

전단스팬비를 고려한 철근콘크리트 보의 전단강도 예측에 관한 연구

A Study on the Shear Strength Prediction of Reinforced Concrete Beams Considering Shear Span Ratio

김 상 우*
Kim, Sang Woo

이 정 윤**
Lee, Jung Yoon

ABSTRACT

For the shear strength prediction of reinforced concrete beams, this paper considered the bending moment effect. Experimental results of the thirty-seven reinforced concrete beams were compared with analytical results by the FA-STM, TATM and TATM considered bending moment effect. While Ratios of test results to analytical results by using the truss models does not considered the bending moment effect decreased as shear span ratio increased, those by using the proposed method considered that were almost constant regardless of the increase of the shear span ratio. Predicted results obtained from proposed method agreed well with the experimental results.

1. 서 론

ACI 기준에서 제안하고 있는 전단 설계법은 실험에 의하여 유도된 콘크리트 기여와 45도 트러스 모델에 의하여 유도된 철근의 기여를 합하여 보의 전단강도를 구하는 반실험적 방법으로서 비교적 용이하게 부재의 전단강도를 평가한다. 하지만, 이러한 반실험적 방법은 실험의 적용범위에 크게 의존하여 실험범위를 벗어나는 철근콘크리트 부재에 대하여 타당한 해법을 제시하지 못한다. 또한, 45도 트러스 모델은 힘의 평형조건만을 고려하기 때문에 부재의 변형이나 재료상태의 변화를 예측할 수 없다.¹⁾

경제적이면서도 안전한 전단설계를 위하여, 부재의 전단파괴에 도달시까지의 변형 및 재료 상태의 변화를 정확히 파악하고자 하는 노력이 캐나다의 토론토대학과 미국의 휴스턴대학에서 이루어졌다. 토론토대학의 Collins등은 수정압축장 이론²⁾(이하 MCFT)을 제안하였으며, 휴스턴대학의 Hsu등은 회전각 연화 트러스 모델³⁾(이하 RA-STM)과 고정각 연화 트러스 모델^{4,5)}(이하 FA-STM)을 제안하였다. 이러한 트러스 모델은 힘의 평형조건 뿐만이 아니라 변형률의 적합조건까지 고려하여 전단을 받는 철근콘크리트 요소의 각 재료별 전단응력 및 전단변형률을 매 하중 단계마다 알 수 있는 장점이 있다.

그러나, 이러한 트러스 모델은 면내 전단응력을 받는 철근콘크리트 패널 실험에 기본을 둔 것이므로 휨과 전단이 동시에 작용하는 보에 대한 적용에는 한계를 가지고 있다. 먼저, MCFT와 RA-STM은

* 정회원, 성균관대학교 건축공학과 박사과정

** 정회원, 성균관대학교 건축공학과 전임강사

균열각이 콘크리트 주압축 응력방향과 일치한다고 가정하였기 때문에, 균열면에서의 골재의 맞물림 작용으로 인한 응력의 전달을 평가할 수 없어 x 와 y 방향 철근비의 차이가 큰 보의 경우 최대강도시까지의 강성을 낮게 평가한다.^{1,4,5)} 골재 맞물림 작용으로 인한 응력의 전달을 평가하기 위하여 Hsu등은 균열각을 외력에 의한 초기 균열각도로 고정한 FA-STM을 제안하였다. 그러나, FA-STM 또한 x 와 y 방향 철근비의 차이가 큰 경우 사용성의 한계와 더불어 콘크리트 구성법칙에 문제점을 가지며, 계산과정 또한 복잡하다.^{1,5)} 철근콘크리트 보의 전단강도와 전단변형률을 예측하기 위하여 본 연구자는 기존의 트러스 모델의 단점을 보완하여 골재 맞물림 작용에 의한 응력전달을 평가할 수 있고, x 와 y 방향 철근비의 차이가 큰 경우에도 적용 가능한 변환각 트러스 모델(Transformation Angle Truss Model, 이하 TATM)을 제안하였다.^{1,6)}

본 연구에서는 제안된 TATM을 이용하여 전단스팬비에 따른 휨모멘트 효과를 고려함으로써 철근콘크리트 보의 전단강도를 예측하고, 예측된 해석결과를 총 37개의 전단 실험결과와 비교함으로써 그 타당성을 검증하고자 한다.

