

내력상태계수 개념을 도입한 철근콘크리트 보의 전단파괴 트리스모델에 관한 연구

A Study on Truss Model Incorporated with Internal Force State Factor for Shear Failure Mechanism in slender RC Beam

정 제 평^{*}
Cheong, Jae-Pyong

김 우^{**}
Kim, Woo

Abstract

This paper is to explain reasonable shear behavior that can apply usually to reinforced concrete beams on the basic concepts of existent analysis and experimental research information. This study is succession paper^{2) 3) 4) 5)} of treatise announced in existing, and main control variable of reinforced concrete beams with stirrups used internal force state factor(α). Shear failure of reinforced concrete beams with stirrups is influenced greatly because of the actual geometrical shape(a/d) of the concrete and flexural reinforcement steel ratio, stirrup reinforcement ratio and concrete compression strength, size effect etc. Therefore, shear behavior of reinforced concrete beams with stirrups that flexural crack is happened can be explained easily through proper extent proposal of internal force state factor(α) that express internal force state flowing. Use existent variable truss model by analysis model to explain arch action. Also, wish to compose each failure factors and correlation with internal force state factor by function, and when diagonal cracks happens, internal force state factor(α) study whether shear stress and some effect are.

1. 서론

철근콘크리트 보의 파괴 거동은 균열이 발생한 이후에는 보 이론으로 설명하기 힘든 내력상태가 나타난다. 그중 대표적인 현상이 하중 재하점에서 지점으로 갈수록 내부모멘트 팔길이가 줄어드는 아치 작용(arch action)이 현저해지는 거동이 나타나는데 이때 영향을 주는 인자로 기하학적 형상비(a/d), 휨 철근비(ρ_b), 수직 스테럽비(ρ_v), 단면형태(직사각형보, T형보, I형보), 콘크리트 압축강도(f_c), 크기 효과(size effect) 등을 들 수 있다. 이러한 내력상태를 해석하기 위한 이론으로 탄성보이론, 치아유사론, 아치유사론, 압축장 이론, 트리스 유사론, 전단압축이론 등이 있으며, 대부분 탄성 보이론과 실험적 자료를 근거로 구성되어 있다. 근래에 트리스 이론 또는 스트럿-타이 모델(Strut-Tie Model)등이 CEB-FIP Code와 ACI Code에 반영되는 등 전단이론과 해석모델에 큰 변화가 나타나고 있다. 이러한 상황에서, 너무 방대하고 다양한 해석과 기준의 출현은 설계관점에 혼돈을 초래할 수 있는 단점이 있어, 일반적으로 적용할 수 있는 해석모델 개발에 관심이 집중되고 있다. 본 연구는 전단파괴를 규명하기 위해 내력상태계수(α) 개념을 변각 트리스 모델에 적용하여 내부파괴각(θ), 전단위험단면, 상·하현재 트리스의 형태, 짧은 보의 처짐 등 내력상태에 대해 연구하고자 한다.

* 정희원, 전남대학교 토목공학과 박사과정

** 정희원, 전남대학교 토목공학과 교수

2. 철근콘크리트 보의 전단거동

2.1 내력상태계수(α)와 B구간의 Truss Model

내력상태계수(α)는 그림 1에서 보듯이 압축력 궤적함수의 지수로 전단지간 대 유효깊이 비(a/d)가 크면 0에 가깝고 a/d 가 작으면 1에 근접한다. 또한, 보의 초기 균열 단계에서 내부파괴각(θ)이 결정되어 파괴에 도달 할 때까지 균열각을 일직선으로 가정할 수 있고, 균열하중이후에 주응력 궤적은 급격하게 안정화구간에 도달한다^{4) 5)}. 복부 보강된 철근콘크리트 보의 경우, 전단 스테럽의 효과로 인해 복부 무 보강 보 보다 높은 하중단계에서 전단 파괴에 도달하며, 이는 위험단면의 위치와 내부 파괴각(θ)의 변화로 나타난다. 따라서, 내력상태계수(α)와 내부 파괴각(θ)과의 영향 관계를 파악하기 위해 실험적 방법과 해석적 방법을 결합한 트러스 모델을 사용하고자 한다. 아래 그림 1는 보의 내부 파괴각(θ)이 등각으로 발생하는 B 구간에서 내력상태계수(α)가 주어졌을 때 내부모멘트 팔길이(z_x)와 트러스 모델의 내부 파괴각(θ)과의 관계를 표현한 것이다.

