

트러스 모델을 이용한 RC 부재의 변형 해석

Truss Models for Deformation Analyses of RC Members

홍 성 곁* 이 수 곤**
Hong, Sung Gul Lee, Soo Gon

ABSTRACT

This paper presents truss model that can be used to determine the deformation as well as strength of RC members. This model is constituted to address plastic hinge rotation at the deformation concentrated regions under severe lateral load. The behavior of each element of truss model is evaluated on the basis of stress field analysis. The deformation is obtained by combining element deformations with joint rotation. Initial strength is calculated at the first failure of any element, and strength deterioration after failure depends on the strength reduction of this element. The proposed model will provide useful tools in seismic design of ductility-required members.

1. 서론

지진하중과 같이 과도한 횡하중이 작용하는 구조물을 설계할 때, 구조물은 소성 변형에 의한 에너지 흡수를 통해 횡하중에 저항하도록 유도된다. 즉, 강도뿐만 아니라 변형능력이 구조물의 내진성능을 결정하는 중요한 요소가 된다. 역량설계법(Capacity Design)의 기본 원리는 연성도가 큰 부재에 변형이 집중하고 취성적인 부재가 단성 한계를 넘지 않도록 함으로써 구조물의 충분한 변형능력을 확보하게 하는 것이다. 일반적인 골조 구조물의 경우 이러한 원리에 따라 최하층 기둥의 아래쪽 단부와 보 단부에 소성힌지의 발생을 유도하여 접합부의 파괴나 기둥의 압괴와 같은 취성파괴가 발생하지 않도록 해야 한다.

기존의 트러스 모델은 각 요소의 파괴강도를 정의하여 부재의 극한강도를 계산하는 방법으로 전단이나 비틀림, 또는 응력상태가 복잡한 영역에서의 부재 설계에 편리하게 쓰여 왔다. 그러나 이를 이용해 충분한 변형능력이 요구되는 부재를 설계하기에는 한계가 있다. 본 연구의 목적은 소성힌지 영역을 포함한 부재 단부에서의 변형을 간편하게 산정함으로써 철근 콘크리트 휨 부재의 내진설계에 적용할 수 있는 트러스 모델의 개발에 있다.

해석 대상은 축력과 전단력의 영향을 받는 휨 부재로 국한했으며, 트러스 해석에 의한 변형과 접합부 회전으로 인한 변형을 더해 부재의 변형을 산정하였다. 부재의 초기 강도는 스트럿-타이 모델의 한 요소가 처음 항복했을 때 작용하는 전단력으로 산정하였으며 항복 이후 그 요소의 성질에 따라 저하되는 강도를 고려하였다. 주기하중에 의한 효과는 고려하지 않았다.

* 정회원, 서울대학교 건축학과 조교수

** 정회원, 서울대학교 건축학과 박사과정

2. 트러스 모델 구성

2.1. 부재 단부에서의 모델 산정

그림 1 은 축력과 횡력이 작용하는 부재 단부의 스트럿-타이 모델과 응력장의 기하학적 형상을 보여 준다. 그림 1 a)와 같이 모멘트가 0인 지점(inflexion point)에 접하중으로 전단력과 축력을 작용시켰고 이 지점에서 단부까지의 길이는 l 이다. 부재 단부에서의 변형을 산정하기 위한 스트럿-타이 모델을 그림 1 b)와 같이 구성하였다. 길이방향 인장 타이와 압축 스트럿 사이의 간격(jd)은 주근이 초기 항복할 때의 인장축 철근과 콘크리트 압축력 중심까지의 거리로 가정하였다.

각 요소에 작용하는 하중을 평형조건에 의해 구하였다. 요소들의 하중-변형 관계는 그림 1 c)의 응력장에 기초해서 제안하였으며 이를 이용해 부재 단부의 변형과 변형에 따른 부재의 강도를 산정하였다.

