

기저함수 감소기법을 이용한 프리스트레스트 콘크리트 박스거더의 다단계 최적설계

Multi-level Optimization using Reduced Basis Technique for Prestressed Concrete Box Girders

조 효 남* 민 대 홍** 김 환 기*** 정 봉 교***
Cho, Hyo Nam Min, Dae Hong Kim, Hoan Kee Jeong, Bong Kyo

ABSTRACT

A multi-level optimum design algorithm for prestressed concrete (PSC) box girders is proposed in this paper. To save the numerical efforts, a multi-level optimization technique using model coordination method that separately utilizes both tendon profile design and section design is incorporated. And also, a reduced basis technique for the efficient tendon profile optimization is proposed in this paper. From the numerical investigations, it may be positively stated that the optimum design of PSC box girder based on the new approach proposed in this study will lead to more rational and economical design compared with the currently available designs.

핵심용어 : 기저함수 감소기법, 다단계 최적설계, 프리스트레스트 박스거더

KEYWORD : Reduced Basis Technique, Multi-level Optimization, PSC Box Girders

1. 서론

실제 PSC 박스거더교량의 경우 PS 강재의 배치는 PSC 교량의 설계에 상당히 지배적이다. 이러한 지배적 인자인 PS 강재의 배치는 상당히 복잡하고 까다로우며, 이에 관한 어떤 특별한 식도 없을뿐더러, 있다 하더라도 시공성을 고려할 수가 없는 이론적인 식에 불과하여 상당부분 경험이 많은 설계자의 직관에 의해 배치를 하게 된다. 또한 최적설계 방법면에서도 PS 강재와 콘크리트 단면의 설계가 동시에 수행되어 효율성면에서 한계를 가지고 있다. 이러한 PSC 교량의 최적설계에 대한 연구를 살펴보면, Gahtani(1993)¹⁾는 서로 다른 단면을 갖는 PSC 교량에 대한 연구를 하였고, Utrilla(1997)³⁾는 PSC 슬래브 교량에 대한 연구를, 그리고 Kirsch(1997)⁵⁾는 PSC 교량에 적합한 다단계 최적설계 알고리즘을 제안하였다. 하지만, 이러한 연구들은 단면 최적화에만 국한되었거나, PSC 교량의 구조거동에 가장 큰 영향을 끼치는 PS 강재의 배치를 현실적으로 고려하지 못한 알고리즘들로 이러한 최적설계 알고리즘의 대부분은 설계실무자에 의해 PSC 교량의 구조거동을 미리 계산하여 PS 강재를 일일이 직접 배치하거나, 이론적으로만 가능한 형태로 배치하여 최적설계를 하는 등, 실무제를 최적설계하기엔

* 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 교수

** 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 박사과정

*** 정회원, 한양대학교 토목·환경공학과 석사과정

적합하지 못한 이론적인 연구에 불과하였다. 따라서, 본 논문에서는 기저함수 감소기법(Reduced Basis Technique)을 사용함으로써 PS 강재의 실질적인 배치를 가능하게 하는 보다 합리적이고 효율적인 다단계 최적설계 알고리즘을 새롭게 제안하고자 한다.

2. 최적설계 문제의 정식화

본 연구에서 제안하는 PSC 박스거더의 다단계 최적설계 알고리즘은 PS 강재의 형상최적설계 단계와 콘크리트 주형 최적설계 단계로 이루어져 있다.

2.1 PS 강재의 형상최적설계

PS 강재의 형상최적설계 단계에서는 PSC 교량의 구조거동에 가장 큰 영향을 미치는 PS 강재의 배치를 최적화 하는 단계로서, 특히 일반적인 실구조물(부정정 연속보)의 경우 가장 배치하기 어려운 완화구간에서의 PS 강재 배치를 합리적으로 고려할 수 있도록 기저함수 감소기법(Reduced Basis Technique)을 이용한 최적설계를 수행함으로써 구조거동에 가장 적합한 배치를 가능하게 하였다. 특히, 실질적인 설계를 위하여 PS 강재의 곡률과 파상마찰에 의한 즉시 손실을 고려하였다.

