

# 프리스트레스트 휨 부재의 시간 종속적 거동에 관한 민감도 해석

## Sensitivity analysis of time-dependent behaviors of PSC flexural members

김민주\* 김동기\* 김택중\* 이용학\*\*

Kim, Min Joo Kim, Dong Ki Kim, Teak Jung Lee, Yong Hak

### ABSTRACT

A general procedure to implement the sensitivity analysis of PSC flexural members is proposed based on the analytical calculation of the gradients of stresses and strains with respect to the 21 design variables in a closed format. The formulation covers the long term losses including concrete creep, shrinkage, and PS steel relaxation as well as load effects. The derived formulation is applied to the rectangular section PSC beam with prestressing and nonprestressing steels for the sensitivity analysis. The analytically calculated sensitivity results are compared with those numerically calculated.

#### 1. 서론

콘크리트, 철근 및 PS 강선의 복합 재료로 구성되는 프리스트레스트 콘크리트(PSC) 구조물은 콘크리트와 PS 강선이 원천적으로 갖는 시간종속적 재료성질로 인해 일정하중 하에서도 시간의 경과에 따라 지속적인 거동을 한다. PSC 구조물의 설계에 요구되는 설계인자의 결정은 작용하중과 단면정수에 부가적으로 시간종속적 거동을 초래하는 원인인자의 고려를 요구한다. 효율적인 PSC 구조물의 설계는 각 설계인자가 거동해석 결과에 끼치는 영향정도에 의해 지배되며, 이러한 설계인자의 영향성 평가는 해석 결과에 대한 각 인자의 민감도 해석을 통해 이루어진다. PSC 휨부재 내의 단면 응력-변형률 해석 관계식을 구성하는 하중, 재료정수, 단면정수, 긴장력 및 장기손실 원인을 포함하는 24개 변수의 변형률에 관한 민감성 정도를 해석적인 방법을 통해 계산한다. 민감도 해석을 위해 요구되는 변형률에 관한 각 변수의 그래디언트 계산 관계식은 임의단면의 임의 높이에 철근 및 PS 강선이 배치된 휨 부재 변형률 해석 관계식으로부터 확정적 형태로 유도한다. 본 논문에서 수행되는 민감도 해석방법은 효율적 설계를 위한 기본자료로 사용되는 적용성에 부가적으로 해석결과의 신뢰도 예측을 위한 확률론적 특성값의 평가에도 직접 적용성을 갖는다.

#### 2. 시간 종속적 선형해석

Bazant에 의해 제안된 재령종속적 보정 탄성계수를 이용하여 총 변형률을 두 변수인 일정변형률  $\epsilon_0$ 과 곡률  $\phi$ 로 분리하고 힘의 평형 및 모멘트 평형조건을 단면상에 적용하여 두 변수 계산을 위한 관계식을 결정하는 과정(Ghali(1988))으로 구성되는 Favre와 Ghali에 의해 제안된 해석방법은 재령종속적 보정 탄성계수가 각 손실원인 인자를 포함하므로 각 손실원인인자에 대한 변형률의 민감도 평가

\* 정회원, 건국대학교 토목공학과 석사과정

\*\* 정회원, 건국대학교 토목공학과 조교수

가 불가능하다. 본 논문은 콘크리트, 철근 및 PS 강재의 단면정수와 재료물성값 및 PS 강재 긴장력에 부가적으로 ACI, CEB-FIP, KCI의 시방서가 제시하는 각 손실인자의 총 변형률에 대한 민감도 계산을 목적으로 재령중속적 보정 탄성계수 대신에 직접 손실원인 인자를 고려하는 각각의 시간중속적 거동원인에 대한 힘 및 모멘트 평형방정식을 유도한 후 중첩의 원리를 적용하여 총 변형률을 계산하는 관계식을 유도한다(이존자(2001)).