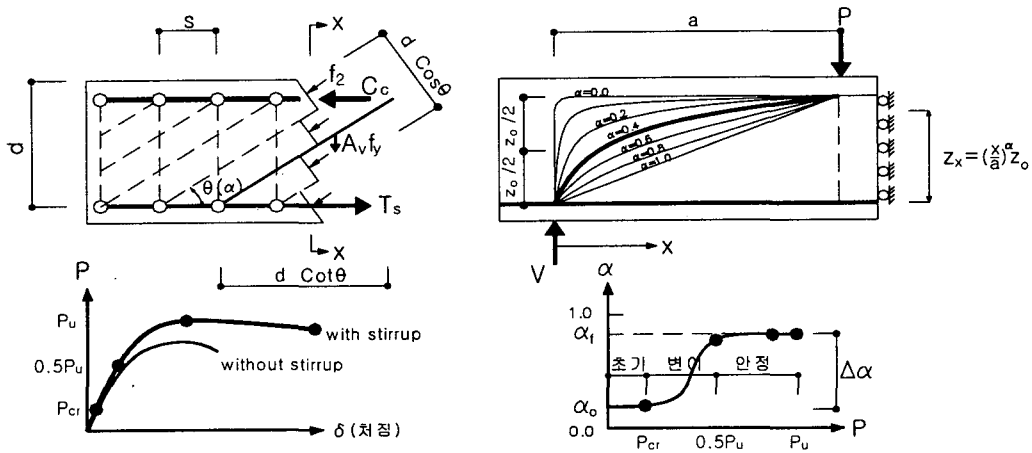


그림 1. B 구간 변각 트러스 모델과 하중 단계에 따른 내력상태계수

2.1.1 내부파괴각(θ)의 변화

철근콘크리트 균열 보의 응력상태를 계산하기는 힘들지만 발생하는 균열의 형태를 통해 내력상태를 평가할 수 있다. 즉, 보의 내력상태는 철근인장력, 균열각과 폭, 길이 변화를 관찰함으로써 이해할 수 있다. 이러한 실험적 관찰을 통해, 식 (1)과 같은 철근 인장력 변화^{2) 3)}을 알 수 있으며, 이것은 보에 따라 압축력 궤적이 일정하지 않고 그림 1과 같이 변화함을 의미한다. 따라서, 내력상태를 표현한 내력상태계수(α)와 내부파괴각(θ)과의 상관관계를 이해하기 위해서 실험적 결과를 트러스모델에 적용하여 이해하고자 한다. 실험적방법을 통해 얻어진 철근인장력 변화는 다음 식(1)과 같다.

$$T_x = \left(\frac{a}{x}\right)^\alpha \frac{M_x}{z_o} \dots \dots \dots \text{식 (1)}$$

그리고, 상현재가 수평인 트러스 모델에서 철근 인장력(T_s)와 상현재 압축력(C_c)은 다음과 같다¹⁾.

$$T_x = \frac{M_x}{z_o} + \frac{1}{2} C_{dh}(= V \cdot \cot\theta), \quad C_c = \frac{M_x}{z_o} - \frac{1}{2} C_{dh}(= V \cdot \cot\theta) \dots \dots \dots \text{식 (2)}$$

여기서, 식(1) = 식(2)로 놓고, $z \approx 0.9d$, V =상수로 놓으면 내부파괴각(θ)는 식 (4)와 같다.

$$\left(\frac{a}{x}\right)^\alpha \frac{M_x}{z_o} = \frac{M_x}{z_o} + \frac{1}{2} V \cot\theta \dots \dots \dots \text{식 (3)}$$

$$\therefore \theta = \text{Cot}^{-1} \left[\frac{2}{0.9} \frac{x}{d} \left[\left(\frac{a}{x} \right)^\alpha - 1 \right] \right] = 0^\circ \sim 90^\circ \quad \dots \dots \dots \text{식 (4)}$$

