

철근콘크리트 보의 전단마찰모델

Shear-Friction Truss Model for Reinforced Concrete Beams

홍 성 곁*
Sung-Gul Hong

하 태 훈**
Taehun Ha

ABSTRACT

This paper presents a new model, called the "shear-friction truss model," for slender reinforced concrete beams to derive a clear and simple equation for their ultimate shear strength. In this model, a portion of the shear strength is provided by shear reinforcement as in the traditional truss model, and the remainder by the shear-friction mechanism. Friction resistance is derived considering both geometrical configuration of the rough crack surface and material properties. The inclined angle of diagonal strut in the traditional truss model is modified to satisfy the state of balanced failure, when both stirrups and longitudinal reinforcement yield simultaneously. The vertical component of friction resistance is added to the modified truss model to form the shear-friction truss model. Test results from published literatures are used to find the effective coefficient of concrete strength in resisting shear on inclined crack surfaces.

1. 서론

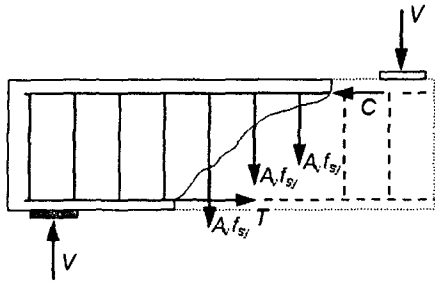
철근콘크리트 부재의 전단해석과 그에 따른 설계에는 여러가지 요소가 복합적으로 작용하고, 그 메커니즘이 복잡하기 때문에 아직도 규명되어야 할 부분이 많이 남아있다. 지금까지 많은 연구가 진행되어 왔음에도 불구하고 그 대부분이 실험적인 방법에 의존하고 있는 사실이 전단연구의 어려움을 단적으로 보여준다고 할 수 있다. 현재 많은 설계기준에서 철근콘크리트 부재의 공칭전단강도를 다음의 식으로 표현하고 있다 [1].

$$V_n = V_c + V_s \quad (1)$$

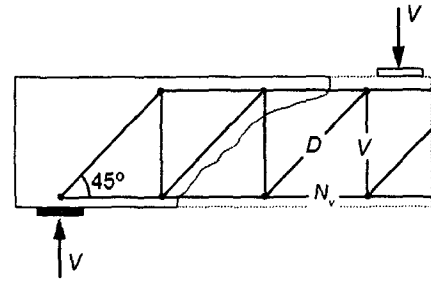
$$V_c = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d \quad (2)$$

(식1)에서 V_c 와 V_s 는 각각 콘크리트와 전단철근이 분담하는 성분이다. V_s 는 2장에서 설명할 트러스모델에 의해서 구할 수 있으나, (식2)의 V_c 는 실험 결과에 근거한 안전측으로 결정한 값이다. 이 값은 전단철근으로 보강되지 않은 단순지지보의 실험값과 비교했을 때, 주근의 양이 많은 경우에는 안전측 설계가 되지만, 반대로 주근의 양이 적은 경우에는 강도를 과대 산정하는 결과를 가져온다 [2]. 본 논문에서는 전단마찰 메커니즘을 이용하여 V_c 를 산정하였다. 균열이 발생한 철근콘크리트 부재에서 콘크리트가 전단에 저항하는 부분은 균열 사이에서 전달되는 힘에 의존한다는 가정 하에 그 크기를 콘크

* 정회원, 서울대학교 건축학과 조교수
** 정회원, 서울대학교 건축학과 박사과정



[그림1] 경사균열면에 작용하는 내부 힘



[그림2] 철근콘크리트 보의 트러스모델

리트 강도와 균열의 접촉면에 비례한다고 두고 방정식을 유도하였다. 또한 기존의 트러스모델도 균열의 발생 각도를 주근과 전단철근이 동시에 항복하는 상태를 기준으로 수정하여 적용하였다.

