

## 철근콘크리트 장주의 극한저항력 Ultimate Resisting Capacity of Slender RC Columns

곽 효경\* 김 진국\*\*  
Kwak, Hyo-Gyoung Kim, Jin-Kook

### ABSTRACT

In this paper, nonlinear analyses of RC (Reinforced Concrete) columns are conducted, and an improved criterion to estimate the design load carrying capacity of slender RC columns is proposed. To simulate the material nonlinearity including the cracking of concrete, the layer model is adopted, and the initial stress matrix is considered for the simulation of P-Δ effect. After correlation studies with previous numerical results to verify the efficiency of the developed numerical model, many parameter studies are followed, and a regression formula which can give more exact resisting capacity of slender RC columns is introduced on the basis of the obtained numerical results.

### 1. 서 론

철근콘크리트 기둥은 슬래브, 보 등에 의해 전달되는 하중을 하부 구조계 또는 지반으로 전달하는 기능을 담당하는 주 구조부재로써 작용하는 축방향 압축력과 압축력의 편심에 의한 휨모멘트에 충분히 저항할 수 있도록 설계되어야 한다. 특히 근자에 들어 고강도 콘크리트의 개발과 공간의 효율적인 사용을 위한 구조물의 고충화, 세장화 추세에 따라 세장비가 상대적으로 큰 장주의 설계가 빈번해지고 있다. 따라서 철근콘크리트 기둥의 안전성과 사용성 확보를 위해 단면해석을 토대로 한 단주의 저항력 산정 외에 P-Δ 효과, 콘크리트의 크리프 변형 등 2차적인 효과로 인한 기둥의 저항력 감소에 대한 정확한 예측이 요구되고 있다.

Bazant 등은 구조물의 변형시 거동형상이 sine 곡선 형태를 갖는다는 가정하에 힘의 평형조건과 변위의 적합조건 등을 이용하여 세장비를 고려한 철근콘크리트 기둥의 극한 저항력 산정에 관한 연구를 수행하였다. 또한 Kim 등은 적층단면법을 사용하여 재료 및 기하비선형성 등을 고려한 철근콘크리트 기둥의 비선형 해석기법을 개발하였으며, 실험을 수행하여 얻은 결과와 비교하여 개발된 해석기법의 타당성을 검토하는 등 많은 연구자들에 의해 철근콘크리트 기둥의 비성형 거동에 관한 연구가 수행되고 있다.

또한 ACI 를 포함한 각국의 설계규준에서도 세장비에 따른 P-Δ 효과를 고려함에 있어 작용하는 모멘트를 일정량 증가시키는 모멘트확대계수의 개념을 토대로 세장비가 큰 철근콘크리트 기둥에 대한 설계방안을 제시하고 있다. 그러나 기존의 설계규준에서 제안하고 있는 관계식은 탄성좌굴 이론을 토대로 극한하중 작용시 단면의 균열영향 등을 간략식을 이용하여 간접적으로 반영하고 있으며, 철근콘크리트 기둥의 실제 거동에 영향을 줄 수 있는 철근비 및 편심 등의 영향을 효과적으로 고려하지 못하고 있다.

\* 한국과학기술원 토목공학과 부교수

\*\* 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

따라서 구조물의 거동을 정확히 모사하는데 한계가 있으며, 대부분 설계규준의 경우 세장비가 증가함에 따라 과다한 설계를 초래할 가능성을 내포하고 있다. 따라서 기둥의 정확한 저항력 산정을 위해서는 균열에 따른 재료 비선형성과 P-Δ 효과에 따른 기하 비선형성을 고려한 정밀해석이 요구된다.

이 논문에서는 재료 및 기하학적 비선형성을 고려한 철근콘크리트 기둥의 해석 프로그램을 개발하였으며, 다양한 설계변수 (세장비, 철근비 등)의 변화에 따른 철근콘크리트 기둥의 해석이 이루어졌다. 그러나 콘크리트의 크리프 변형에 따른 영향은 이 논문에서 고려하지 않았다. 또한 설계시 간단하면서도 비교적 정확히 장주의 저항력을 산정할 수 있도록 하기 위해, 얻어진 결과를 토대로 세장비, 철근비 및 편심의 영향을 고려한 장주의 설계 관계식을 제안하였으며 나아가 제안된 모델을 수치해석결과 및 ACI 설계규준과의 비교를 통해 그 효율성을 검증하고자 한다.