2.1.2 상현재 축력(C_c) 변화

트러스 상현재의 축력은 아치작용이 클수록 급격히 감소하며, 압축에서 인장으로 변하는 단면이 존재한다. 이러한 현상이 심해지면 지점축 상부에 압착(Crushing) 파괴가 일어나기도 한다. 따라서, 이러한 인장과 압축의 경계변화 위치를 파악하기 위해서 임의의 단면에서 모멘트에 관한 평형방정식을 정리하면, 상현재의 압축력이 0이 되는 위치를 다음 식(5)과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Sigma M_x = 0 ; & (C_c + C_{dh}) \times \left(\frac{x}{a} \right)^\alpha z_o = C_c \times z_o + C_{dh} \times \frac{z_o}{2} \\ \frac{C_c}{C_{dh}} = & \frac{\left(\frac{x}{a} \right)^\alpha - 0.5}{1.0 - \left(\frac{x}{a} \right)^\alpha}, \text{ 여기서 } \left(\frac{x}{a} \right)^\alpha = 0.5 \rightarrow x = 0.5^{\frac{1}{\alpha}} a, C_c = 0 \\ & \left(\frac{x}{a} \right)^\alpha = 1.0 \rightarrow x = a, C_{dh} = 0 \\ \therefore x \leq & 0.5^{\frac{1}{\alpha}} a, \quad 0 < \alpha \leq 1 \quad \dots \dots \dots \text{식 (5)} \end{aligned}$$

즉, $x \leq 0.5^{\frac{1}{\alpha}} a$ 구간에서는 상현재의 부재력이 압축력에서 인장력으로 발생한다는 것을 의미하며, 내력상태계수(α)가 커질수록 보 상단의 인장력 발생구간이 커짐을 알 수 있다.

2.1.3 대각부재의 부재력 변화

트러스 대각부재에는 상현재의 압축력이 균열사이의 대각부재를 따라 하부로 전달되는 과정에서 압축력이 발생하는데 최대축력이 발생하는 대각부재에서 임계균열(critical crack)이 발생한다. 집중하중을 받는 보의 대각부재 최대축력(C_d)은 대각부재 수평력($C_{dh} = T_s - C_c$) 함수의 미분 값이 0이 발생하는 곳에서 최대가 발생하므로, 다음 식(6), (7)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_{dh} = 2 \left(T_x - \frac{M_x}{z_o} \right) = & \frac{2V}{z_o} \left[x \left(\frac{a}{x} \right)^\alpha - x \right], \text{ 여기서 } V = \text{일정} \\ C_{dh}' = & \frac{2V}{z_o} \left[\left(\frac{a}{x} \right)^\alpha (1 - \alpha) - 1 \right] \\ \therefore x = & (1 - \alpha)^{\frac{1}{\alpha}} a, \text{ 여기서, } 0 < \alpha \leq 1 \quad \dots \dots \dots \text{식 (6)} \end{aligned}$$

위의 식 (4)에 식(6)을 대입하면, 트러스 내부파괴각(θ)는 다음과 같다.

$$\therefore \theta \geq \text{Cot}^{-1} \left[\frac{2(1 - \alpha)^{\frac{1}{\alpha}} a \left(\frac{a}{1 - \alpha} \right)}{z_o} \right] \quad \dots \dots \dots \text{식 (7)}$$

즉, 내력상태계수(α)를 이용하여 B 구간에서의 내부파괴각(θ)의 최소 값은 대각부재의 최대축력이 발생하는 $x = (1 - \alpha)^{\frac{1}{\alpha}} a$ 위치에서 발생하며, 이 위치를 전단위험 단면 위치로 볼 수 있다.

2.1.4 압축력 궤적의 접선각(θ_t)의 변화

압축력 궤적의 접선각(θ_t)은 압축력(ΣC) 궤적함수의 미분으로 식 (8)과 같이 구할 수 있다.

$$\therefore \theta_t \left(= \frac{dz}{dx} \right) = \left(\frac{1}{a} \right)^\alpha \cdot z_o \cdot a \cdot x^{(\alpha-1)} \quad \dots \dots \dots \text{식 (8)}$$

즉, 내력상태계수(α)가 1이 되면 $\theta_i = \frac{z_o}{a}$ 로 수렴하게 되며 압축력 궤적의 접선각은 $x \leq 0.5 \frac{1}{\alpha} a$ 구간 이하에서 급격하게 변하는데 이 구간을 응력교란구간(D 구간) 이라고 정의할 수 있다.