2. 트러스모델

[그림1]과 같이 외부 하중을 받아 균열이 발생한 부재의 내부에는 응력의 재분배 현상이 발생하기 때문에 탄성해석을 이용해 부재의 전단강도를 구하는 것은 불가능하다. 트러스모델은 전단철근이 있는 부재에서의 힘의 흐름을 보여주기 때문에 이러한 경우에 많이 사용된다. [그림2]의 트러스모델은 여러 개의 수직 인장부재와 경사진 압축부재로 이루어져 있다. 한 개의 균열을 가로지르는 모든 전단철근은 한 개의 수직 인장부재로 표현되며, 임의의 수직 단면에 교차하는 콘크리트 압축스트럿은 한 개의 경사 압축부재의 역할을 한다. 일반적인 트러스모델의 경사각은 45° 이므로 [그림1]의 자유물체도에서 전단강도 V_s 를 (식3)과 같이 구할 수 있다.

$$V_s = \frac{A_s f_{sy} d}{s} \quad (3)$$

이 식은 균열이 발생한 철근콘크리트 부재의 전단강도를 단순하고 명확하게 전달할 수 있는 거의 유일한 수단이지만, 트러스의 45° 로 제한된 압축부재의 경사각은 실제로 관측된 실험결과와 차이를 나타내는 경우가 많다. 그리고 전단철근과 콘크리트 압축대를 제외한 다른 강도기여 성분을 무시한다는 측면에서 불완전한 모델이라고 할 수 있다 [2].

3. 전단마찰 트러스모델

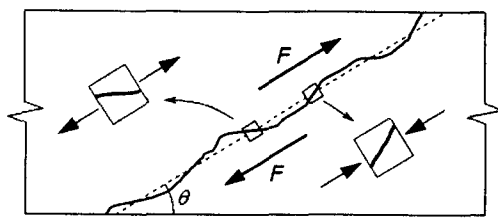
단순지지된 철근콘크리트 보가 외부에서 힘을 받게되면 보의 중앙 하단부에 가장 먼저 휨균열이 발생한다. 하중이 증가함에 따라 새로운 휨균열이 발생하고 이 중 어느 한 균열이 전단균열(사인장균열)로 발전하여 부재 전체를 가로지르면 종국에는 전단파괴가 발생한다. 전단균열이 발생하기 시작하면 전단철근이 하중에 저항하기 시작하는데, 이는 2장에서 설명한 트러스 부재로서의 역할 이외에도 균열의 급속한 확장을 억제하여 이미 발생한 균열 사이에서의 힘 전달을 가능하게 한다. 이러한 힘 전달 형태를 전단마찰 메커니즘이라 부른다.

[그림3(a)]는 전단균열이 발생하여 좌우로 나뉜 부재에 작용하는 전단력과 균열 상의 미소모델을 보여준다. 좌측 하단의 미소모델에는 인장력이 작용하기 때문에 힘을 전달할 수 없으나, 우측 상단의 미소모델에는 압축력이 작용하기 때문에 [그림3(b)]에서와 같은 힘의 평형상태를 이룬다.

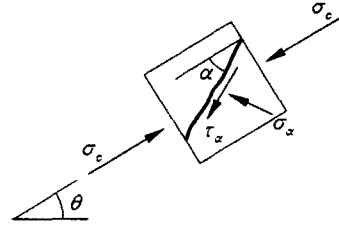
$$\sigma_\alpha = \sigma_c \sin^2 \alpha \quad (4)$$

$$\tau_\alpha = \sigma_c \sin \alpha \cos \alpha \quad (5)$$

(식4)와 (식5)에서 σ_c 는 평균적인 균열면 상의 1축 압축응력이고, σ_α 와 τ_α 는 각각 평균적인 균열면



(a) 균열면에서의 마찰력



(b) 균열면의 미소모델

[그림3] 전단마찰 메커니즘

과 α 의 마찰각을 이루고 있는 개별 균열면 상에서의 수직, 전단응력이다. [그림3(a)]의 점선으로 표현된 평균적인 균열면 상에서 압축력을 받는 부분과 인장력을 받는 부분이 같은 비율로 존재한다고 가정할 때, [그림3(b)]에서와 같은 전단마찰력은 τ_α 의 $\cos \alpha$ 성분을 균열면적의 1/2에 대해서 적분한 값이라고 할 수 있다.

