3}{2}\right]$

f = irreversibility factor

h = width of slip band (dislocation dipole)

a_s = half size of slip band 이다.

3.3 Near surface crack initiation

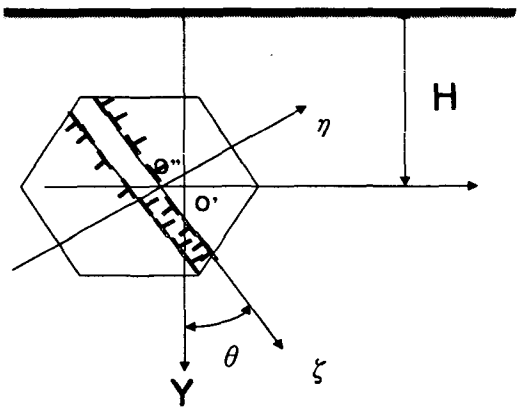


Fig. 4 Near Surface pileup along two layers.

표면에 가까운 균열의 경우 표면 경계조건(예, 미끄럼 경계조건)의 영향으로 해석 시에 수치적으로 고려해야할 변수가 생겨 복잡해진다. 본 연구에서는 W. Cheng 가 제안한 식을 이용하여 해석을 수행하였다. Fig. 4 에서와 같이 표면 바로 아래에서 시작되는 균열에 대한 해석을 수행하였다. n 사이클 후에 layer I 에 누적된 전위로 인한 전단응력은 다음과 같다.

$$\tau_{\mathrm{I}}^{D} = \int_{-a}^{a} D_{\mathrm{I}}(\xi)\,\tau(\xi,0;\xi',0)\,d\xi$$
$$= -n(\Delta\tau - 2\tau_f) \qquad (5)$$

여기서 $\tau(\xi,0;\xi',0)$는 layer I 의 $(\xi',0)$에 위치하는 하나의 전위로 인해 $(\xi,0)$에 생기는 전단응력이다. $D_{\mathrm{I}}(\xi)$는 layer I 의 전위 밀도이다.

$$D_{\mathrm{I}}(\xi) = -D_{\mathrm{II}}(\xi)$$
$$= \frac{1}{\pi A} n(\Delta\tau - 2\tau_f)\Phi(\xi) \qquad (6)$$

여기서 $A = Gb/2\pi(1-\nu)$ 이고 $\Phi(\xi)$는 수치적으로 결정되는 함수이다.

layer I 에서의 슬립 거리는

$$u_{\mathrm{I}}(x) = b\int_{-a}^{x} D_{\mathrm{I}}(\xi)$$
$$= \frac{bn(\Delta\tau - 2\tau_f)}{\pi A}\int_{-a}^{x}\Phi(\xi)\,d\xi \qquad (7)$$

이 되며 총 스트레인 에너지는 아래 와 같다.

$$W_{\mathrm{I}} = 2(W_{self} + W_{int}) \qquad (8)$$

여기서

$$W_{self} = -\frac{1}{2}\int_{-a}^{a}\tau_{\mathrm{I}}^{D}(x,0)\,u_{\mathrm{I}}(x)\,dx \qquad (9\text{-}1)$$

$$W_{int} = -\frac{1}{2}\int_{-a}^{a}\tau_{\mathrm{I}}^{D}(x,0)\,u_{\mathrm{II}}(x)\,dx \qquad (9\text{-}2)$$

이 된다. 즉

$$W_{\mathrm{I}} = \frac{bn^2a^2(\Delta\tau - 2\tau_f)}{2\pi^2 A}\zeta_1 \qquad (10)$$

이 되며 ζ_1은 수치적으로 구해질 수 있다.

c 크기를 가지는 균열이 시작됨으로서 발생하는 기계적 유출 에너지 W_2는 아래와 같다.

$$W_2 = \int_0^c\left(\frac{1-\nu}{2G}\right)(K_{\mathrm{I}}^2 + K_{\mathrm{II}}^2)\,dc \qquad (11)$$

반 무한 평면에서 내부 균열의 발생시의 응력집중계수는 아래와 같다.

$$K_{\mathrm{I}} = \Delta\tau\sqrt{(\pi c/2)}F_{\mathrm{I}}(\theta, c/2H) \qquad (12\text{-}1)$$

$$K_{\mathrm{II}} = \Delta\tau\sqrt{(\pi c/2)}F_{\mathrm{II}}(\theta, c/2H) \qquad (12\text{-}1)$$