## 2. 재료모델링

콘크리트는 압축응력에 대해서는 큰 저항능력을 갖는 반면 인장응력에 대해서는 취약한 취성 재료로 이러한 재료성질을 모사하기 위해서는 압축측과 인장측에서 각기 다른 응력-변형률 관계를 정의할 필요가 있다. 이 논문에서는 Park 이 제안하고 Scott 등이 수정한 응력-변형률 관계를 사용하여 압축측 콘크리트의 응력-변형률 관계를 정의하였다. 한편 인장측 콘크리트에서의 응력-변형률 관계는 균열 발생 이후의 변형연화 (strain softening) 영역을 선형분포로 단순화하여 하중 증가에 따른 미세균열 (microcracks)의 빌달을 모사하도록 하였다. 압축측 콘크리트의 응력-변형률 관계는 세 영역으로 나뉘어지며 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma_c = Kf_c' \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2 \right], \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0} \quad (1)$$

$$\sigma_c = Kf_c' [1 - Z(\varepsilon_c - \varepsilon_{c0})], \quad \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_u \quad (2)$$

$$\sigma_c = 0.2Kf_c' \quad , \quad \varepsilon_c \geq \varepsilon_u \quad (3)$$

여기서

$$\varepsilon_{c0} = 0.002K, \quad K = 1 + \frac{\rho_s f_{yh}}{f_c'} \quad (4)$$

$$Z = \frac{0.5}{\frac{3 + 0.0284f_c'}{14.21f_c' - 1000} + 0.75\rho_s \sqrt{\frac{h}{s_h}} - 0.002K} \quad (5)$$

$K$ 는 스트립에 의한 강도증가를,  $Z$ 는 변형연화의 기울기를 나타내는 계수로서 kg, cm로 나타내었으며,  $f_c'$ 은 콘크리트의 최대 강도를,  $f_{yh}$ 는 스트립의 항복강도를,  $\rho_s$ 는 스트립 외측에서 측정된 코아콘크리트의 체적에 대한 스트립의 체적비를,  $h$ 은 콘크리트 코아의 두께를,  $s_h$ 는 스트립 중심간의 거리를 나타낸다.

철근의 경우 항복점 이후의 소성영역을 적절한 기울기를 가진 직선으로 모델링하여 변형경화 (strain

hardening) 현상을 고려하도록 하는 모델, 항복응력을 기준으로 두 개의 직선 (bilinear) 구간으로 표현되는 철근의 응력-변형률 관계, 을 사용하였다.

### 3. 평형방정식의 구성

완전부착 (perfect bond)과 변형률 충첩의 가정을 토대로 부재의 두께방향으로 가상의 철근과 콘크리트 층으로 모사한 적층단면법을 사용하였으며, 인장 변형률이 정의된 극한 변형률을 초과하는 경우 해당 층을 해석에서 제외시킴으로써 균열효과를 간접적으로 고려할 수 있다. 또한 변형 전에 평면인 모든 요소의 단면은 변형 후에도 평면을 유지한다는 평면유지의 가정이 사용되었으며 철근콘크리트 장주의 경우 상대적으로 긴 길이로 인해 전단 변형에 따른 영향이 극히 작기 때문에 지배방정식의 구성 시 전단 변형률의 영향을 추가적으로 고려하지 않았다.

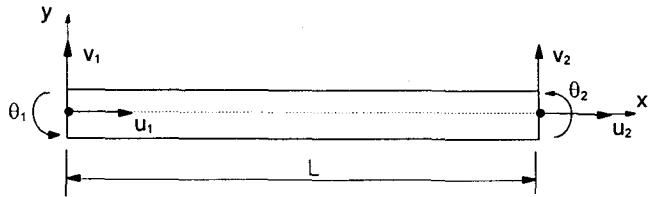


그림 1. 평면 보 요소의 변위성분

그림에서 나타낸 바와 같이 각 방향의 변위 벡터를 절점 변위를 토대로 표현하면  $\mathbf{u} = \{u_1, u_2\}^T$ ,  $\mathbf{v} = \{v_1, v_2\}^T$ ,  $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_1, \theta_2\}^T$ 로 나타낼 수 있으며 이를 토대로 보요소의 전체 변위 벡터  $\mathbf{r} = \{u, v, \theta\}$ 로 쓸 수 있다.