2.2 트러스 모델

그림 2에서 보듯이, 트러스 모델은 대각부재의 최대 축력(C_d)이 발생하는 위치 $x = (1 - \alpha) \frac{1}{\alpha} a$ 에서 내부파괴각(θ)으로 대각부재가 연결되어야 한다. 상현재의 좌측 절점은 상현재의 압축력(C_c)이 0이 발생하는 위치가 내력상태계수의 증가에 따라 지점에서 $x = 0.5 \frac{1}{\alpha} a$ 만큼 하중 재하점으로 이동한다. 마찬가지로, 하현재 우측 절점은 아치작용에 의해 철근 인장력 증가가 심할수록 T_o 구간이 지점 방향으로 Fan 형태로 넓어지는 D 구간이 나타나며, 내력상태계수(α)가 1이 되면 보의 전구간이 Fan 모양의 D 구간 트러스 모델이 된다. 그리고, 내력상태계수(α)가 커질수록 트러스 폭이 좁아지고 내력상태계수(α)가 1이 되면 보의 전구간에 철근 인장력이 T_o 가 되는 타이드-아치 상태(tied-arch state)가 되며 이를 표현한 모델이 기존의 스트럿-타이(strut-tie model) 모델이다.

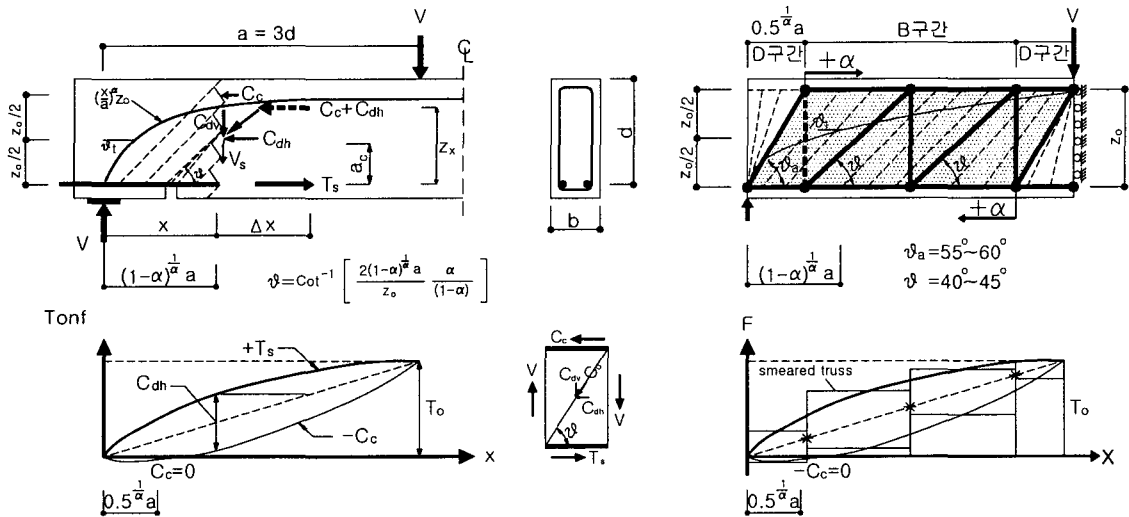


그림 2. 내력상태계수(α) = 0.4 일 때 아치작용과 트러스모델

2.3 내력상태계수(α)와 V/bd 의 관계

45° 트러스 모델¹⁾ (Ritter, 1899 & Morsch, 1902)에서는 수직 스테럽비(ρ_v)가 증가 할 수 록 비례적으로 전단철근의 전단강도가 증가하지만, B 구간의 내부파괴각(θ)은 항상 45° 가 아니므로 내부파괴각(θ)는 변하게 된다. 즉, 내력상태계수(α)에 따라 내부파괴각이 변하여 전단 스테럽비(ρ_v)에 따라 전단강도가 비례하지 않고 변한다는 것이다. 이러한 변화를 변각트러스 모델에서는 $Cot \theta$ 로 표현하였으며, 내력상태계수(α) 개념을 트러스 모델에 적용하면 전단강도(V/bd)와 $\rho_v \cdot f_y$ 와 관계를 다음 식(9)과 같이 정리 할 수 있다. 즉, 스테럽비가 증가 할 수 록 내력상태계수(α)가 감소하여 내부파괴각(θ)이 커져 전단강도가 비례적으로 증가하지 않고 그림 3과 같이 감소함을 알 수 있다.