그리고

$$c = b\int_{-a}^{d_0} D_{\mathrm{I}}(x)\,dx$$
$$= \frac{bn(\Delta\tau - 2\tau_f)}{\pi A}\int_{-a}^{d_0}\Phi(\xi)\,d\xi$$
$$= \frac{bn(\Delta\tau - 2\tau_f)a}{\pi A}\overline{N} \qquad (13)$$

$\overline{N}$ 은 수치적으로 구할 수 있다. 이렇게 해

서 W_2는 아래와 같다.

$$W_2 = \frac{(1-\nu)\triangle\tau^2 bn(\triangle\tau - 2\tau_f)a}{4\pi GA}\zeta_2 \quad (14)$$

여기서 $\zeta_2 = \overline{N^2}(F_I^2 + F_{II}^2)$이다.

즉, Gibbs의 자유에너지 변화는 아래와 같다. 식(2) 와 식(3)에서 아래의 식을 얻을수 있다.

$$\gamma\overline{N} =$$

$$\frac{(\triangle\tau - 2\tau_f)a}{2\pi}\left[\zeta_1 + \pi(1-\nu)\left(\frac{\triangle\tau}{\triangle F}\right)^2\zeta_2\right]n_i \quad (15)$$

여기서 $\triangle\tau/\triangle G$ 가 아주 작고 f가 일정하다면 n_i는 $nf/(2-f)$로 바뀌고 균열시작 수명은 아래와 같다.

$$n_i \cong C_1^* \frac{2-f}{(\triangle\tau - 2\tau_f)f} \quad (16)$$

여기서 $C_1^* = \frac{2\pi\gamma\overline{N}}{a\zeta_1}$ 이며 $\overline{N}$ 와ζ_1 는 수치적으로 구해지는 값들이다.

본 연구에서 수치해석시에 사용된 여러 물성치들은 Table.1 과 같다.

E	200 GPa	γ	1 N/m
τ_f	20 MPa	f	0.5
h	1.6 nm	a	100 μm
ν	0.3		

Table. 1 Material Parameter

3.4 해석결과

본 연구에서는 Mura 가 제시한 표면아래, 표면근처에 적용하는 두 가지의 수명 식을 해석에 적용하였다. 먼저 표면에서 멀리 떨어진 곳에서의 균열시작 수명예측 결과는 Fig. 5. 와 같다. 마찰계수가 증가함에 따라서 수명이 급격히 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 마찰계수에 따라 응력이 급격히 변화하기 때문이며 이는 하중의 크기에는 영향을 받지 않은 것으로 보인다. 마찰계수의 증가로 인해 응력상태가 급격히 변하면서 실제 수명도 급격히 변하하는 것을 알 수 있다. Fig. 7 에서는 표면근처에서의 균열시작수명을 보여주고 있다. 표면근처에서의 균열시작수명은 표면아래에서와 마찬가지로 마찰계수 약 0.15를 기준으로 수명이 급격히 감소하는 매우 유사한 경향을 보인다. 두 수명식을 수치해석에 적용한 결과 표면근처의 수명이 표면아래의 수명과 비교하여볼 때 아주 짧은 것을 알 수 있다.

Eq. (4) 와 (16)에서 볼 때 두 식의 수명은 크게 C, C_1^*, $\triangle\tau$ 그리고 τ_f 의 영향을 크게 받는다. C, C_1^*, $\triangle\tau$ 는 수치해석시 해석조건에 따라 결정되어지며, τ_f는 온도와 경도에 따라 변하는 재료의 물성치 이다.

본 연구에서는 일반적인 범위 내에서 임의의 값을 사용하였지만 실제 특정 적용대상에 대한 해석 시에는 정확한 τ_f값의 계산이 필요하다고 사료된다. 또한, τ_f값은 무한수명과 밀접한 관련이 있으므로 Andrea[8]이 제시한 무한수명과 관련된 criterion을 고려해서 τ_f값을 결정해야 할 것이다.