2.1.1 설계변수

PS 강재의 형상최적설계 단계에서는 각 기저함수에 대한 가중치(W_i : i-th weight factor)를 설계변수로 두어 최적설계를 수행하였는데, 본 논문에서 쓰인 기저함수는 마찰 손실을 줄이기 위해 완화곡선을 2차 함수로 가정한 형상(f_1)과 설계하중에 의한 모멘트로부터 PS 강재 배치의 상한치와 하한치를 계산하고 적절히 조합하여 PS 강재를 배치하는 실무에서 사용하는 PS 강재 배치 방법으로 실제 하중에 따른 PS 강재 형상과 기존 연구³⁾에서 사용된 2·3차 곡선식을 변곡점의 위치에 따라 형성한 형상(f_2, f_3, f_4, f_5)들을 각각의 기저함수로 선정하였다.

2.1.2 목적함수

PS 강재의 배치는 설계하중에 의한 모멘트선도에 가장 지배적인 영향을 받으므로 식 1과 같이 PSC 박스거더의 설계하중에 의한 모멘트선도와 PS 강재에 의한 모멘트선도와와의 편차가 최소화 되도록 목적함수를 구성하였다.

$$F(x) = \sum_{i=1}^m \sqrt{\sum_{j=1}^n (M_o^j - W_i \cdot M_i^j)^2} \quad (1)$$

여기서, m = 기저함수의 개수; n = 전 경간을 단위길이로 나눈 각 절점의 수; M_o^j = 설계하중에 의한 j 절점에서의 모멘트; M_i^j = i 번째 PS 강재 형상에서 PS 강재에 의한 j 절점에서의 모멘트; W_i = 각 기저함수의 의사 가중치; w_i = 각 기저함수의 가중치($w_i = W_i / \sum_{i=1}^m W_i$)

2.2 주형 최적설계

주형최적설계 단계에서는 PS 강재의 형상 최적설계단계에서 결정된 PS 강재의 최적배치에 대한 비율을 이용함으로써 설계조건에 따른 콘크리트 단면의 변화에 따라 PS 강재의 최적배치를 가능하게

하였으며, 이에 따른 PS 강재량과 콘크리트 단면치수를 최적화 함으로써 더욱 효율적인 최적설계를 수행할 수 있게 하였다.

2.2.1 설계변수

주형 최적설계 단계에서는 다음 그림 1에 나타낸바와 같이 콘크리트 박스거더의 높이(h), 폭(B), 플랜지 두께(t_1), 웨브의 두께(t_2), 그리고 PS 강재량(A_p)을 설계변수로 정하여 최적설계를 수행하였다.

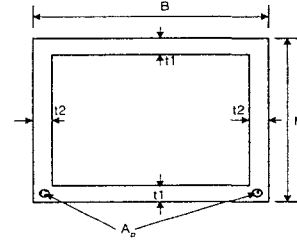


그림 1 PSC 박스거더 단면

2.2.2 목적함수

주형 최적설계 단계에서의 목적함수는 PSC 박스거더의 제작비용함수로 특히, PS 강재의 제작비용은 PS 강재와 정착부 그리고 그 외의 제작비용을 포함하여 다음 식 2와 같이 정식화하였다.

$$F(X) = C_c V_c + C_{ps} W_{ps} \quad (2)$$

여기서, V_c =콘크리트의 부피(m^3); W_{ps} =사용한 PS 강재의 중량(ton); C_c =콘크리트의 단위 부피당 비용(75,000원/ m^3); C_{ps} =PS 강재의 단위 중량당 비용(1,870,000원/ton)

2.2.3 제약조건

PSC 박스거더의 콘크리트 주형 최적설계 단계에서의 제약조건은 도로교 설계기준(건설교통부,2000)⁹과 도로설계 실무편람(도로공사,1996)⁷을 기준으로 다음 표 1과 같이 정식화하였다.