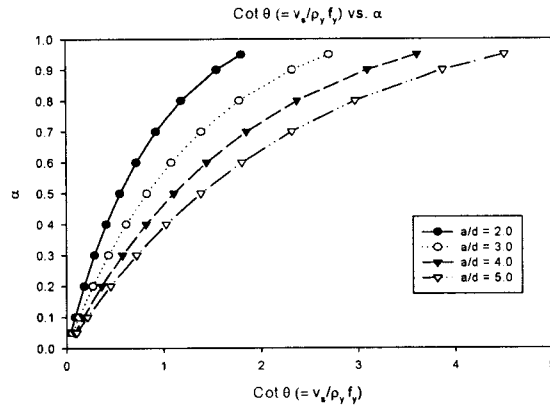


그림 3. $x = (1 - \alpha)^{\frac{1}{a}}$ 에서 $\alpha - \text{Cot } \theta$

$$\frac{V_n}{b_w d_o} = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d_o}{s \cdot (b_w \cdot d_o)} \text{Cot } \theta = (\rho_v \cdot f_y) \cdot \frac{2(1 - \alpha)^{\frac{1}{a}} a}{z_o} \left[\frac{1}{1 - \alpha} - 1 \right] \dots \dots \dots \text{식 (9)}$$

2.4 짧은 트러스 보의 내력상태계수(α)와 처짐(δ)

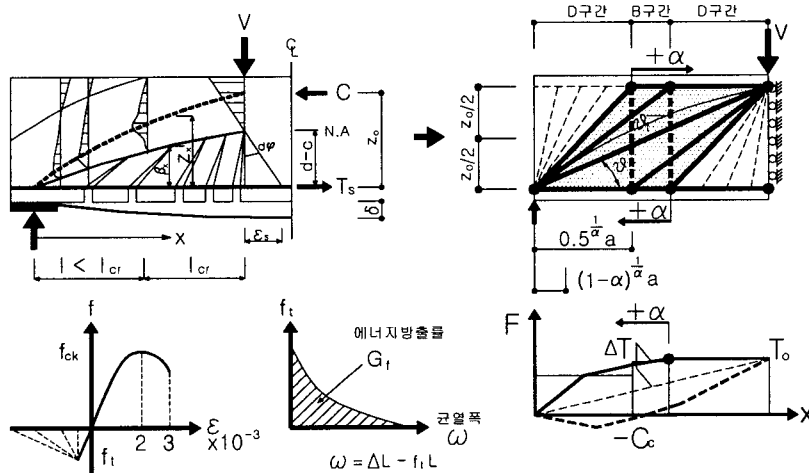


그림 4. 짧은 보의 내력상태계수(α)와 처짐

짧은 보에서는 내부파괴각(θ)으로 부재를 연결하면 하중점과 지점을 연결하는 대각부재가 설치되어 부정정 트러스가 된다. 이것은 하중점과 지점을 연결하는 대각부재(strut)로 주응력방향이 형성된다는 의미이다. 이러한 짧은 보는 그림 4와 같이 지점 측으로 철근의 인장력 증가가 크게 일어나 처짐이 현재 처짐 보다 크게 발생하게 된다. 그러나 현재의 처짐공식은 철근인장력 증가에 의한 영향을 반영하지 못하고 있다. 따라서, 내력상태계수(α)와 처짐(δ)과의 상관관계를 유도하기 위해서 기본가정을 다음과 같이 두고자 한다. 첫째, 균열 선 하단을 중립축(N.A)선으로 가정한다. 둘째, 중립축에서 철근까지 거리(β_x)를 내력상태계수(α)의 함수로 가정한다. 위 기본가정으로부터, 그림 4에서와 같이 철근의 인장력 증분치에서 곡률(dφ)을 계산하여 처짐을 유도하면 다음과 같다. 곡률은

$$d\psi = \frac{\epsilon_s}{d-c} = \frac{\epsilon_s}{\beta_x} \text{ 이므로, } a=L/2 \text{ 을 대입하면 다음 식(10)과 같다.}$$