$$U(x, y) = [\phi, -y\psi_{,x}] \cdot \mathbf{r}, \quad V(x) = [0, \psi] \cdot \mathbf{r} \quad (6)$$

여기서  $\phi = [(1-p), p]$ ,  $\psi = [(1-3p^2+2p^3), (3p^2-2p^3)]$ ,  $L(p-2p^2+p^3)$ ,  $L(-p^2+p^3)$ ,  $p=x/L$  한편 요소의 임의의 위치에서의 축방향 변형률  $\varepsilon(x, y)$ 는 식 (7)와 같이 축방향 변위에 따른 선형 항과 회전각 변화에 따른 2차의 비선형 항의 합으로 표현할 수 있다.

$$\varepsilon(x, y) = \frac{dU(x, y)}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dV(x)}{dx} \right)^2 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon &= \frac{d\Delta U}{dx} = [\phi_{,x}, -y\psi_{,xx}] \cdot \Delta\mathbf{r} + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{r}^T \cdot [0, \psi_{,x}]^T \cdot [0, \psi_{,x}] \cdot \Delta\mathbf{r} \\ &= B \cdot \Delta\mathbf{r} + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{r}^T \cdot c^T \cdot c \cdot \Delta\mathbf{r} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{여기서 } B = [\phi_{,x}, -y\phi_{,xx}] = \left[ -\frac{1}{L}, \frac{1}{L}, \frac{6}{L^2}y(1-2p), \frac{6}{L^2}y(-1+2p), \frac{2}{L}y(2-3p), \frac{2}{L}y(1-3p) \right]$$

변형률에서의 변화  $\Delta\varepsilon$ 은 식 (6)과 식 (7)의 관계식을 토대로 식 (8)과 같이 표현할 수 있으며, 식 (8)을 미분함으로써 변위-변형률 관계  $d\varepsilon = B \cdot dr + dr^T \cdot c^T \cdot c \cdot \Delta r = dr^T \cdot (B + c^T \cdot c \cdot \Delta r)$  를 토대로 대응되는 변형률의 증분을 산정할 수 있다.

에너지 보존법칙과 가상일의 원리에 따라 힘-변위 관계식을 얻을 수 있으며, 이를 증분관계 만을 고려하는 항으로 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta R^j = \int_V B^T \Delta \sigma dV + \int_V c^T \sigma c dV \cdot \Delta r = [K_e + K_g] \cdot \Delta r \quad (9)$$

여기서  $K_e = \int_V B^T E_T B dV$ ,  $K_g = \int_V c^T \sigma c dV$ ,

$$[K_e] = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EA/L & EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12EI/L^3 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ 0 & 0 & -12EI/L^3 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 & -6EI/L^2 \\ sym. & sym. & 4EI/L & 4EI/L & 2EI/L & 2EI/L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[K_g] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6P/5L & -6P/5L & P/10 & P/10 \\ 0 & 0 & -6P/5L & 6P/5L & -P/10 & -P/10 \\ sym. & sym. & 2PL/15 & 2PL/15 & -PL/30 & -PL/30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

#### 4. 수치해석

##### 4.1 철근비에 따른 장주의 거동

세장비가 큰 철근콘크리트 기둥의 극한강도에 영향을 주는 인자로는 콘크리트의 강도, 세장비, 철근비, 편심 등을 들 수 있다. 이 가운데 세장비, 철근비, 편심은 다른 설계 인자들에 비해 단면의 저항력에 상대적으로 큰 영향을 나타내는 관계로 이 설계변수의 변화에 따른 축력과 힘을 받는 철근콘크리트 기둥의 저항력 변화를 살펴보았다. 압축강도  $f_c' = 360 \text{ kg/cm}^2$  인 상대적으로 큰 설계강도를 갖는 콘크리트에 대하여 해석을 수행하였으며, 철근은 탄성계수  $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$  이고, 항복강도  $f_y = 4350 \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$  으로 가정하였다. 또한 실구조물의 경우 세장비가 70 이상인 경우는 극히 제한적인 관계로 세장비가 70인 경우를 상한선으로 하여 해석을 수행하였다.