표 1 주형 최적설계단계의 제약조건

설 계	제 약 조 건	기 호 설 명
최대 압축응력	$G_1 = f_c / f_{ca} - 1 \leq 0$	f_c = 압축응력, f_{ca} = 허용 압축응력 ($0.4f_{ck}$)
최대 인장응력	$G_2 = f_t / f_{ta} - 1 \leq 0$	f_t = 인장응력, f_{ta} = 허용 인장응력 ($1.5\sqrt{f_{ck}}$)
처짐	$G_3 = \delta / \delta_a - 1 \leq 0$	δ = 주어진 하중조건에 의한 처짐, δ_a = 허용처짐 ($l/800$)
PS 강재의 허용응력	$G_4 = f_{ps} / f_{psa} - 1 \leq 0$	f_{ps} = PS강재의 응력, f_{psa} = PS강재의 허용 응력 ($f_{psa}=0.8f_{py}$)
단면 최소두께	$G_5 = t_i / t_{i_{min}} - 1 \leq 0$	t_i = 사용 단면 치수, $t_{i_{min}}$ = 최소 단면 치수

3. 최적설계 알고리즘

본 연구에서는 효율적이고 합리적인 최적설계를 가능하게 할 수 있도록 기저함수 감소기법과 조정법을 이용한 최적설계 알고리즘을 그림 2와 같이 구성하였다. 본 최적화 알고리즘에 사용한 최적화 기법으로는 효율성이 뛰어난 순차적 선형최적화(SLP: Sequential Linear Programming)방법과 황금분할법을 사용하였다. 이와 같은 알고리즘은 국부 최적화기법들을 부프로그램으로 형성하고 있는 ADS (Automated Design Synthesis)(G. N. Vanderplaats, 1985)를 이용하여 수행하였고, PS 강재 형상최적설계단계와 주형최적설계단계의 구조해석기로는 등가하중법(Equivalent load method)을 이용한 유한요소 구조해석프로그램을 개발하여 사용하였다.

3.1 기저함수 감소기법(Reduced Basis Technique)

본 연구에서 PS 강제 형상 최적설계에 사용한 기저함수 감소기법은 기존의 경험과 지식을 바탕으로 이루어진 설계자료를 활용하여 적은 수의 설계변수 즉 각각의 기저함수에 대한 가중치를 최적화하여 보다 개선된 설계 결과를 얻는 방법이다. 이러한 설계결과들은 그 설계조건에 대해 상당히 합리적이고 타당한 값들로써 최적값에 근접한 근점 최적해(near optimum)라고 할 수 있다.

Y^1, Y^2, \dots, Y^B 는 설계값들을 저장하고 있는 벡터로써 각 요소는 상당히 많은 설계변수를 저장하고 있다. 이러한 벡터들은 식 3과 같이 선형조합으로 표현이 가능하고, 이에 대한 가장 적합한 조합 벡터들을 구함으로써 최적값을 구하게 된다.

$$Y = Y^c + \sum_{i=1}^B X_i Y^i \quad (3)$$

여기서, B = 기저함수의 개수; Y^c = 일반적으로 더해지는 상수 벡터; X_i = 가중치 벡터(weight factor vector), $X_i = [a_i, \dots, a_B]^T$; Y^i = i -th 기저함수 벡터

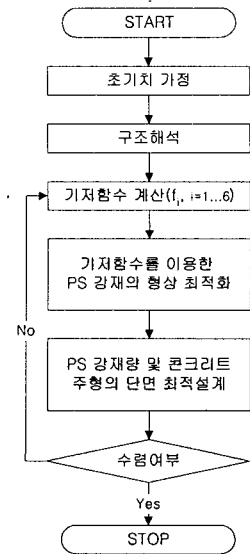


그림 2 제안한 알고리즘

기저함수 감소기법은 Y^i 의 설계변수가 X_i 의 설계변수의 개수 보다 많을 경우 상당히 효과적이고 효율적인 방법으로써, 기저함수인 Y^i 가 근점최적해로 이루어져 있을 경우 이 방법을 사용하면, 그 조합벡터인 Y 의 설계값은 진정한 최적값(true optimum)을 갖게 된다.⁴⁾

3.2 조정법(Model coordination method)

조정법(Model coordination method)은 원래 최적화 문제를 구조물의 구조적 특성에 따라 여러개의 하위 최적화 문제로 나누어 전체 최적화 문제와 하위 최적화문제와의 상호연관성을 고려하면서 최적 설계를 수행하는 방법으로 상당히 효율적인 최적설계방법으로 알려져 있다. 따라서, 본 논문에서는 PSC 박스거더를 PS강재의 형상최적설계 단계와 콘크리트주형 최적설계단계로 나누어 최적설계를 수행함으로써 알고리즘의 효율성을 높이고자 하였다.