세 장기손실원인 및 하중작용의 각 원인에 대한 총 변형률을 일정변형률  $\epsilon_o$ 과 곡률  $\Phi$ 로 분리하고 변형률의 기하학적 관계를 적용하여 결정된 힘의 평형 및 모멘트 평형조건은 다음과 같다.

콘크리트 크리프

힘의 평형조건 ;  $[E_c A_c + \Sigma A_{si} E_s + \Sigma A_{pi} E_p] \epsilon_{st}^o + [\Sigma A_{si} E_s y_{si} + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}] \Phi_{st} = E_c A_c (C_i(t) C_u) \epsilon_k^o$  (1)

모멘트 평형조건 ;  $[\Sigma A_{si} E_s y_{si} + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}] \epsilon_{st}^o + [\Sigma A_{si} E_s y_{si}^2 + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}^2 + E_c I] \Phi_{st} = EI \Phi_{cr}^k$  (2)

콘크리트 건조수축

힘의 평형조건 ;  $[E_c A_c + \Sigma A_{si} E_s + \Sigma A_{pi} E_p] \epsilon_{sh}^o + [\Sigma A_{si} E_s y_{si} + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}] \Phi_{sh} = E_c A_c \epsilon_{sh}$  (3)

모멘트 평형조건 ;  $[\Sigma A_{si} E_s y_{si} + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}] \epsilon_{sh}^o + [\Sigma A_{si} E_s y_{si}^2 + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}^2 + E_c I] \Phi_{sh} = 0$  (4)

PS 강재 릴랙세이션

힘의 평형조건 ;  $[E_c A_c + \Sigma A_{si} E_s + \Sigma A_{pi} E_p] \epsilon_{re}^o + [\Sigma A_{si} E_s y_{si} + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}] \Phi_{re} = -\Sigma \Delta f_{pi} A_{pi}$  (5)

모멘트 평형조건 ;  $[\Sigma A_{si} E_s y_{si} + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}] \epsilon_{re}^o + [\Sigma A_{si} E_s y_{si}^2 + \Sigma A_{pi} E_p y_{pi}^2 + E_c I] \Phi_{re} = -\Sigma \Delta f_{pi} A_{pi} y_{pi}$  (6)

하중작용

힘의 평형조건 ;  $[E_c A + \Sigma A_s E_s + \Sigma A_p E_p] \epsilon_{ld}^o + [\Sigma A_s E_s y_{si} + \Sigma A_p E_p y_{pi}] \Phi_{ld} = \Sigma P_i$  (7)

모멘트 평형조건 ;  $[\Sigma A_s E_s y_{si} + \Sigma A_p E_p y_{pi}] \epsilon_{ld}^o + [\Sigma A_s E_s y_{si}^2 + \Sigma A_p E_p y_{pi}^2 + E_c I] \Phi_{ld} = \Sigma P_i y_{psi} + \Delta M$  (8)

총 변형률

힘의 평형조건 :  $[E_c A + \Sigma A_s E_s + \Sigma A_p E_p] \epsilon_o + [\Sigma A_s E_s y_{si} + \Sigma A_p E_p y_{pi}] \Phi = P$  (9)

모멘트 평형조건 :  $[\Sigma A_s E_s y_{si} + \Sigma A_p E_p y_{pi}] \epsilon_o + [\Sigma A_s E_s y_{si}^2 + \Sigma A_p E_p y_{pi}^2 + E_c I] \Phi = M$  (10)

식 (1)에서 (10)까지 사용된 기호에 관한 규정은 콘크리트 시방서에 기준하며, 식 (9)와 (10)에서  $P = \Sigma P_i + E_c A_c (C_i C_u) \epsilon_k^o + E_c A_c \epsilon_{sh} - \Sigma \Delta f_{pi} A_{pi}$ ,  $M = \Sigma P_i y_{psi} + \Delta M + EI \Phi_{cr}^k - \Sigma \Delta f_{pi} A_{pi} y_{pi}$  이고,  $\epsilon_o = \epsilon_{st}^o + \epsilon_{sh}^o + \epsilon_{re}^o + \epsilon_{ld}^o$ ,  $\Phi = \Phi_{st} + \Phi_{sh} + \Phi_{re} + \Phi_{ld}$  이다.