2. 변환각 트러스 모델의 이론적 배경

그림 1에서 m 과 n 축은 각각 외력의 주압축 및 주인장 응력방향이며 m 축을 따라 균열이 발생한다. 2와 1축은 각각 콘크리트 압축대의 주압축 및 주인장 응력방향이며, x 축과 m 축 사이의 각도를 α , x 축과 2축 사이의 각도를 θ , m 축과 2축 사이의 각도를 β 라 한다. 그림 1(b)로부터 응력의 평형방정식은 다음과 같다.

$$\sigma_x = \sigma_m^c \cos^2 \alpha + \sigma_n^c \sin^2 \alpha + 2\tau_{mn}^c \sin \alpha \cos \alpha + \rho_x f_x \quad (1)$$

$$\sigma_y = \sigma_m^c \sin^2 \alpha + \sigma_n^c \cos^2 \alpha - 2\tau_{mn}^c \sin \alpha \cos \alpha + \rho_y f_y \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = (-\sigma_m^c + \sigma_n^c) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{mn}^c (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (3)$$

여기서, σ_x 와 σ_y 는 각각 x 와 y 방향의 주응력, τ_{xy} 는 x - y 좌표에서의 전단응력, σ_m^c 와 σ_n^c 는 각각 m , n 방향의 콘크리트 주응력, τ_{mn}^c 는 m - n 좌표에서의 콘크리트 전단응력, ρ_x 와 ρ_y 는 각각 x 와 y 방향의 철근비, f_x , f_y 는 각각 x 와 y 방향의 철근응력이다.

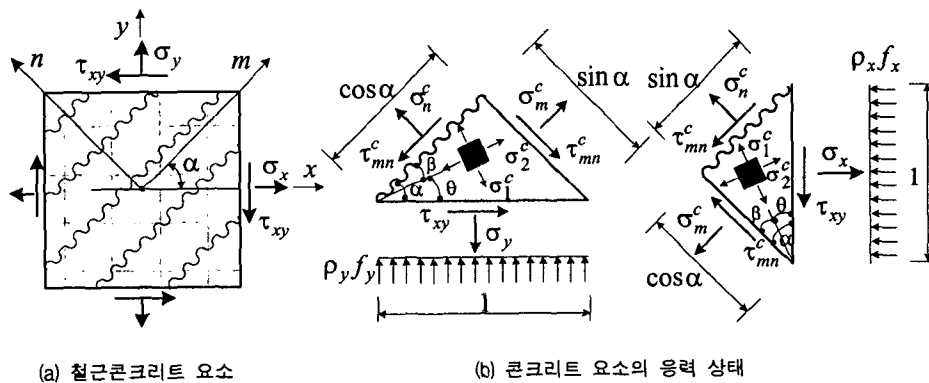


그림 1. 철근콘크리트의 응력 조건과 좌표축

변형률의 적합방정식은 다음과 같다.

$$\epsilon_x = \epsilon_m \cos^2 \alpha + \epsilon_n \sin^2 \alpha + \gamma_{mn} \sin \alpha \cos \alpha \quad (4)$$

$$\epsilon_y = \epsilon_m \sin^2 \alpha + \epsilon_n \cos^2 \alpha - \gamma_{mn} \sin \alpha \cos \alpha \quad (5)$$

$$\frac{\gamma_{xy}}{2} = (-\epsilon_m + \epsilon_n) \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\gamma_{mn}}{2} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (6)$$

여기서, ϵ_x 와 ϵ_y 는 각각 x 와 y 방향의 주변형률, γ_{xy} 는 x - y 좌표에서의 전단변형률, ϵ_m 과 ϵ_n 는 각각 m , n 방향의 주변형률, γ_{mn} 은 m - n 좌표에서의 전단변형률이다.

m 과 n 방향의 구성법칙은 2와 1방향의 콘크리트 구성법칙을 m 과 n 방향으로 β 만큼 변환시켜 사용하는 다음 식과 같다.¹⁾

$$\sigma_m^c = \sigma_2^c \cos^2 \beta + \sigma_1^c \sin^2 \beta \quad (7)$$

$$\sigma_n^c = \sigma_2^c \sin^2 \beta + \sigma_1^c \cos^2 \beta \quad (8)$$

$$\epsilon_m = \epsilon_2 \cos^2 \beta + \epsilon_1 \sin^2 \beta \quad (9)$$

$$\epsilon_n = \epsilon_2 \sin^2 \beta + \epsilon_1 \cos^2 \beta \quad (10)$$

여기서, σ_2^c 와 σ_1^c 는 각각 2와 1방향의 콘크리트 주응력이며, ϵ_2 와 ϵ_1 은 각각 2와 1방향의 주변형률이다. 콘크리트 및 철근의 응력-변형률 관계는 참고문헌 1과 같다.