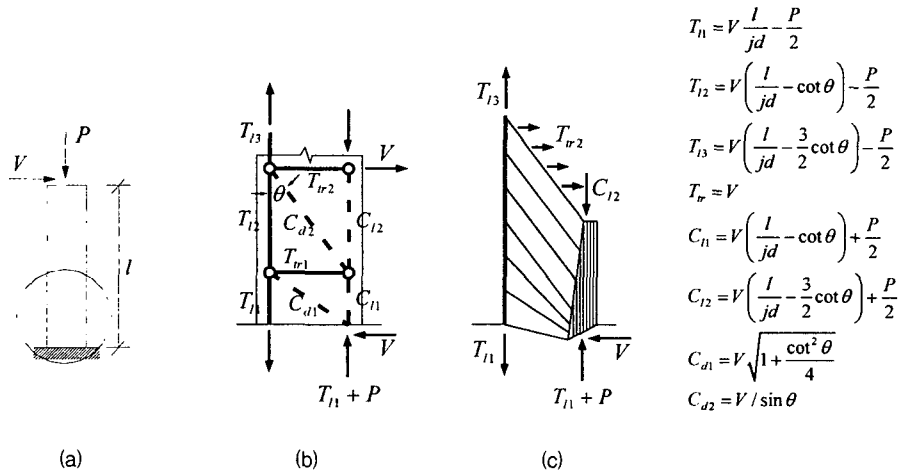


그림 1 모델 구성 및 요소에 작용하는 하중 (a) 해석대상부재, (b) 스트럿-타이 모델, (c) 응력장

$$\begin{aligned}
 T_{11} &= V \frac{l}{jd} - \frac{P}{2} \\
 T_{12} &= V \left(\frac{l}{jd} - \cot \theta \right) - \frac{P}{2} \\
 T_{13} &= V \left(\frac{l}{jd} - \frac{3}{2} \cot \theta \right) - \frac{P}{2} \\
 T_{14} &= V \\
 C_{11} &= V \left(\frac{l}{jd} - \cot \theta \right) + \frac{P}{2} \\
 C_{12} &= V \left(\frac{l}{jd} - \frac{3}{2} \cot \theta \right) + \frac{P}{2} \\
 C_{d1} &= V \sqrt{1 + \frac{\cot^2 \theta}{4}} \\
 C_{d2} &= V / \sin \theta
 \end{aligned}$$

2.2. 길이방향 타이 요소(Longitudinal Tie Element)

길이방향 타이 요소는 T_A , T_B , T_C 와 같이 균열이 하중방향과 수직으로 발생하는 인장 요소이다. 단면적은 인장축 주근의 단면적(A_{st})으로 산정한다. 이 요소의 변형은 균열 간격과 균열 폭에 의해 결정되며, 이러한 균열 정보는 철근과 이를 둘러싼 콘크리트 사이에 작용하는 부착응력과 미끄러짐 관계에 의해 구해진다. 전단력의 영향을 받는 부재에서 길이방향 타이요소의 균열간격은 다음과 같다.

$$S_l = \frac{A_{c,eff} f_t}{n \pi d_b f_b} \quad (1)$$

균열이 발생하기 시작하는 초기 부착강도(f_b)를 콘크리트의 인장강도(f_t)의 2배로, 부착응력이 전달되는 콘크리트의 유효면적($A_{c,eff}$)을 부재 단면적의 1/4로 가정하면, 식 (2)처럼 단순화시킬 수 있다.

$$S_l = \frac{d_b}{16\rho} \quad , \quad \rho = \frac{2A_{st}}{A_g} \quad (2)$$

균열이 발생한 이후, 한 균열간격 내부의 상태는 그림 2 와 같다. 부착응력이 0이 되는 지점으로부터 균열면까지의 거리를 x_0 로 정의하고, 이 지점 상하의 국부 부착응력을 부착강도(f_b)로 일정하게 분포한다고 가정하였다. 요소 내의 부착응력의 합은 그림 1.에서 대각선 스트럿 힘의 수직성분과 일치하므로 균열간격(S_l)과 x_0 의 관계는 식 (3)과 같다.

$$x_0 = \frac{S_l}{2} \left(\frac{u}{f_b} + 1 \right) \quad (3)$$

여기서, 전단력에 의해 발생하는 부착응력(u)은 T_n 인 경우 $u = V/(2n\pi d_b jd)$, T_2 또는 T_B 인 경우 $u = V/(n\pi d_b jd)$ 이다. 부착강도(f_b)는 철근의 변형이 증가함에 따라 감소하는데, 이러한 부착강도와 철근의 응력(f_s)과의 관계를 선형으로 단순화했다.