3. 응력 및 변형률의 그래디언트

PSC 구조물의 설계에 요구되는 설계인자의 결정은 작용하중과 단면정수에 부가적으로 시간중속적 거동을 초래하는 원인인자의 고려를 요구한다. 효율적인 PSC 구조물의 설계는 각 설계인자가 거동해석 결과에 끼치는 영향정도에 의해 지배되며, 이러한 설계인자의 영향성 평가는 해석 결과에 대한 각 인자의 민감도 해석을 통해 이루어진다. PSC 휨 부재 내의 단면 응력-변형률 해석 관계식을 구성하는 하중, 재료정수, 단면정수, 긴장력 및 장기손실 원인을 포함하는 21개 변수의 변형률에 관한 민감도 정도를 해석적인 방법을 통해 계산한다. 민감도 해석을 위해 요구되는 변형률에 관한 각 변수의 그래디언트 계산 관계식은 임의단면의 임의 높이에 철근 및 PS 강선이 배치된 휨 부재 변형률 해석 관계식으로부터 확정적 형태로 유도한다.

식 (1)부터 (10)까지의 변형률 계산 관계식을 구성하는 21개 설계변수는  $E_c$ (콘크리트 탄성계수),  $E_p$ (PS 강재 탄성계수),  $E_s$ (인장철근 탄성계수),  $E_{ss}$ (압축철근 탄성계수),  $A_c$ (콘크리트 순 단면적),  $A_{si}^i$ ( $i$ 번째 PS 강재 단면적),  $A_{pi}^i$ (기준축에서 상단  $i$ 번째 철근 단면적),  $A_{sc}^i$ (기준축에서 하단  $i$ 번째 철근 단면적),  $I$ (단면 2차 모멘트),  $y_{pi}^i$ (기준축으로부터  $i$ 번째 PS 강재까지 거리),  $y_{si}^i$ (기준축에서 상단  $i$ 번째 철근까지 거리),  $y_{sc}^i$ (기준축에서 하단  $i$ 번째 철근까지 거리),  $P_i^i$ ( $i$ 번째 PS 강재 초기긴장력),  $M$ (외적 작용 모멘트),  $C_i(t)$ (크리프 보정계수),  $C_u$ (크리프 계수),  $K_{sh}$ (상대습도에 따른 건조수축 보정계수),  $K_{sh}$ (형상과 크기에 따른 건조수축 보정계수),  $K_{\epsilon_{sh}}(t)$ (건조수축 보정계수),  $\epsilon_{shu}$ (최종 건조수

축 변형률),  $\Delta f_{re}$ (PS 강제 릴랙세이션) 이며, 수식화 과정의 편의를 위하여 설계변수 벡터  $X = \{E_c, E_p, E_s, \dots\}^T$ 로 표시한다.

총 변형률  $\epsilon_{tot}$ 와 일정변형률  $\epsilon_o$ , 곡률  $\phi$ 의 관계를 규정하는  $\epsilon_{tot} = \epsilon_o + \phi y$ 의 양변을 설계변수  $X$ 에 관하여 편미분함으로써 총 변형률  $\epsilon_{tot}$ 의 설계변수  $X$ 에 관한 그래디언트를 계산한다.

$$\frac{\partial \epsilon_{tot}}{\partial X} = \frac{\partial \epsilon_o}{\partial X} + \frac{\partial \phi}{\partial X} y \quad (11)$$