콘크리트 전단응력과 전단변형률 관계는 Li-Maekawa가 제안한 다음과 같은 식을 사용하였다.⁷⁾

$$\tau_{mn}^c = 3.83 (f_{ck})^{\frac{1}{3}} \frac{v^2}{(w^2 + v^2)} \quad (11)$$

여기서, f_{ck} 는 MPa 단위이며, w 는 균열폭이고 v 는 전단 변위이다.

3. 철근콘크리트 보의 전단스팬비에 따른 모멘트 효과

3.1 철근콘크리트 보의 전단위험요소

본 연구에서는 철근콘크리트 보의 전단위험요소를 그림 2에서 보는 바와 같이 가력점에서 jd 만큼 떨어진 단면의 중심으로 하였다. 그림 2의 1, 2, 3, 4 구역은 콘크리트 압축대의 각도 α 가 일정하지만 직선 1, 2 또는 3, 4에서 가력점으로 가까워질수록 α 가 증가하는 부채꼴 형태의 응력장을 형성한다. 전단위험요소의 힘의 평형조건에 의하여 콘크리트 압축대에서 저항하는 압축응력 σ_2 는 식(2)로부터 각도 α 가 증가할수록 감소한다. 따라서, 구역 1, 2, 3, 4 중에서 최대 모멘트가 작용하는 단면 b - b' 에서 전단위험단면이 형성된다.⁸⁾

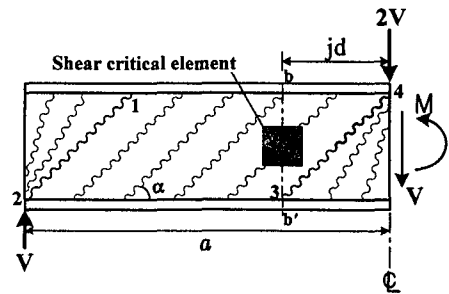


그림 2. 철근콘크리트 보의 전단위험단면의 위치

3.2 휨모멘트 효과가 고려되지 않은 해석방법에 의한 전단강도 예측

지금까지 유도된 식은 16개이고 미지수는 21개이다. TATM에서는 전단위험단면 요소가 순수전단 응력을 받으며 인장철근이 전단위험단면 요소에 균등하게 배근되었다고 가정하였다. 이러한 가정으로부터 $\sigma_x = \sigma_y = 0$, $\alpha = 45^\circ$ 이고 β 값은 모어의 변형률 씨클로부터 다음과 같다.

$$\tan 2\beta = \frac{\gamma_{mn}}{\epsilon_n - \epsilon_m} \quad (12)$$

TATM의 해석방법은 참고문헌 1에 상세히 서술되어 있으며, 그림 3(b)에서 보는 바와 같이 철근콘크리트 보의 전단스팬비에 따른 모멘트 효과를 고려하지 않은 경우, 예측된 결과는 전단스팬비가 증가할수록 실험 결과를 과소평가 하였다. 이는 휨모멘트에 의해 전단위험단면 요소의 부재축방향 변형률이 증가하여 전단강도가 감소하는 효과를 무시하였기 때문이다.