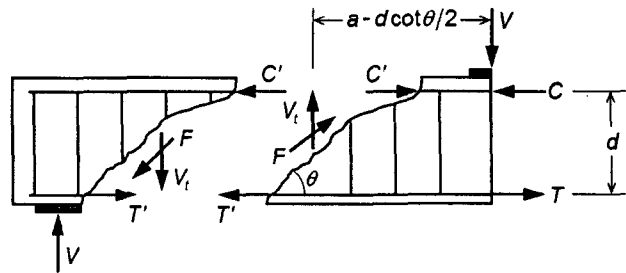
개별적인 균열면의 분포에 대해서는 그 기하학적 형상에 따라 많은 모델이 존재하지만, 본 논문에서는 코사인 함수를 사용하는 contact density function을 사용하도록 한다 [3]. 이 함수는 $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ 범위 내에서 $\rho(\theta) = 0.5 \cos \theta$ 의 분포를 가지며, 이를 이용하여 마찰각 α 의 평균값을 구하면 32.7° 이다. 평균 마찰각과 유효 접촉면적(균열면의 1/2)의 개념을 이용해 균열면 사이에 작용하는 마찰력의 크기를 구하면 다음과 같다.

$$F = (\tau_\alpha \cos \alpha_{av}) \left[\frac{b_w (0.5d)}{\sin \theta} \right] = 0.103 \sigma_c \frac{b_w d}{\sin \theta} \quad (6)$$

전단마찰 트러스모델은 (식6)으로부터 구한 마찰력의 수직성분을 경사각을 고려한 트러스모델에 더하여 (식7)과 같이 구성된다. 여기서 V_t 는 트러스모델에 의한 저항성분이고, V_f 는 전단마찰에 의한 저항성분이다.

$$V = V_t + V_f = \frac{A f_y d}{s \tan \theta} + 0.103 \sigma_c b_w d \quad (7)$$

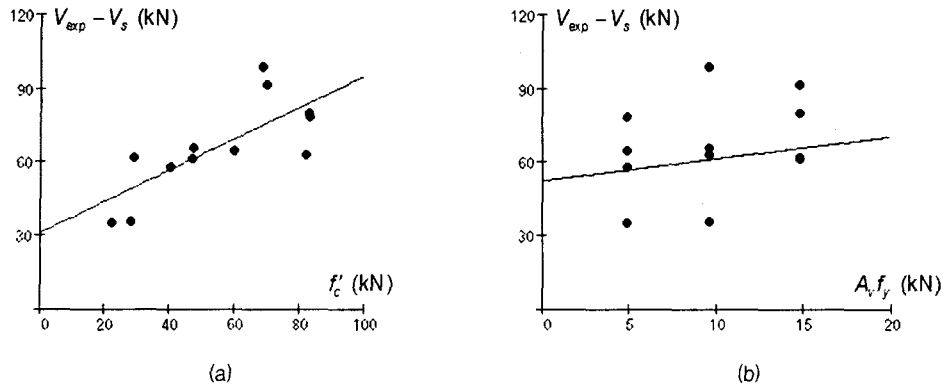
(식7)에서 아직 결정되지 않은 미지수는 트러스모델의 경사각 θ 와 균열면에서의 1축 압축응력, 즉 유효마찰강도 σ_c 이다. 이 값들은 [그림4]의 균열발생시의 철근콘크리트 보에 대한 자유물체도를 이용한 평형방정식과 실험값 사이의 반복적인 회귀분석을 통해 얻어질 수 있다. 이때 유효마찰강도 σ_c 는 콘크리트의 강도와 선형적인 비례관계를 갖는 것으로 가정한다 (식8).