$$f_b = f_s(2 - f_s/f_y) \quad (4)$$

철근과 콘크리트 사이의 미끄러짐이 균열간격을 결정한다. 부착응력과 미끄러짐 사이에 식 (5)가 성립하며, 이를 이용해 균열간격을 구할 수 있다.

$$\frac{d\delta^2}{dx^2} = K_s f_b, K_s = 4 \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{A_{c,eff}} \right) \quad (5)$$

식 (5)를 이용해 구한 균열폭에 균열간격(S_l)을 나누면 변형율이 되며, 여기에 요소의 길이(l_e)를 곱해 요소의 변형을 산정한다.

$$\Delta T_l = \frac{l_e}{S_l} \left\{ \frac{T_l S_l}{E_s A_s} - \frac{1}{2} K_s f_b (2x_0^2 + S_l^2 - 2S_l x_0) \right\} \quad (6)$$

여기서, 요소의 길이(l_e)는 T_n 인 경우 $(jd \cot \theta)/2$, T_2 또는 T_B 인 경우 $jd \cot \theta$ 이다.

길이방향 타이 요소의 강도는 두 가지 성분이 고려된다. 첫째가 철근이 항복할 때의 강도로 $T_b = A_s f_y$ 이며, 둘째, 작용하는 부착응력(u)이 부착강도(f_b)에 도달할 때로, 식 (3)에서 x_0 가 균열간격(S_l)보다 커질 때이다. 항복한 이후 거동은 철근 응력의 증가(strain hardening)를 고려하지 않고 강도를 유지한 채 변형이 증가하는 완전 소성 모델로 가정하였다.

2.3. 길이방향 스트럿 요소(Longitudinal Strut Element)

길이방향 스트럿은 C_n 또는 C_2 와 같이 일축 압축력이 작용하는 요소로 단면적은 주근이 초기 항복할 때, 압축측 콘크리트 면적의 2/3를 취하였다. 일축압축을 받는 콘크리트는 응력-변형을 관계는 공시체 시험 결과를 사용할 수 있다. 그러나, 횡보강근 안쪽의 구속된 콘크리트는 이보다 큰 강도를 가지면서 연성거동을 하고, 바깥쪽 구속되지 않은 콘크리트는 이 강도에서 떨어져 나가 강도를 잃게 된다. 모델에서는 이 요소의 응력-변형을 관계를 구속 콘크리트의 연성 거동을 고려하면서 단순하게 표현하기 위해 콘크리트의 기준 강도(f'_c)와 탄성계수(E_c)를 가지는 탄성-완전소성 모델로 가정하였다.

2.4. 수평방향 타이 요소(Transverse Tie Element)

수평방향 타이는 T_{n1} , T_{n2} 와 같이 전단력의 영향에 의해 발생하는 인장 요소이다. 작용하는 하중은 부재에 작용하는 전단력(V)과 일치하며, 일반적으로 사용되는 부재의 전단강도는 이 요소의 강도를 의미한다. 기존의 전단강도식에서는 균열면을 지나는 모든 철근의 항복을 가정하고 실험에서 구해진 콘크리트 저항성분을 더하여 다음과 같이 표현하고 있다.

$$V_n = \frac{A_{sh} f_y jd}{s \tan \theta} + V_c \quad (7)$$

그러나, 이 값은 극한 강도만을 표현하고 있으며, 휨 변형과 전단 강도와의 관계는 표현하지 못한다. 전단 거동은 휨 변형과 관련되어 발생하므로 수평방향 타이 요소의 하중-변형 관계를 찾기 위해 휨

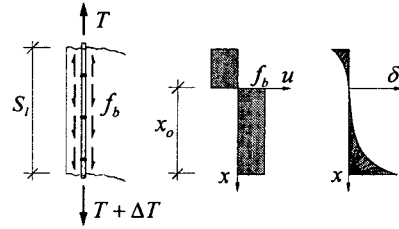


그림 2 길이방향 타이 요소의 변형

요소 변형을 고려해야 한다.