3.3 휨모멘트 효과가 고려된 해석방법에 의한 전단강도 예측

본 연구에서 전단력은 보의 총 d에 균등하게 분포하며, 전단위험단면 요소는 그림 2에서 보는 바와 같이 가력점에서 jd만큼 떨어진 단면의 중심에 위치한다고 가정하였다. 또한, 휨모멘트에 의하여 부재축방향 변형률이 증가하여 전단강도를 감소시키는 효과를 고려하기 위하여, 인장철근중 휨모멘트 저항에 사용되지 않은 인장철근만이 전단력에 저항한다고 가정하였다. 따라서, 매 하중 단계에서 전단에 저항하는 인장철근량은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A_{sxV} = A_{sx} - A_{sxM} \quad (13)$$

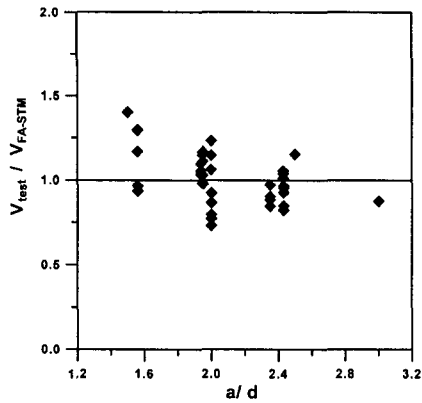
$$A_{sxM} = \frac{M}{jd \cdot f_{xy}} = \frac{V \cdot (a - jd)}{jd \cdot f_{xy}} \quad (14)$$

여기서, A_{sx} 는 인장철근량, A_{sxM} 는 휨에 저항하는 인장철근량, A_{sxV} 는 전단에 저항하는 인장철근량, f_{xy} 는 인장철근의 항복응력이다.⁹⁾ 본 연구에서 jd는 0.9d로 하였다.

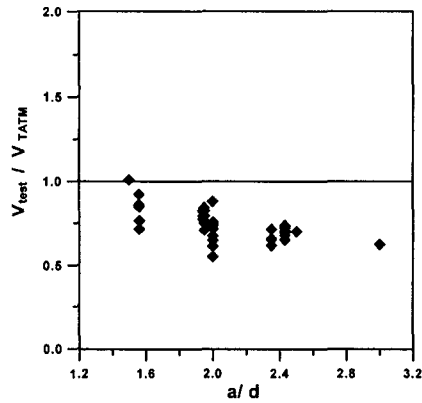
4. 철근콘크리트 보의 전단강도에 대한 제안된 해석법의 타당성 검토

본 연구에서 제안된 해석법의 타당성을 검증하기 위하여 총 37개의 철근콘크리트 보의 전단 실험결과를 FA-STM과 TATM의 전단강도 예측결과와 비교되었다.¹⁰⁻¹³⁾ 본 논문에 인용된 37개 철근콘크리트 보는 모두 주 인장 철근 항복시 및 콘크리트 압축파괴시 전단강도의 90% 이전에 전단파괴된 것으로 하였으며, 수집된 보의 콘크리트 압축강도는 13.8~52 MPa, 전단스팬비는 1.5~3이고 1점 또는 2점 가력을 받는 단순보이다.

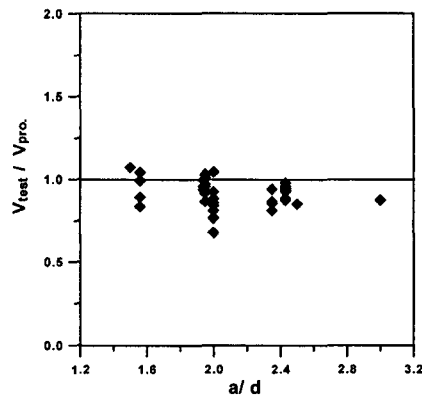
FA-STM, TATM 및 휨 모멘트 효과를 고려한 제안법을 이용하여 예측된 전단강도와 실험결과는 표 1에 나타내었다. 표 1과 그림 3(a)와 (b)에서 보는 바와 같이, 철근콘크리트 보의 휨모멘트 효과를 고려하지 않은 FA-STM과 TATM에서 예측된 해석결과는 전단스팬비(a/d)가 증가할수록 해석결과에 대한 실험결과의 비가 감소하였다. 이는 휨모멘트가 증가할수록 전단위험단면 요소의 부재축방향 변형률이 증가하여 전단내력이 감소하는 효과를 고려하지 않았기 때문이다. 반면에, 휨모멘트 효과를 고려한 제안된 해석법에 의한 해석결과는 전단스팬비에 거의 관계없이 실험결과에 대하여 평균 0.92, 표준편차 0.083, 변동계수 0.090으로 매우 좋은 결과를 보였다.