그림 2에서 보는 바와 같이 철근비가 커짐에 따라 장주의 영향이 작아짐을 볼 수 있으며, 편심이 콘크리트 단면의 평형상태 부근에 도달할 때 까지는 장주효과의 영향이 점진적으로 증가하다가 편심이  $e_b$  를 초과하여 보의 거동상태로 접근함에 따라 점진적으로 장주효과가 사라지게 되는 것을 볼 수 있다.

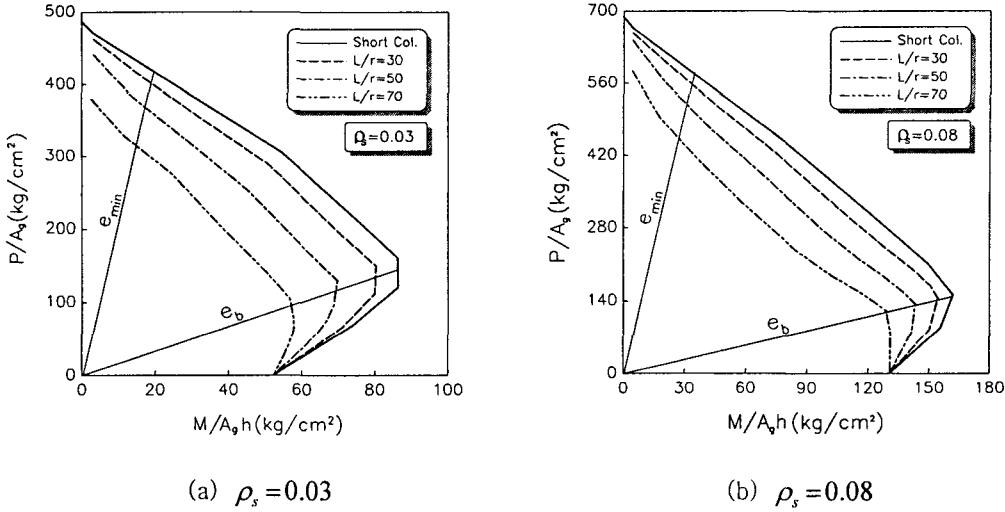


그림 2. 철근콘크리트 기둥의 P-Δ 해석 예

#### 4.2 제안된 모델식

주어진 설계조건을 토대로 보다 정확한 콘크리트 장주의 저항력을 산정하기 위해서는 복잡한 수치해석이 요구된다. 그러나 이는 많은 노력과 시간을 요구하게 되므로 이 논문에서는 강도저감계수 (strength reduction coefficient) F를 도입하여 복잡한 해석과정 없이 단주의 P-M 상관도를 토대로 P-Δ 효과를 고려한 기둥의 극한 부재력을 산정할 수 있는 관계식을 제안하고자 한다.

철근콘크리트 단주는 힘의 평형관계와 적합조건을 토대로 복잡한 해석없이 단면해석을 통해 쉽게 P-M 상관도를 결정할 수 있다. 그러나 장주의 경우는 P-Δ 효과에 의해 P-M 상관도 상의 저항력 감소가 유발되므로 작용하는 외력에 의해 결정된 특정 편심 ( $e = M/P$ )에 대응하는 단주와 장주의 저항력비를 강도저감계수 F로 정의한다면 단주의 극한 저항력 ( $P_n, M_n$ )으로부터 P-Δ 효과를 고려한 단면의 저항력 ( $P_n \cdot (1-F), M_n \cdot (1-F)$ )을 복잡한 수치해석을 거치지 않고 쉽게 결정할 수 있게 된다.

세장비  $L/r$  이 증가할수록 기둥의 저항력이 감소하게 되며 철근비가 작을수록 그 증가폭이 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 또한 동일한 단면에서 편심과 세장비의 변화에 따른 영향을 살펴보면 편심의 변화에 따른 일정한 규칙성을 찾아보기 어려운 점이 있으나  $e = e_b$ , 내외의 편심하중을 받는 경우 가장 큰 저항력 감소가 유발되는 것을 알 수 있다.