4. 적용에 및 고찰

4.1 대상구조물의 일반사항

본 연구에서는 다음 표 2와 같은 가상의 3경간 연속 PSC 박스거더(3@50=150m)의 예제를 기존의 기저함수들을 이용한 최적설계결과와 기저함수 감소기법을 이용한 최적설계 결과를 비교하였다.

표 2 대상구조물의 제원

분 류	제 원	분 류	제 원
지간장	3@50 = 150m	설계하중	사하중, 활하중(DL-24)
PS 강재량	$2.635 \times 10^{-3} (m^3)$	사용재료	$f_{ck} = 400 \text{ kg/cm}^2$
PS 강재의 종류	KSD 7002	마찰 계수	$\mu=0.25(\text{rad}), k=0.0049(/m)$

4.2 결과 및 분석

본 연구에서 제안한 기저함수 감소기법을 이용한 최적설계 결과를 표 3에 정리하였다. 그림 3은 PS 강재의 형상을 나타내었고, 그림4는 각각의 PS 강재 형상에 따른 마찰 손실을 나타내었다.

표3. 최적설계 결과

분 류		기저함수1	기저함수2	기저함수3	기저함수4	기저함수5	조합함수
ps 강재의 형상 최적설계	가	기저함수1	1	0	0	0	0.00
	중	기저함수2	0	1	0	0	0.00
	치	기저함수3	0	0	1	0	0.79
		기저함수4	0	0	0	1	0.00
		기저함수5	0	0	0	0	1
콘크리트 주형의 최적설계	ps 강재량(cm ²)	3.00	3.17	2.24	2.53	2.81	2.69
	플랜지폭(m)	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
	복부높이(m)	7.36	7.31	7.43	7.44	7.31	7.19
	플랜지두께(m)	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
	복부두께(m)	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
목적함수(만원)		3427	3409	3441	3451	3401	3340

표 3과 그림 3에서 보는 바와 같이 PS 강재의 형상 최적설계에서는 가장 완만한 형상을 취하고 있는 기저함수 3이 79%의 가중치로 가장 지배적인 효과를 가지고 있어 조합함수에 의한 PS 강재 형상은 가장 완만한 형상에 내부지간의 변곡점의 위치가 내부 지점쪽으로 약간 이동한 형상을 보이고 있다. 또한 그림 4에서 나타낸바와 같이 PS 강재 형상에 따른 마찰 손실율이 가장 작게 나와 있는 것으로 보아 본 논문에서 제안한 기저함수 감소기법을 이용한 알고리즘에 의한 최적설계 결과는 PS 강재에 의한 유효프리스트레싱력이 최적의 능력을 발휘할 수 있도록 최적형상을 구현한다는 것을 알 수 있었으며, 이로 인한 최적설계는 가장 경제적인 결과를 가져온다는 것을 알 수 있었다. 주형의 최적설계 결과에서 PSC 박스거더 설계에 가장 민감한 설계변수는 거더의 높이로서 각 기저함수에 의한 최적설계에서는 7.31m ~7.44m 까지 나타나고 있으나 조합함수에 의한 최적설계 결과는 7.19m로 가장 적은 값을 가지며 목적함수 또한 3340만원으로 기저함수 4에 의한 결과 3451만원 보다 5% 적은 값을 보여 주고 있다. 그러나 PS 강재량은 2.69cm²로 기저함수 3의 2.24cm² 보다 약 20% 더 많은 강재가 사용되어 거더 높이의 변화가 PS 강재량의 변화보다 비용함수측면에서 더욱 민감하다는 사실을 알았으며 본 예제에서는 단면이 현실 가능한 형태로 나오지는 않았지만 PSC 박스거더의 설계에서 거더의 높이를 가능한 최소로 하는 PS 강재의 배치가 이루어지는 것이 가장 경제적인 PSC 박스거더의 설계를 유도 함을 알 수 있었다.