식 (11)에서 총 일정변형률  $\epsilon_o$  및 총 곡률  $\phi$ 의 그래디언트  $\partial \epsilon_o / \partial X$ 와  $\partial \phi / \partial X$ 는 각각 콘크리트 크리프, 건조수축, PS 강제 릴랙세이션 및 하중작용에 대한 힘의 평형 및 모멘트 평형 관계식을 편미분하여 중첩함으로써 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_o}{\partial X} &= \frac{\partial \epsilon_o}{\partial X} \Big|_{creep} + \frac{\partial \epsilon_o}{\partial X} \Big|_{shrinkage} + \frac{\partial \epsilon_o}{\partial X} \Big|_{relaxation} + \frac{\partial \epsilon_o}{\partial X} \Big|_{load} \\ \frac{\partial \phi}{\partial X} &= \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_{creep} + \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_{shrinkage} + \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_{relaxation} + \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_{load} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 일정변형률  $\epsilon_o = \epsilon_o(X)$ , 곡률  $\phi = \phi(X)$ 이며,  $|_{,}$ 은 크리프, 건조수축, 릴랙세이션 및 하중작용에 각각 관련한 일정변형률 및 곡률을 의미한다.

응력  $\sigma$ 의 임의변수 벡터  $X$ 에 관한 그래디언트  $\partial \sigma / \partial X$ 는 응력-변형률의 선형영역 내에서  $\sigma = E_c \epsilon_{tot}$ 의 양변에  $X$ 에 관한 편미분을 취할 때 다음의 관계로 계산된다.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial X} = \frac{\partial E_c}{\partial X} \epsilon_{tot} + E_c \frac{\partial \epsilon_{tot}}{\partial X} \quad (13)$$

식 (9)에서  $\partial E_c / \partial X$ 는  $X = E_c$ 일 때 1이며,  $\partial \epsilon_{tot} / \partial X$ 는 식 (12)의 결과를 사용한다.

#### 4. 수치해석

식 (1)부터 (13)까지의 관계식을 통해 제시된 PSC 휨 부재의 응력 및 변형률에 대한 21개 설계변수의 민감도 해석과정의 정확성 및 적용성 검증을 목적으로 직사각형 단면에 대한 수치해석을 수행한다. 해석에 사용된 각 단면의 단면정수, 재료물성값, PS 강제 긴장력, 시간종속적 손실원인 인자 및 외적하중으로 구성된 21개 설계변수 값은 다음과 같다:  $E_c = 250000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $E_p = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ,  $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ,  $E_{ss} = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ,  $A_c = 2682 \text{ cm}^2$ ,  $A_p = 9.87 \text{ cm}^2$ ,  $A_{st} = 15.2 \text{ cm}^2$ ,  $A_{sc} = 15.2 \text{ cm}^2$ ,  $I = 1540680 \text{ cm}^2$ ,  $P_i = 68769 \text{ kg}$ ,  $M = 720000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ ,  $C_u = 2.35$ ,  $K_{sh} = 0.9$ ,  $K_{sh} = 0.754$ ,  $\epsilon_{shu} = 0.0006$ . 각 단면에 대한 시간종속적 거동 기간  $t = 250$ 일이다. 해석적 방법에 의한 민감도 해석결과는 각 설계변수에 1%의 변동을 더하여 계산된 수치해석적 방법에 의한 민감도 해석 결과와 각각 비교한다.

그림 1은 직사각형 단면의 제원 및 철근과 PS 긴장재의 배치위치를 보여준다. PS 강재의 편심배치에 따른 민감도 해석 결과의 변화를 분석하기 위해 긴장재는 단면의 중앙 도심으로부터  $e = 0 \text{ cm}$ ,  $e = -15 \text{ cm}$ ,  $e = -30 \text{ cm}$ 의 세 경우에 대한 해석을 수행한다.