표 1. 제안된 강도저감계수 F

$e \leq e_{\min}$	$e_{\min} \leq e \leq 1.2e_b$	$e \geq 1.2e_b$
$F' = 1 - (1-F) \cdot \left( \frac{e}{e_{\min}} \right)^{0.25}$ (12)	$F = a + b \frac{(L/r)}{100}$ (13)	$F' = 1 - 1.2(1-F) \cdot \left( \frac{e_b}{e} \right)$ (14)

Note :  $a = -0.136 + 1.098 \rho - 6.278 \rho^2$ ,  $b = 0.921 - 10.916 \rho + 71.129 \rho^2$

따라서 편심의 변화에 따른 영향을 효과적으로 반영하는데 한계가 있는 관계로 각 세장비에서 최대

저항력 감소를 나타내는 편심을 기준으로  $F = a + b \cdot [(L/r)/100]$  의 강도저감계수 관계식을 설정하였으며, 상수  $a$ ,  $b$  는 철근비의 함수로 하여 회귀분석을 통해 그 관계식을 설정하였다.

한편 구성된 관계식은  $e = e_b$  부근의 최대 저항력 감소가 발생하는 것을 기준으로 설정한 관계로  $F$  값이 비교적 작게 나타나는 인장지배영역과 편심이 작은 압축지배영역에 대해 동일한 값을 적용시킬 경우 장주의 극한 저항력을 크게 과소평가할 수 있으므로 단면의  $e_{min}$  이하 영역과  $1.2e_b$  이상의 영역에 대해서는 경계조건을 토대로 보간식  $F'$  을 사용하였으며 이를 정리하면 표 1과 같다.

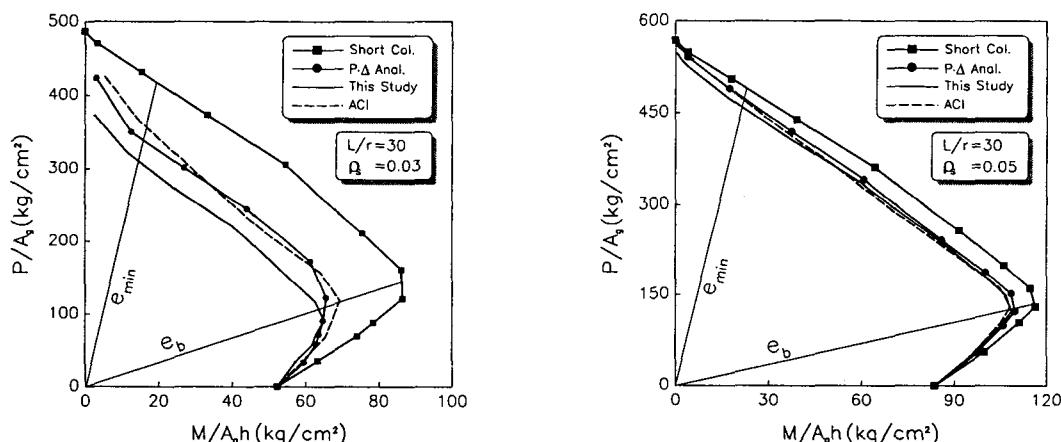
#### 4.3 제안된 모델식의 검증

이 논문에서 제안된 관계식은 표 1에서와 같이 강도저감계수  $F$  를 세장비, 철근비, 편심에 대한 함수로 제안하였으며 ACI 설계규준에서 제안된 관계식과의 차이점을 표 2를 통해 볼 수 있다.