그림 3 은 전단균열면에서의 하중 및 변형간의 메커니즘을 표현하는데 이 면에서의 수평 저항 성분의 합은 전단력(V)와 일치한다. 수평방향 타이 요소에 작용하는 하중 및 변형 조건은 강제 운동을 근거로 산정하였다. 길이방향 타이 요소의 변형(Δ_{Tl})과 길이방향 스트럿 요소의 변형(Δ_{Cl})은 강제 회전량(rigid body rotation)을 결정했고, 여기에 강제 병진 변형(rigid body translation)에 의한 수평방향 타이 요소의 변형을 산정했다. 변형의 단위가 되는 대각선 균열의 균열 간격은 다음과 같다.

$$S_{\theta} = \frac{3d_{bh}}{16\rho_h \cos \theta} \quad (8)$$

여기서, d_{bh} 는 수평방향 철근의 지름이며 ρ_h 는 수평방향 철근비이다. 이러한 단위 내에서 길이방향 타이 요소의 변형량과 길이방향 스트럿 요소의 변형량은 각각 $\Delta_{Tl} = \epsilon_{Tl} S_{\theta} / \cos \theta$, $\Delta_{Cl} = \epsilon_{Cl} S_{\theta} / \cos \theta$ 이다. 여기서, Δ_{Tr2} 에 대해서는 이미 구해진 T_B 와 C_2 의 변형을 길이방향 요소의 변형으로 산정하지만, Δ_{Tr1} 에 대해서는 인장측 길이방향 요소로 T_2 요소의 변형을 사용하지만, C_1 요소는 접합부와 접한 부분이므로 접합부에서의 변형, 즉 단부 압축력에 의한 변형을 사용해야 한다. 수평방향 요소의 변형(Δ_{Tr})과 균열폭(w_{θ})과의 관계는 다음과 같다.

$$\Delta_{Tr} = \frac{w_{\theta} \cdot jd}{S_{\theta}} \quad (9)$$

요소의 하중-변형 관계는 길이방향 요소의 변형이 없을 때의 관계를 산정한 후, 길이방향 요소에 의한 영향을 고려한 관계를 균열면의 회전각과 부재 길이방향 변형으로 나누어 고려하였다.

우선, 길이방향 요소의 변형이 없다고 가정하면($\Delta_{Tl} = \Delta_{Cl} = 0$, 그림 3 (b)), 수평방향 철근의 응력과 균열면에서 콘크리트 마찰에 의한 전단응력⁽³⁾은 다음과 같다.

$$f_s = \frac{E_s \cos \theta}{S_{\theta}} \left(\frac{w_{\theta}}{\cos \theta} + \frac{S_{\theta}^2}{2} K f_b \right) \quad (10)$$

$$\tau_c = \frac{0.18 \sqrt{f_c'}}{0.3 + 24w_{\theta} / (a + 16)} \text{ (Mpa)} \quad (11)$$

따라서, 이때의 수평방향 타이 요소의 하중은 다음과 같다.

$$T_{Tr} = b jd (f_s \rho_h \cot \theta + \tau_c) \quad (12)$$

수평방향 철근이 항복할 때의 균열폭($w_{\theta y}$)을 식 (10)에서 구할 수 있으며, 이때의 수평방향 타이 요소의 하중(T_{Tr}) 및 변형(Δ_{Tr})은 각각 식 (12)와 식 (9)에서 구할 수 있다. 철근이 항복하기 전의 하중-변형 관계는 실제로 매우 큰 초기 강성을 가지지만 부재 전체의 변형에 큰 영향을 미치지 않으므로 선형으로 단순화 했다. 그리고, 항복한 이후의 관계는 콘크리트 전단응력에 의해 결정되며 변형 증가에 따라 하중이 감소한다.

길이방향 요소의 변형에 의한 회전량을 고려하면(그림 3 (c)) 수평 철근이 모두 항복하게 되는 균열폭(w_{θ}')은 회전이 없을 때의 균열폭($w_{\theta y}$)보다 증가하여 다음과 같다.

$$w_{\theta}' = w_{\theta y} + \frac{\Delta_{Tl} + \Delta_{Cl}}{2 \cos \theta} \quad (13)$$

부재 길이방향 변형(그림 3 (d))은 $(\Delta_{Cl} - \Delta_{Tl}) / 2$ 이 되고, 이 값은 균열면에서의 콘크리트 전단응력을 구할 때의 균열폭을 변화시킨다. 즉, 식 (11)에 w_{θ} 대신 식 (13)에서의 w_{θ}' 을 대입해야 한다.

$$w_{\theta}' = w_{\theta} - \frac{\Delta_{Tl} - \Delta_{Cl}}{2} \sin \theta \quad (14)$$

수평 타이 요소는 휨 요소의 변형이 증가함에 따라 강도는 감소하게 되며, 부재의 압축변형이 발생하면 콘크리트의 전단력 성분이 커져 강도가 증가하게 된다. 이 요소가 항복하게 되면, 부재에 작용하는 하중은 감소하게 되므로 다른 요소의 변형은 더 이상 증가하지 않고 이 요소에 의한 부재의 하중이 저하된 강도로 표현된다.