[그림4] 균열이 발생한 철근콘크리트 보의 자유물체도

$$\sigma_c = \nu_f f'_c \quad (8)$$

여기서 ν_f 는 균열면에서의 유효마찰강도계수이다. [그림4]의 왼쪽 자유물체도에 대한 평형방정식들로부터 T 의 값을 구할 수 있으며, 이를 오른쪽 자유물체도에서 오른쪽 상단에 대한 모멘트 평형방정식에 대입하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.



[그림5] (a)콘크리트 강도와 (b)전단철근이 전단마찰에 미치는 영향

$$A_v f_y \cdot d - T' \cdot d + F \cos \theta \cdot \frac{d}{2} - (V_c + F \sin \theta) \left(a - \frac{d}{2} \cot \theta \right) = 0 \quad (9)$$

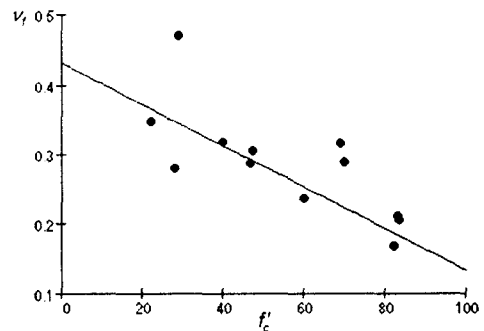
(식9)는 $\cot \theta$ 에 대한 2차방정식의 형태로 변환될 수 있지만, 전술한 바와 같이 여기에는 또다른 미지수 ν_l 가 존재하기 때문에 2개의 미지수를 구하려면 다음의 반복적인 과정을 필요로 한다.

- f'_c 과 ν_l 에 대한 선형관계식을 가정한다. 즉 $\nu_l = A \cdot f'_c + B$.
- (식7)과 (식9)를 이용하여 θ 와 V 를 구한다.
- f'_c 과 ν_l 에 대한 회귀분석을 통해 새로운 계수 A, B 의 값을 구한다.
- 충분한 수렴이 이루어 질 때까지 b와 c 과정을 반복한다.

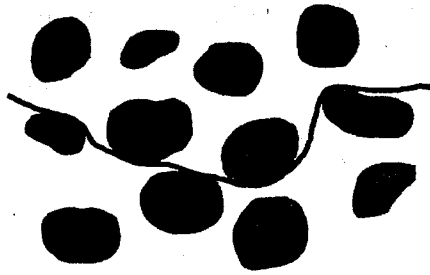
4. 실험값과의 비교 및 유효마찰강도

전단마찰에 대한 기존의 많은 연구들은 direct shear test나 push-off test를 통해 수행되어 왔다. 이러한 실험적 연구를 통해 전단마찰저항이 콘크리트 강도와 시험체에 가해지는 구속력의 크기에 비례한다는 사실이 밝혀졌다. 그러나 이러한 실험에 사용된 시험체는 하중이 가해지기 전에 이미 균열이 존재하는 경우가 대부분이고, 균열에 수직방향으로 보강근이 설치되어 있으며 오직 균열에 직각 방향인 구속력의 크기에 따른 골재의 맞물림 현상에 의해서만 전단마찰을 설명할 수 있기 때문에, 일반적인 보에 발생하는 전단균열 사이에서의 전단마찰을 설명하기에는 부적합하다고 할 수 있다. 본 논문에서는 콘크리트의 강도와 전단철근의 양에 따른 전단마찰 성분의 크기 변화를 살펴보기 위해 Mphonde의 실험결과[4, 5]를 이용하였다. 이 실험은 스펠 중앙에 집중하중을 받는 12개의 단순지지보로 구성되어 있는데, 단면특성과 전단스팬비는 모두 동일하지만 콘크리트의 강도는 22 MPa ~ 83 MPa의 값을 가지며 전단철근의 양과 항복강도에서 차이가 있다.