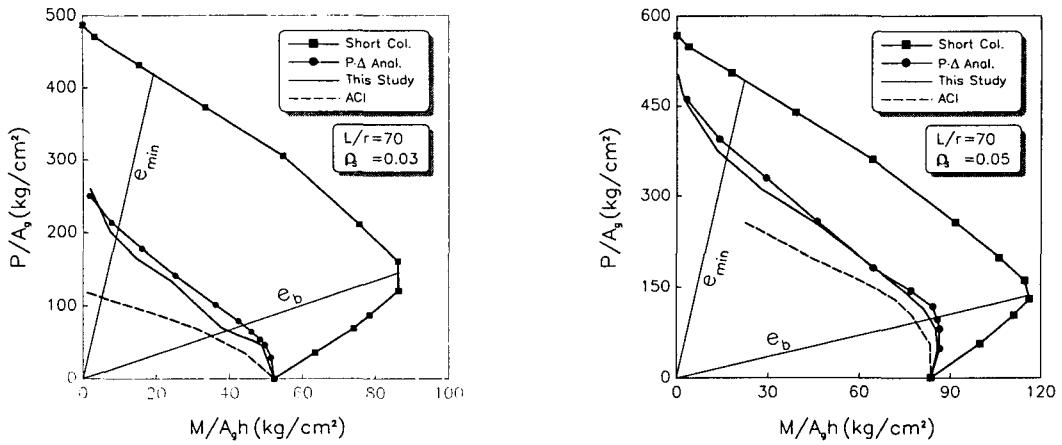
표 2. ACI 모델식과의 비교

모델	제안된 모델	ACI 모델
$e \leq e_{min}$	식 (12)	$\delta = \frac{1}{1 - \frac{P_u^o}{0.75 P_c}} \geq 1.0 \quad (16)$
$e_{min} \leq e \leq 1.2e_b$	식 (13)	
$1.2e_b \leq e$	식 (14)	
적용	$P_n = (1 - F(\text{or } F')) \cdot P_n^o$ $M_n = (1 - F(\text{or } F')) \cdot M_n^o \quad (15)$	$P_u = P_u^o$ $M_u = \delta M_u^o \quad (17)$
저항력검토	$(P_u, M_u) \leq \phi(P_n, M_n) \quad (18)$	$(P_u, M_u) \leq \phi(P_n, M_n)$

Note : 윗첨자  $o$  는 단주와 관련된 사항을 의미하며, 아래첨자  $u$  는 극한하중을,  $n$ 은 극한 저항력을 각각 의미한다. 또한  $\phi$  는 기둥의 강도 감소계수를 나타낸다.