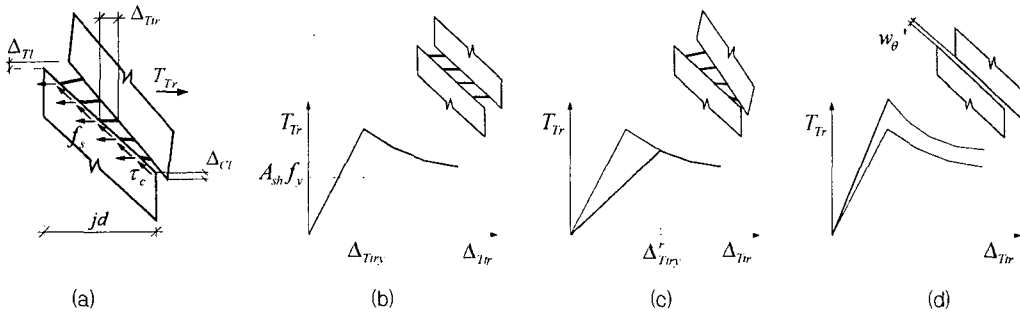


그림 3 수평 타이 요소의 하중-변형 관계 (a) 균열면에서의 평형 및 변형 관계, (b) 길이방향 변형이 없을 때, (c) 회전에 대한 강도 저하, (d) 길이방향 변형에 따른 콘크리트 전단응력 변화

2.5. 대각선 스트럿 요소(Diagonal Strut Element)

대각선 스트럿 요소는 C_{d1} , C_{d2} 와 같이 압축방향과 평행한 균열이 발생한 콘크리트 압축 요소이다. 이 요소의 하중-변형 관계는 Collins⁽³⁾ 등에 의해 제안된 압축력과 직각방향으로 인장변형이 발생한 콘크리트의 응력-변형을 관계를 사용하였다.

$$\sigma_2 = f_{2\max} \left[2 \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_c'} \right) - \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_c'} \right)^2 \right], \quad f_{2\max} = \frac{f_c'}{0.8 + 170\epsilon_1} \leq f_c' \quad (\text{MPa}) \quad (15)$$

C_{d1} 요소의 단면적은 $bjd / \cos \theta$ 이며, C_{d2} 요소의 단면적은 부재풀 응력장이므로 단면적이 변화하지만 편의상 $bjd / (2 \cos \theta)$ 로 가정했다. 압축력과 수직방향의 인장변형율(ϵ_1)은 2.4절에서의 수평 변형에 의해 (Δ_{Tr} / jd)와 같다.

3. 변형 및 강도 해석

부재의 변형은 트러스 요소의 변형에 의한 변형과 접합부에서의 회전량에 의한 변형의 합으로 표현할 수 있다. 부재 단부로부터 거리 $(3jd \cot \theta) / 2$ 지점, 즉 스트럿-타이모델의 상단부에서의 횡변위와 회전량으로 부재의 변형을 표현하였다.

스트럿-타이 모델의 각 요소의 변형에 의한 부재의 변형은 다음과 같다.

$$\Delta_{truss} = \Delta_{Tn} \left(\frac{\cot \theta}{2} \right) + \Delta_{Tl} \cot \theta + \Delta_{Cn} \sqrt{1 + \frac{\cot^2 \theta}{2}} + \Delta_{C2} \frac{1}{\sin \theta} + \Delta_{Tn} + \Delta_{Tl} \quad (16)$$

$$\theta_{truss} = (\Delta_{Tn} + \Delta_{Tl} + \Delta_{Cn} + \Delta_{C2}) / jd \quad (17)$$

접합부에서의 변형은 그림 4.에서와 같이 전단변형 형태로 나타난다. 이러한 접합부 변형은 부재에서 볼 때에는 주근이 뿔어져 나오며 콘크리트 압축부가 접합부로 들어가는 변형으로 식 (18)과 같이 회전량으로 산정할 수 있다. 만약, 접합부가 탄성 한계를 넘어서 소성 전단 변형이 발생하거나 접합부 내