$$\epsilon_s = \frac{T_s}{A_s} = \frac{\left(\frac{a}{x}\right)^\alpha T_o}{E_s A_s} = \frac{\left(\frac{a}{x}\right)^\alpha \cdot V \cdot x}{E_s \cdot A_s \cdot z_o}, \quad \beta_x = \left(\frac{x}{a}\right)^\alpha \beta_o (= d_o - c)$$

$$\therefore \delta(x) = \int \int \frac{\epsilon_s}{\beta_x} dx dx = \frac{V a^{2\alpha}}{\beta_o E_s A_s z_o} \int \int x^{1-2\alpha} dx dx \quad \dots \dots \dots \text{식 (10)}$$

$$= \frac{V}{2 \cdot \beta_o \cdot E_s \cdot A_s \cdot z_o \cdot (1-\alpha)} \left[\frac{a^{2\alpha}}{(3-2\alpha)} x^{3-2\alpha} - a^2 \cdot x \right]$$

3. 결론

가. 내력상태계수(α)를 이용하면 대각부재의 최대 수평력 (C_{dh})은 $x = (1-\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} a$ 에서 발생하고,

내부파괴각(θ)은 $\theta = \text{Cot}^{-1} \left[\frac{2(1-\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} a}{z_o} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \right]$ 으로 계산 할 수 있으며, 보의 지간 내 발생하는 내부파괴각(θ) 중 가장 작고, 이 위치를 전단위험단면으로 볼 수 있다.

나. 내력상태계수(α)에 따라 트러스 상현재의 압축력 $C_c = 0$ 가 발생하는 위치는 $x = 0.5^{\frac{1}{\alpha}} a$ 에서 발생하고, 그 이하구간은 압축력이 급격하게 변하며 D 구간(fan 구간)으로 설정 할 수 있다.

또한, α 가 증가할수록 B구간은 감소하고 D구간은 증가함을 알 수 있다. 즉, 기존의 트러스모델은 D구간과 B구간을 구별하여 적용하여야 하지만 내력상태계수(α) 개념을 도입하면 두 구간을 별도로 이해하는 개념을 통합 할 수 있다.

다. 지간이 짧은 보의 처짐은 내력상태계수(α)가 1에 도달할수록 즉 아치작용이 현저하게 일어날 수록 기존의 처짐공식을 적용하기 힘든 단면 응력상태가 나타나므로 이를 고려할 수 있는 방법으로 철근 인장력 증분에 의한 곡률을 계산하여 처짐을 유도 할 수 있다.

라. 내력상태계수의 하중단계별 안정성과 콘크리트 인장강성효과를 고려할 수 있는 방법이 연구되지 않았으며 차후 내력상태에 영향을 주는 인자와 결부된 후속 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

1. ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion(1998) Recent Approaches To Shear Design of Structural Concrete, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 124, No.11,6 pp. 1375-1417
2. Kim, D.-J, Kim, W., and White, R.N. (1998) Prediction of Reinforcement Tension Produced by Arch Action in Reinforced Concrete Beams, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 124, No. 6, pp. 611-622
3. Kim, D.-J, Kim, W., and White, R.N. (1999) Arch Action in Reinforced Concrete Beams - A Rational Prediction of Shear Strength, ACI Structural Journal, Vol. 96 No. 4, pp. 586-593
4. Kim, W., and White, R.N. (1999) Shear-Critical Cracking in Slender Reinforced Concrete Beams, ACI Structural Journal, Vol. 96 No. 5, pp. 757-765
5. Kim, W., and White, R.N.(1999) A Hypothesis for Localized Horizontal Shearing Failure Mechanism in Slender RC Beams, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 125, No. 10, pp. 1126-1135
6. Jenq, Y.S. and Shah, S.P. (1989) Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams - A Fracture Mechanics Approach. In Fracture Mechanics : Application to Concrete, V. Li and Z. P. Bazant, eds., American Concrete Inst.
7. Carpinteri, A. A fracture mechanics model for reinforced concrete collapse, IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, pp. 17-30
8. Bazant, Z. P. and Jaime, P. Fracture and Size Effect in concrete and Other Quasibrittle Materials, CRC, pp. 319-381