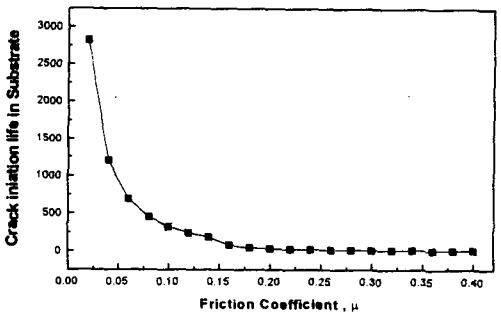
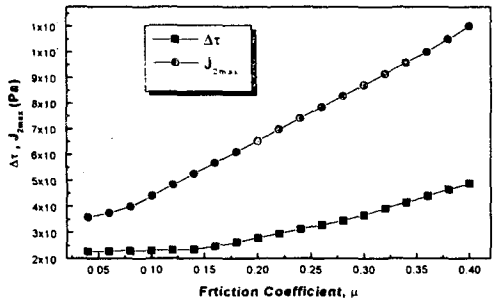


Fig. 5 Crack initiation life .vs. the variation of μ under spherical contact (in substrate)



Fiig. 6 J_2max according to the variation of μ under spherical contact

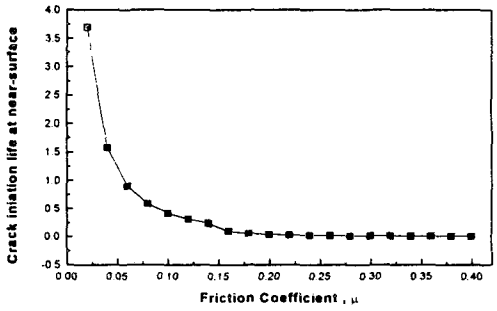


Fig. 7 Crack initiation life .vs. the variation of μ under spherical contact (near-surface)

4. 결 론

본 연구에서는 W. Cheng[7] 이 제시한 표면아래와 표면근처에서의 균열시작 수명에 대한 식을 구 접촉에 대해 적용하였고 아래와 같은 결과를 얻을 수 있었다.

1. 표면근처, 표면아래에서의 균열 시작수명은 $\mu \fallingdotseq 0.15$ 를 기준으로 급격히 수명이 줄어드는 비슷한 경향을 보이며 이는 접촉부 아래의 응력값 변화에 기인한다.
2. 표면근처에서의 균열시작수명은 같은 접촉조건에서 표면아래의 균열시작수명보다 아주 짧다.
3. 실제 적용 시에 여러 가지 조건을 고려한 정확한 τ_f값의 계산이 필요하다고 사료된다.

참 고 문 헌

1. Hertz.H., "Uber die Beruhrung fester elastischer Korper", J. f. d. Reineu. Angewandte Math., Vol.92, pp.156-171. 1882.
2. K. L. Johnson., " Contact mechanics ", Cambridge university press,1985
3. Love. A. E. H, " Stress produced in a semi infinite solid by pressure on part of the boundary", Phil. Trans. Royal Society, A228, pp. 377-420, 1929.
4. 조용주, 이문주, 구영필, "반 무한체 위의 사각조각 표면에 작용하는 접선하중에 의한 반 무한체내의 응력해석", 대한기계학회논문집 A권, 제 24권 제4호, pp.1032-1038, 2000
5. 조용주, 김태완, 이문주,"구 접촉 하에서의 피로균열 시작수명에 관한 연구", 대한기계학회논문집 제 25권 제8호, pp. 1269-1276, 2001
6. T. Mura., " A Theory of Fatigue Crack Initiation in Solids ", ASME *Jouranal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 1-6
7. W. Cheng, '' Micromechanics Modeling of Crack Initiation under Contact Fatigue", ASME *Jouranal of Tribology*, Vol. 116, pp. 2-8
8. Andrea , " Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals", *International Jouranal of Fatigue*, Vol. 23, pp. 135-145

기호설명

a_s : half size of slip band
B : half width of hertzian contact zone
c : micro-crack size

E : equivalent young's modulus

ΔG : Gibbs free-energy change

f : irreversibility factor

h : width of slip band(dislocation dipole)

J_2 : second invariant

n : cycle number of loading

n_i : number of cycles for crack initiation

τ_f : frictional stress of material

$\Delta\tau$: critical shearing stress amplitude on the slip layer

$\Delta\tau_{\mathrm{I}}^{D}$: dislocation stress on the layer I

$\Delta\tau_{\mathrm{II}}^{D}$: dislocation stress on the layer II

W_1 : elastic strain energy

W_2 : mechanical energy release upon opening of crack

γ : surface energy

μ : friction coefficient