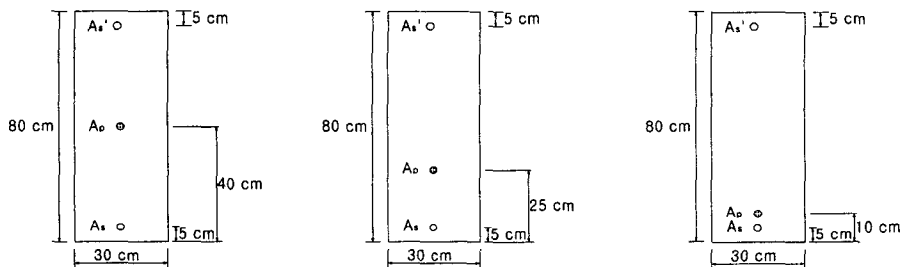


그림 1 직사각형 단면 제원

그림 2는 시간에 따른 총 변형률의 시간경과에 따른 변화를 보여준다. 단면깊이에 따른 변형률의 분포는  $e=0cm$ 에서 작용모멘트에 의해 발생하는 하향 곡률로부터 편심량이 증가함에 따라 상향곡률로 변화함이 보여진다.  $e=-15cm$  및  $e=-30cm$ 의 경우에서 단면깊이 좌표축이  $-40$ 부터  $+40$ 까지로 표시되지 않은 이유는 강재의 편심에 따른 환산단면 도심축의 영향 때문이다. 그림 3은 21개 설계변수의 총 변형률에 대한 그래디언트 값을 각각 보여준다. 해석적인 방법에 의해 계산된 그래디언트가 수치해석적 방법에 의해 계산된 그래디언트 결과와 매우 잘 일치함이 보여진다. 콘크리트 단면적, 단면 2차 모멘트, 콘크리트, 철근 및 PS 강재의 탄성계수는 다른 설계변수 값에 비교하여 변형률에 대하여 비교적 민감하지 않은 것으로 분석된다. 철근 및 PS 강선의 단면적과 배치위치는 재료정수 및 단면정수 값에 비교하여 비교적 큰 변형률에 대한 민감성을 갖는 반면 긴장재의 긴장력과 작용모멘트는 일반적으로 기대되는 민감정도 보다 작은 값의 민감도를 갖는 것으로 보여진다. 이는 수치해석이 작용하중이나 PS 강선의 긴장력에 의해 지배되는 단기간 거동해석이 아닌 비교적 적은 값의 작용 모멘트와 초기 긴장력을 갖는 PSC 휨 부재의 장기거동 해석에 대해 수행된 결과인 것으로 판단된다. 장기손실만을 고려하는 경우에 재료정수 및 단면정수 값과 철근 및 PS 긴장재의 각각의 단면적과 배치위치의 변형률에 대한 민감정도보다는 장기손실 원인인자의 민감도가 가장 높은 것으로 해석결과는 나타난다.

## 5. 결론

효율적 PSC 휨 부재 설계를 위해 요구되는 각 설계인자의 영향성 평가를 위한 민감도 해석을 수행하였다. 민감도 해석을 위해 요구되는 콘크리트 크리프, 건조수축, 릴랙세이션 및 하중작용에 의해 결과하는 변형률 계산은 네 변형률 발생원인에 대한 평형상태로부터 각 원인에 대한 일정변형률 및 곡률에 관한 관계식을 유도하였다. 시간중속적 보정탄성계수를 사용하지 않고 국내·외 시방서에서 규정하는 각 시간중속적 손실원인에 관한 실험식을 직접 적용함으로써 각 손실원인에 대한 민감도평가를 가능하게 하였다. 하중, 재료정수, 단면정수, 긴장력 및 장기손실 원인을 포함하는 21개 설계변수의