(a)  $L/r=30$  의 경우

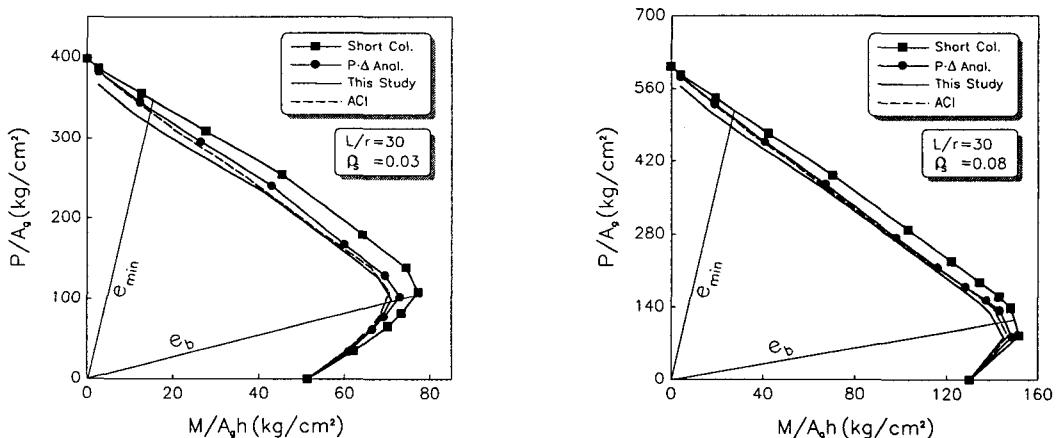


(b)  $L/r=70$  의 경우

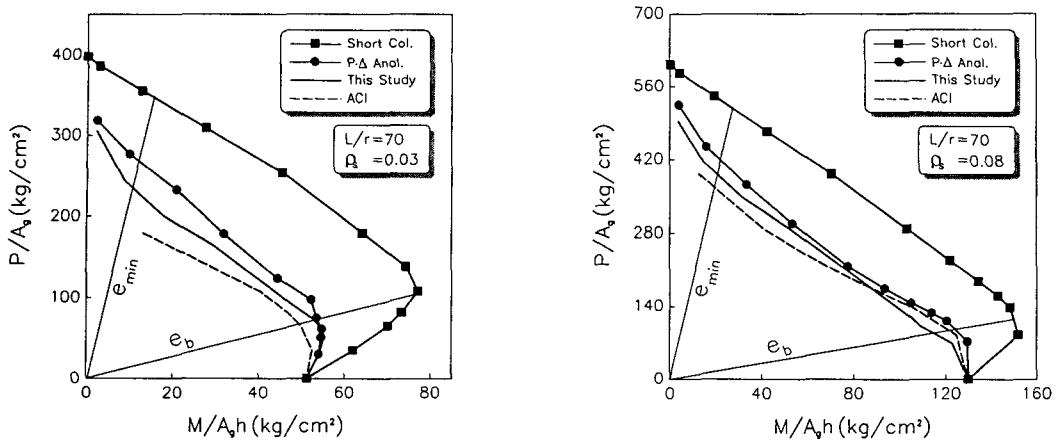
그림 3. 제안식의 비교 ( $f_c' = 360 \text{ kg/cm}^2$ )

그림 3에서 알 수 있는 바와 같이 ACI 제안식은 세장비가 상대적으로 작은 경우( $L/r=30$ ) P-Δ효과에 의한 극한강도 감소를 효과적으로 모사하고 있으나 (그림 3(a) 참조) 철근비와 세장비가 작은 경우는 기둥의 저항력을 약간 과대평가하는 경향을 보이는 등 기둥의 설계시 저항력 부족을 야기할 가능성을 포함하고 있다. 나아가 세장비가 증가함에 따라 기둥의 극한 저항력을 크게 과소평가하고 있는 것을 볼 수 있으며 철근비가 상대적으로 작은 경우 그 정도는 더욱 증가하게 되는 것을 알 수 있다.

또한 현재 구조물의 설계시 일반적으로 널리 사용되고 있는 압축강도  $f_c' = 270 \text{ kg/cm}^2$  인 콘크리트에 대해 수치해석을 수행하였으며 얻어진 결과를 그림 4에 나타내었다. 그림 4에서 볼 수 있듯이 보통강도 콘크리트의 경우 이 논문에서 제안한 관계식과 ACI 제안식 모두 전체적으로 실제 거동과 유사한 결과를 나타내는 것을 알 수 있다.



(a)  $L/r=30$  의 경우



(b)  $L/r=70$  의 경우

그림 4. 제안식의 비교 ( $f_c' = 270 \text{ kg/cm}^2$ )

## 5. 결 론

이 논문에서는 재료 및 기하학적 비선형성을 고려한 철근콘크리트 장주의 거동을 효과적으로 모사할 수 있는 해석 모델을 제안하였으며 개발된 프로그램을 토대로 장주의 거동을 분석하였다. 수치해석 결과로부터 장주의 극한 저항력은 철근비 및 편심 등의 변화에 크게 영향을 받는다는 것을 알 수 있었으며 ACI 설계규준은 세장비가 증가함에 따라 장주의 극한 저항력을 과소평가함을 알 수 있었다. 따라서 설계시 간단하면서도 비교적 정확히 장주의 저항력을 산정할 수 있도록 하기 위해 얻어진 결과를 토대로 세장비, 철근비 및 편심의 영향을 고려한 장주의 설계 관계식을 제안하였으며, 제안된 모델을 수치 해석결과 및 ACI 설계규준과의 비교를 통해 그 효율성을 검증하였다.

## 참고문헌

1. ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-99)*, American Concrete Institute, Detroit, 1999
2. Bazant, Z.P. and Cedolin, L., *Stability of Structures*, Oxford, Oxford, 1991
3. Bazant, Z. P. and Xiang Y., "Inelastic Buckling of Concrete Column in Braced Frame", *Journal of Structural Engineering*, Vol.123, No.5, 1997, pp. 634-642
4. Kim, J.K. and Lee S.S., "The behavior of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending", *Engineering Structures*, Vol.22, No.11, 2000, pp.1518-1528