에서 부착파괴가 발생한다면 접합부의 변형 해석을 해야 하지만 내진 설계시 접합부는 취성적인 부재로 구조물이 충분한 변형을 한 이후에도 탄성한계내에 있다는 가정하에서 식 (14)가 성립한다.

$$\theta_{joint} = \left(\frac{f_y}{E_s} - \frac{K_s d b f_y}{8} \right) \frac{d b f_y}{4 f_b} (4jd - 3d) \quad (18)$$

여기서, K_s 는 식 (5)에서의 값을 사용한다.

따라서, 모멘트가 0인 지점에서 부재 전체의 횡 변형은 두 가지 요소의 합으로 다음과 같다.

$$\Delta = \theta_{truss}(l - 3jd \cot \theta/2) + \theta_{joint} l + \Delta_{truss} \quad (19)$$

부재의 초기 강도는 한 요소가 항복할 때의 강도이나, 한 요소가 항복한 이후의 강도는 단순히 변형과의 관계로 산정되지 않는다. 휨 요소, 즉 길이방향 타이 또는 스트럿 요소는 항복 이후에도 강도를 유지하면서 변형만이 증가한다. 따라서, 휨 요소가 먼저 항복했을 때는 변형이 증가해서 전단 요소, 즉 대각선 스트럿 또는 수평방향 타이 요소가 항복할 때까지 초기 강도가 유지된다. 그러나, 전단 요소가 먼저 항복한 경우 휨 요소가 항복에 이르지 못하고 강도가 저하하게 된다. 전단 요소가 항복한 이후는 휨 요소의 변형은 증가하지 않으며 전단 요소의 변형이 증가함에 따라 부재의 강도는 저하하게 된다. 만약, 초기 강도가 부착 파괴에 의해 발생하면, 길이방향 타이 요소의 변형은 증가하지 않고 휨 균열 폭만이 증가하므로 전단 요소의 강도 저하를 발생시킨다. 따라서, 이러한 경우에도 전단 요소의 변형과 함께 강도가 저하한다. 초기 강도를 산정한 후 파괴 요소에 따라 이후 변형을 산정할 수 있다.

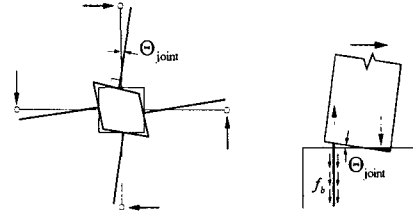


그림 4 접합부 회전에 의한 변형

4. 결론 및 기대효과

철근 콘크리트 부재 단면에서의 변형을 산정하기 위해 트러스 모델 각 요소의 하중-변형 관계와 이를 이용한 변형산정 방법을 제안하였다. 이로 인해 얻어진 결론 및 기대효과는 다음과 같다.

- (1) 응력장에서 나타나는 요소의 변형관계와 재료적 성질을 이용해 스트럿 및 타이 요소의 하중-변형 관계를 산정하였으며, 이를 이용해 전단력의 영향을 받는 휨 부재 단부에서의 변형과 변형에 따라 저하되는 강도를 산정할 수 있었다.
- (2) 현재 내진설계는 구조물의 변형능력을 가정하고 강도 위주의 설계가 이루어지고 있지만, 최근 구조물의 변형에 기초한 설계기법이 개발되고 있다. 이러한 추세에 적합한 부재의 내진설계 방법으로 편리하게 사용될 수 있을 것이다.

감사의 글

이 연구는 지진공학연구센터(KEERC) 연구과제 “내진 구조물을 위한 동적 스트럿-타이 모델”의 일환으로 수행되었음을 밝히며 지원에 감사 드립니다.

참고 문헌

- (1) Hong, S. G. and Lee, S. G., "Flexural Shear Strength and Deformation Models for Reinforced Concrete Columns", KEERC 2000 Annual Report, 2001. 1, pp. 192-203
- (2) IABSE Workshop, "Strut-and-Tie Model", University of Stuttgart 1993
- (3) Vecchio, F. J. and Collins, M. P., "Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Element Subjected to Shear", ACI Structural Journal, Vol.83, No.2, pp.219-231