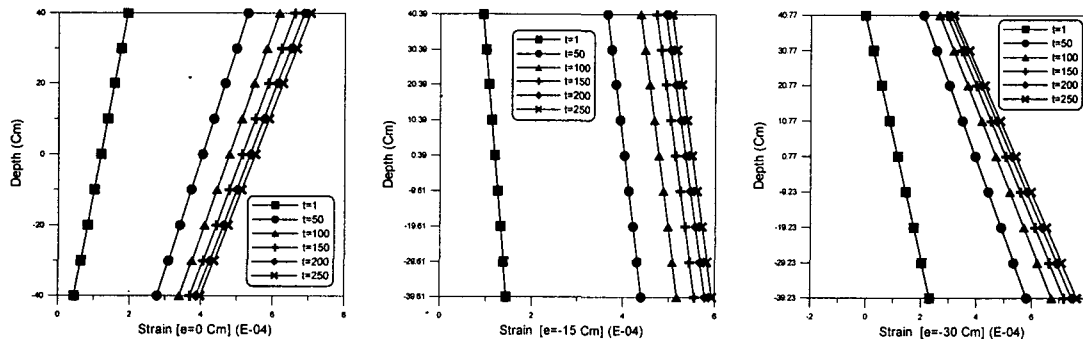
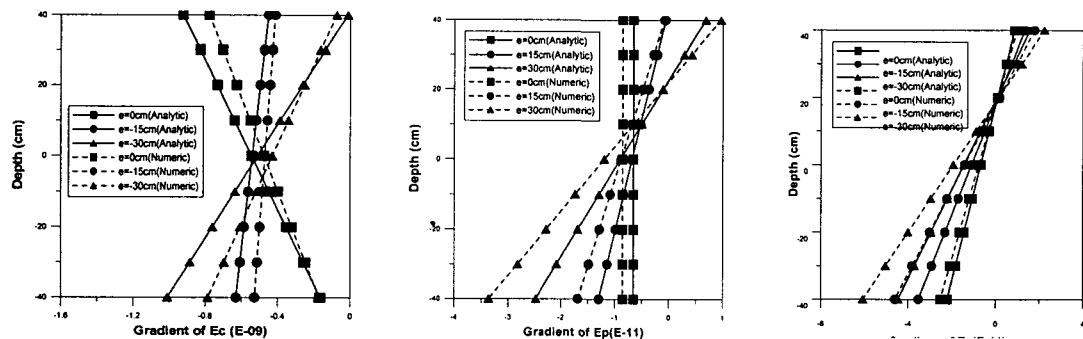
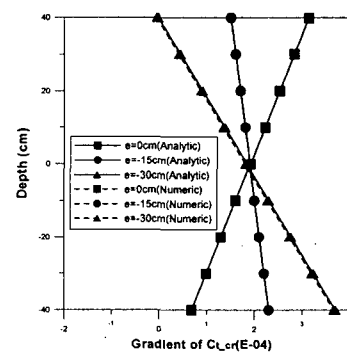
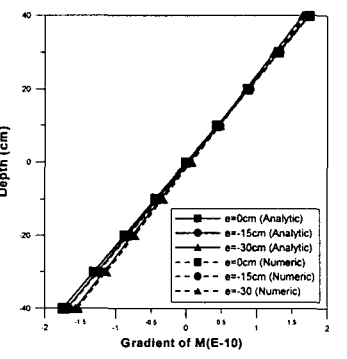
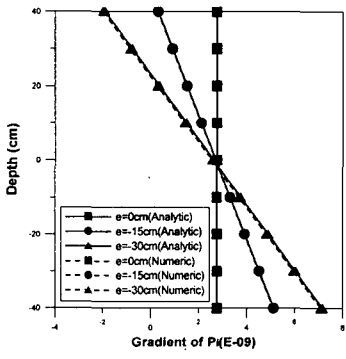
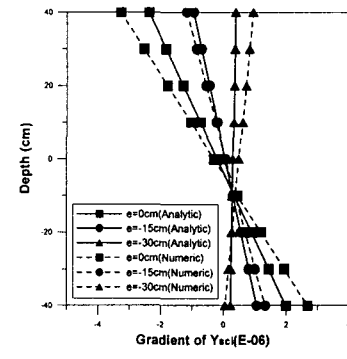
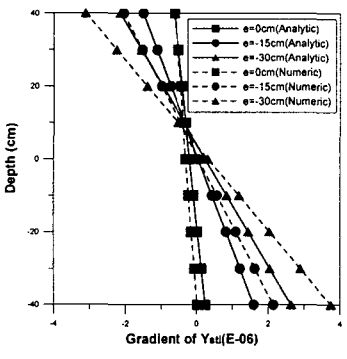