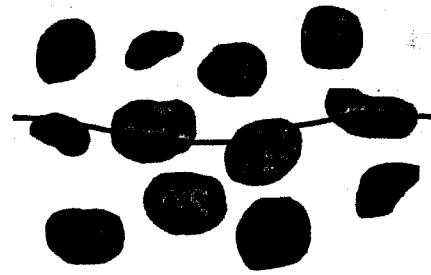
[그림5]는 콘크리트의 강도와 전단철근이 전단마찰의 크기에 미치는 영향을 그래프로 표현한 것이다. 이 그래프들에서 볼 수 있듯이 전단마찰저항은 콘크리트의 강도에 따라 증가하고, 전단철근의 양과 항복강도에도 어느 정도 영향을 받는 것을 알 수 있다. 이는 4장에서 설명한 유효마찰강도의 개념을 뒷받침해주는 것으로 볼 수



[그림6] 유효마찰강도계수



(a) 일반 콘크리트



(b) 고강도 콘크리트

[그림7] 균열의 진전 형태

있다. 이제 실험값과의 비교를 통한 반복적인 회귀분석을 통해 유효마찰강도계수와 콘크리트 강도에 대한 다음과 같은 선형관계식을 구할 수 있다 [그림6].

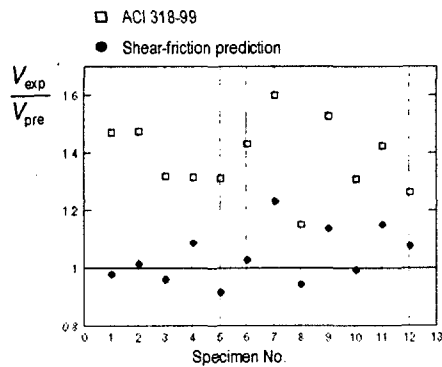
$$\nu_r = -0.003 f'_c + 0.431 \quad (f'_c \text{의 단위는 MPa}) \quad (10)$$

(식10)을 보면 콘크리트의 강도가 증가함에 따라 유효마찰강도계수가 감소함을 알 수 있는데, 이는 전단마찰이 고강도 콘크리트에서보다 일반콘크리트에서 더 유효하다는 일반적인 사실에 부합하는 사실이다 [3, 6]. 이러한 현상에 대한 이론적인 근거는 콘크리트의 구성성분과 밀접한 관계에 있다. 전술한 바와 같이 전단마찰저항은 균열 사이로의 힘 전달과정에서 발생하는데, 일반 콘크리트에서는 골재와 시멘트 모체의 강성 차이로 인하여 균열이 골재와 시멘트 모체 사이의 전이대를 통과하는 반면 [그림 7(a)], 고강도 콘크리트에서는 시멘트 모체의 강성도 큰 값을 갖기 때문에 균열이 골재를 가로지르게 된다 [그림7(b)]. 그리하여 [그림7]에서 볼 수 있는 것처럼 고강도 콘크리트에 발생하는 균열이 일반 콘크리트의 그것보다 더 부드러운 진전 형태를 보이며, 결과적으로 전단마찰저항도 감소하게 된다.