(a) a/d에 따른 v_{test} / v_{FA-STM} 비



(b) a/d에 따른 v_{test} / v_{TATM} 비



(c) a/d에 따른 v_{test} / v_{pro} 비

그림 3. 전단스팬비에 따른 철근콘크리트 보의 실험결과와 해석결과의 비

표 1. 철근콘크리트 보의 전단 실험결과와 해석결과의 비교

(Unit : MPa)

Beams	$\frac{a}{d}$	v_{exp}	v_{FA}	v_{TA}	v_{pro}	$\frac{v_{exp}}{v_{FA}}$	$\frac{v_{exp}}{v_{TA}}$	$\frac{v_{exp}}{v_{pro}}$	Ref.
MHB1.5-25	1.50	5.82	4.15	5.78	5.44	1.40	1.01	1.07	10
C1-3	1.56	3.10	3.20	3.62	3.13	0.97	0.86	0.99	11
C3-1	1.56	2.82	2.52	3.33	2.84	1.12	0.85	0.99	11
C3-2	1.56	2.53	2.50	3.32	2.84	1.01	0.76	0.89	11
C3-3	1.56	2.37	2.16	3.32	2.84	1.10	0.71	0.83	11
C4-1	1.56	3.90	3.01	4.24	3.75	1.30	0.92	1.04	11
D1-6	1.94	3.65	3.55	4.72	3.89	1.03	0.77	0.94	11
D1-7	1.94	3.74	3.57	4.72	3.90	1.05	0.79	0.96	11
D1-8	1.94	3.88	3.55	4.72	3.90	1.09	0.82	0.99	11
B1-1	1.95	3.51	3.05	4.26	3.48	1.15	0.82	1.01	11
B1-2	1.95	3.23	3.17	4.31	3.53	1.02	0.75	0.92	11
B1-3	1.95	3.59	3.09	4.27	3.49	1.16	0.84	1.03	11
B1-4	1.95	3.37	3.07	4.26	3.48	1.10	0.79	0.97	11
B1-5	1.95	3.04	3.11	4.29	3.51	0.98	0.71	0.87	11
B2-1	1.95	3.80	4.05	5.01	3.98	0.94	0.76	0.95	11
MHB2.0-25	2.00	4.12	3.59	5.47	4.81	1.15	0.75	0.86	10
NNW-2	2.00	4.77	3.84	5.44	4.58	1.24	0.88	1.04	12
C205D10	2.00	2.91	2.76	4.07	3.30	1.05	0.71	0.88	13
C205D20	2.00	2.59	2.82	3.85	3.08	0.92	0.67	0.84	13
C210DOA	2.00	3.45	3.99	4.68	3.74	0.86	0.74	0.92	13
C305DO	2.00	2.28	2.88	4.15	3.37	0.79	0.55	0.68	13
C305D10	2.00	2.80	3.84	4.59	3.66	0.73	0.61	0.77	13
C310D20	2.00	2.96	3.85	4.59	3.66	0.77	0.64	0.81	13
A1-1	2.35	2.80	3.17	4.32	3.28	0.88	0.65	0.85	11
A1-2	2.35	2.64	3.12	4.30	3.26	0.85	0.61	0.81	11
A1-3	2.35	2.81	3.11	4.29	3.25	0.90	0.66	0.86	11
A1-4	2.35	3.08	3.18	4.33	3.28	0.97	0.71	0.94	11
D2-6	2.43	3.52	4.16	5.08	3.78	0.85	0.69	0.93	11
D2-7	2.43	3.28	4.09	5.06	3.76	0.80	0.65	0.87	11
D2-8	2.43	3.51	3.42	5.00	3.71	1.03	0.70	0.95	11
D4-1	2.43	3.51	3.64	4.78	3.59	0.96	0.73	0.98	11
D4-2	2.43	3.28	3.55	4.75	3.55	0.92	0.69	0.92	11
D5-1	2.43	3.05	3.19	4.52	3.45	0.96	0.67	0.88	11
D5-2	2.43	3.28	3.26	4.56	3.48	1.01	0.72	0.94	11
D5-3	2.43	3.28	3.19	4.51	3.43	1.03	0.73	0.96	11
MHB2.5-25	2.50	3.67	3.09	5.26	4.32	1.19	0.70	0.85	10
NNW-3	3.00	3.37	3.84	5.43	3.86	0.88	0.62	0.87	12
Ave.						1.01	0.74	0.92	
S. D.						0.155	0.094	0.083	
V. C.						0.153	0.127	0.090	

v_{exp} : 보 실험에 의한 전단응력,
 v_{FA} : FA-STM에 의한 전단응력,
 v_{TA} : TATM에 의한 전단응력,
 v_{pro} : 모멘트 효과를 고려한 TATM에 의한 전단응력,
S. D. : 표준편차, V. C. : 변동계수