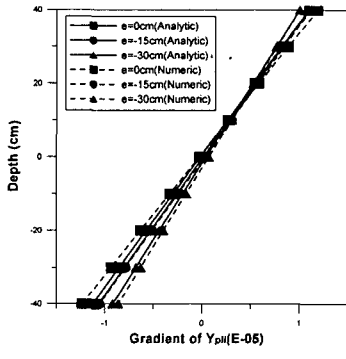
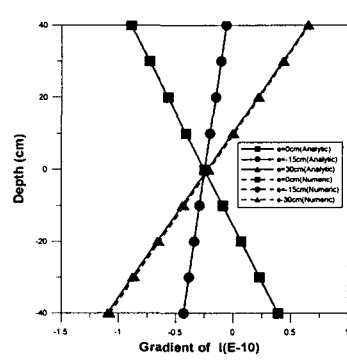
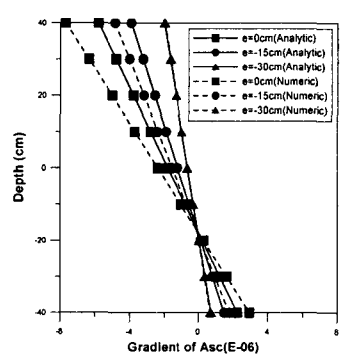
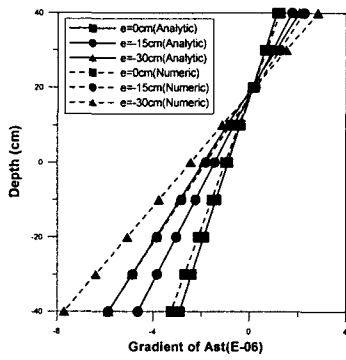
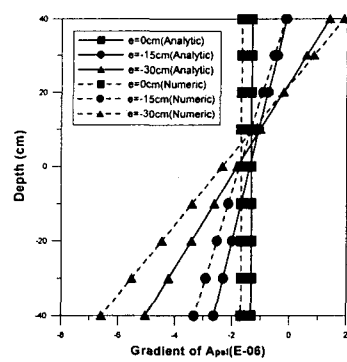
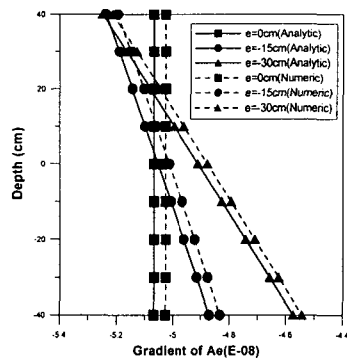
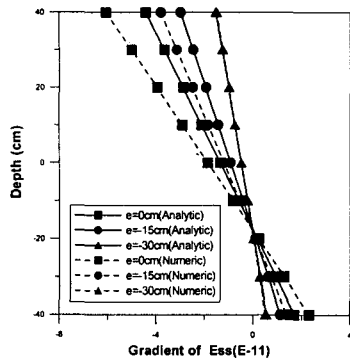