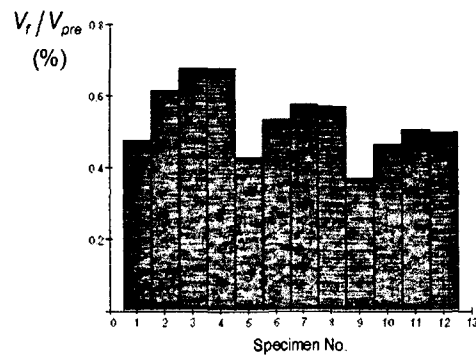
이제 (식8)과 (식10)을 (식7)에 대입하면 다음과 같이 최종적인 강도식을 얻을 수 있다.

$$V = \frac{A_s f_y d}{s \tan \theta} + 0.103 \nu_r f'_c b_w d \quad (11)$$

[그림8]은 ACI 규준의 전단강도식(식1)과 전단마찰 트러스모델에 의한 계산값(식11)을 Mphonde의 실험 결과와 비교한 그래프이다. ACI 규준의 전단강도식은 과도한 안전측의 결과를 보여주는 반면에 (식11)을 이용해 구한 강도는 어떠한 콘크리트 강도를 가지는 시험체에 대해서도 실험값과 근소한 오차범위



[그림8] 실험값과의 비교



[그림9] 전체 전단강도에서 전단마찰이 차지하는 비율

에 존재하는 사실을 알 수 있다. 계산값에 대한 실험값의 비의 평균은 1.042, 표준편차는 0.091이었다. [그림8]에서 알 수 있는 것은 (식11)에 의한 계산값이 전단철근의 양이 많은 시험체일수록 안전측의 값을 보여주고 있다는 사실이다. 이러한 현상은 (식10)을 변형하여 [그림5(b)]에서 볼 수 있는 전단철근과 전단마찰과의 관계를 반영할 수 있도록 하면 해결될 것으로 보인다. [그림9]는 전단마찰성분이 전체 전단강도에서 차지하는 비율을 보여주는 것으로서, 평균적으로 약 53% 정도이었으며 이 값은 콘크리트의 강도가 커질수록, 그리고 전단철근의 양이 줄어들수록 증가하는 양상을 보여주었다.

5. 결론

- (1) 기존의 트러스모델은 철근콘크리트 보의 전단강도를 예측하는 데에 있어서 불완전한 모델이라고 할 수 있다.
- (2) 전단마찰 트러스모델은 기존의 트러스모델에서 균열의 경사각을 수정하고 여기에 전단마찰 성분을 더한 것으로 구성되며, 이는 압축측 콘크리트와 골재의 맞물림, 그리고 주근의 다우얼 거동에 의한 저항까지를 모두 포함한 모델이다. 기존 트러스모델의 경사각은 주근과 전단철근의 균형 파괴 상태를 만족하도록 하였다. 전단마찰에 의한 저항력은 콘크리트의 강도와 마찰면적에 비례하여 증가하며, 유효계수를 도입하여 콘크리트 강도와 전단마찰 강도의 관계를 설명하였다. 이렇게 구해진 모델은 다른 연구자의 실험에서 얻어진 결과와 비교하여 검증되었다.
- (3) 전단마찰 저항은 부재 전체 전단강도의 약 50% 이상을 차지하고 있으며, 고강도 콘크리트에서보다는 일반강도 콘크리트에서 더 효과적으로 작용한다.

참고문헌

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-99)", American Concrete Institute, 1999.
2. MacGregor, J. G., "Reinforced Concrete, Mechanics and Design, 3rd Edition", Prentice Hall, 1997.
3. Ali, M. A., White, R. N., "Enhanced Contact Model for Shear Friction of Normal and High-Strength Concrete", *ACI Structural Journal*, American Concrete Institute, 1999. 348-360.
4. Chen, S. A., "A Shear-Friction Truss Model for Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear", Ph. D Thesis, University of Alberta, 1993.
5. Mphonde, A. G., "Use of Stirrup Effectiveness in Shear Design of Concrete Beams", *ACI Structural Journal*, American Concrete Institute, 1989, 541-545.
6. Walraven, J., Fréney, J., and Pruijssers, A., "Influence of Concrete Strength and Load History on the Shear Friction Capacity of Concrete Members", *PCI Journal*, Prestressed Concrete Institute, 1987, 66-84.