5. 결 론

철근콘크리트 보의 전단강도 예측을 위하여 전단스팬비에 따른 휨 모멘트 효과를 고려한 본 연구의 결론은 다음과 같다.

- 1) 휨모멘트 효과를 고려하지 않은 해석법은 보의 전단스팬비가 증가함에 따라 해석결과에 대한 실험 결과의 비가 뚜렷이 감소하였다. 이는 철근콘크리트 보의 전단스팬비가 증가할수록 부재축방향 변형률이 증가하여 전단내력이 감소하는 현상을 무시하였기 때문이다.
- 2) 본 연구에서 제안한 휨모멘트 효과가 고려된 해석법은 보의 전단스팬비에 거의 관계없이 37개 철근콘크리트 보의 전단 실험결과에 대하여 평균 0.92, 표준편차 0.083, 변동계수 0.090으로 매우 좋은 결과를 보였다.

참 고 문 헌

1. 김상우, 이정윤, "변환각 트러스 모델에 의한 철근콘크리트 보의 전단거동 예측에 관한 연구," 콘크리트학회 논문집, 제13권 2호, 2001. 4, pp. 130-138.
2. Frank J. Vecchio and Michael P. Collins, "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear," *ACI Journal*, Vol. 83, No. 2, Mar.-Apr. 1986, pp. 219-231.
3. Thomas T. C. Hsu, "Nonlinear Analysis of Concrete Membrane Elements," *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, Sep.-Oct. 1991, pp. 552-561.
4. Xiao-Bo "David" Pang and Thomas T. C. Hsu, "Fixed Angle Softened Truss Model for Reinforced Concrete," *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 2, Mar.-Apr. 1996, pp. 197-207.
5. Thomas T. C. Hsu and Li-Xin "Bob" Zhang, "Nonlinear Analysis of Membrane Elements by Fixed-Angle Softened-Truss Model," *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 5, Sep.-Oct. 1997, pp. 483-492.
6. 이정윤, "고정각 연화 트러스 모델의 적용 한계에 대한 연구," 콘크리트학회논문집, 제12권 5호, 2000. 10, pp. 81-92.
7. Fumio Watanabe and Jung-Yoon Lee, "Theoretical Prediction of Shear Strength and Ductility of Reinforced Concrete Beams," *ACI Structural Journal*, Vol. 95, No. 6, Nov.-Dec. 1998, pp. 749-757.
8. 이정윤, "휨 항복 후 전단파괴하는 철근콘크리트 보의 전단 성능 저하에 관한 연구," 콘크리트학회논문집, 제13권 6호, 2001. 10. (계재예정)
9. Paul Y. L. Kong and B. Vijaya Rangan "Shear Strength of High-Performance Concrete Beams," *ACI Structural Journal*, Vol. 95, No. 6, Nov.-Dec. 1998. pp. 677-688.
10. S. W. Shin, K. S. Lee, J. I. Moon, and S. K. Ghosh, "Shear Strength of Reinforced High-Strength Concrete Beams with Shear Span-to-Depth Ratios between 1.5 and 2.5," *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No. 4, July-Aug. 1999, pp. 549-556.
11. A. P. Clark, "Diagonal Tension in Reinforced Concrete Beams," *ACI Journal*, Vol. 48, No. 2, Oct. 1951, pp. 145-156.
12. Y. Xie, S. H. Ahmad, T. Yu, S. Hino, and W. Chung, "Shear Ductility of Reinforced Concrete Beams of Normal and High-Strength Concrete," *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 2, Mar.-Apr. 1994, pp.140-149.
13. A. H. Mattock and Z. Wang, "Shear Strength of Reinforced Concrete Members Subject to High Axial Compressive Stress," *ACI Structural Journal*, Vol. 81, No. 3, May-June 1984, pp. 287-298.