그림 2 직사각형 단면의 시간에 따른 총 변형률 분포





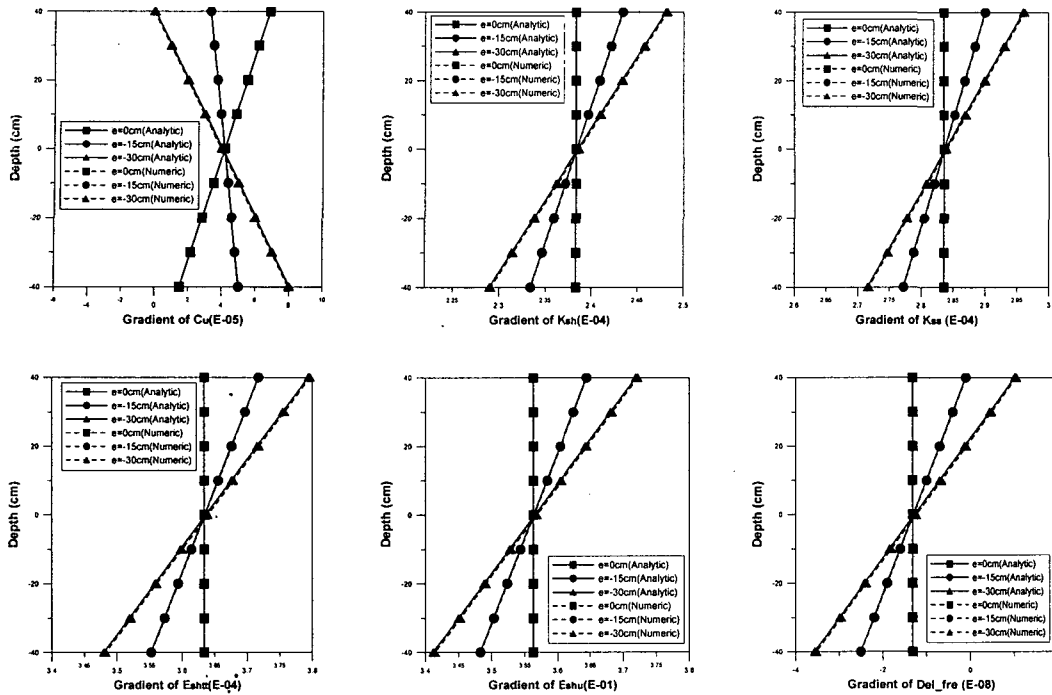


그림 3 직사각형 단면의 그래디언트 계산

변형률에 관한 민감도 해석을 위해 요구되는 변형률에 관한 각 변수의 그래디언트 계산 관계식은 임의단면의 임의 높이에 철근 및 PS 강선이 배치된 휨 부재 변형률 해석 관계식으로부터 확정적 형태로 유도하였다. 수치해석 예제로 적용된 시간중속적 거동을 하는 직사각형 단면 PSC 보의 민감도 해석결과는 시간중속적 손실원인인자, 철근 및 PSC 긴장재의 단면적 및 배치위치, 단면정수 및 재료정수 값의 순서로 민감도도를 나타내었다. 끝으로, 해석적 방법에 의해 계산된 결과를 수치해석적 방법에 의한 그래디언트 계산결과와 비교하였으며, 두 결과는 잘 일치하였다. 본 논문에서 수행된 민감도 해석방법은 효율적 설계를 위한 기본자료로 사용되는 적용성을 갖는 것으로 판단된다.

#### 6. 참고문헌

1. 이준자, "프리스트레스트 콘크리트 구조물의 장기 거동 및 신뢰성 해석", 건국대학교 토목공학과 박사학위논문, 2001.
2. 이봉구, 이준자, 김민주, 이용학, "PSC 구조물의 시간 종속적 거동해석 결과에 대한 신뢰도 해석", 한국콘크리트학회 가을 학술발표회 논문집, 제 12권 2호, 2000. 11, pp. 1043-1048.
3. Baznt, Z. P. "Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method", ACI Structure Journal, Vol. 69, No. 4, 1972, pp. 212-217.
4. Ghali, A " A Unified Approach for Serviceability Design of Prestressed and Nonprestressed Reinforced Concrete Structures " PCI Journal, Vol. 31, No. 2, March-April, 1986, pp. 118-137.
5. Ghali, A. "Stress and Strain Analysis in Prestressed Concrete A Critical Review", PCI Journal, Vol. 34, No. 6, November-December, 1989, pp. 80-97.
6. PCI Design Handbook, Fourth Edition, Precast/Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL, 1992, pp. 4.36-4.40.
7. ACI Committee, "Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effect in Concrete Structures", ACI Manual of concrete Practice, Part I, 1996.