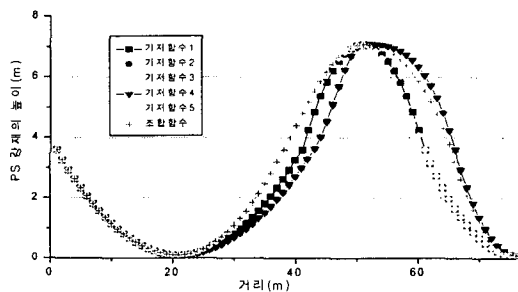


그림 3 각함수에 따른 PS강재의 형상

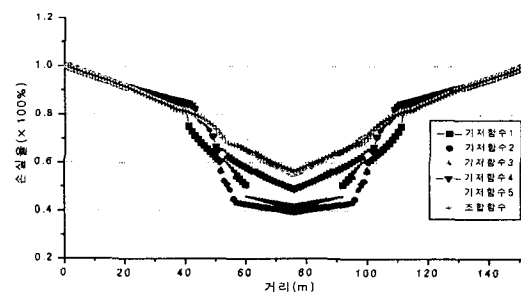


그림 4 기저함수에 따른 손실율(×100%)

5. 결론

본 연구에서는 PS 강재의 배치와 주형단면의 최적설계를 효과적이고 합리적으로 수행하기 위한 최적설계 알고리즘을 제안하고 이를 가상의 적용예를 통하여 최적설계를 수행하였다. 이에 따른 결론은 다음과 같다.

- 1) PS 강재 형상을 최적화하기 위해 기존의 설계 자료를 사용하는 기저함수 감소기법은 근사적인 최적설계에서 매우 실용적인 방법이다.
- 2) PS 강재 형상은 마찰손실에 의한 영향이 매우 지배적이므로 이를 줄일 수 있는 형상이 구조적으로 유리하며, PS 강재에 의한 프리스트레싱력을 효과적으로 발휘할 수 있다.
- 3) PSC 박스거더는 높이에 가장 민감하므로 합리적으로 PS 강재를 배치하면 거더의 높이를 줄여 경제적인 설계 결과를 가져올 수 있다.
- 4) 본 연구에서 제안하는 최적설계 방법은 실질적인 PSC 박스거더교량 설계시 적용한다면 매우 효율적으로 사용할 수 있는 실용적인 방법이다.

※ 감사의 글

본 연구는 학술진흥재단 “두뇌한국21(BK21)”과 (주)서영기술단 “PSC 박스거더교량의 최적단면설계 프로그램 개발” 의 연구비 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

※ 참고문헌

- 1) A. S. Al-Gahtani, S. S. Al-Saadoun & E. A. Abul-Feilat(1995), “Design Optimization of Continuous partially prestressed concrete beams”, *Computer & Structures*, Volume 35, No. 2, Pages 365~370.
- 2) G. N. Vanderplaats(1985), “ADS: A FORTRAN Program for Automated Design Synthesis, Engineering Design Optimization”, Inc., Santa Barbara, California.
- 3) M. A. Utrilla and A. Samartin(1997), “Optimized design of the prestress in continuous bridge decks”, *Computers & Structures*, Volume 64, Issues 1-4, 8 July, Pages 719-728
- 4) S. S. Rao(1996), “Engineering Optimization”, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- 5) U. Kirsch(1997), “Two-level optimization of prestressed structures”, *Engineering Structures*, Volume 19, Issue 4, April, Pages 309-317
- 6) 건설교통부(1999), 콘크리트 구조설계기준
- 7) 한국도로공사(1996), 도로설계 실무편람
- 8) 한국전산구조공학회(1998), PS 콘크리트교량의 해석 및 설계
- 9) 한국도로교통협회(2000), 도로교 설계기준