

대칭형으로 taper진 압축재의 등가 단면2차모멘트

The equivalent second moment of area for the symmetrically tapered compression member

김상조* 민영숙* 김순철** 이수곤***
Kim, Sang-jo Min, Young-Suk Kim, Soon-Chul Lee, Soo-Gon

ABSTRACT

When the compression members have the variable cross sections along their member axes, the determination of the elastic critical loads by classical methods becomes impossible and if possible involves complicated calculation only to obtain the approximate values of critical load. In this paper the elastic critical load coefficients of the tapered members with simply supported ends were determined by finite element method. And then the results were represented by simple algebraic equations of two parameters, α (=taper parameter) and m (=sectional property parameter). On the basis of algebraic equations, the equivalent moment of inertia concept originally proposed by Bleich for a specific case, are extended to the general cases.

1. 서론

부재축에 따라 직선형 혹은 곡선형으로 taper진 변단면 부재의 사용 역사는 기원전으로 소급된다. 오늘날에도 변단면 부재는 공학의 여러 분야에서 광범위하게 사용되고 있으나 막상 이들 부재의 응력해석이나 압축상태하에서의 안정해석(stability analysis) 문제에 접하게 되면 해결하기 곤란한 문제들이 많다. 특히 직선형이 아닌 곡선형(예를 들면 포물선이나 정현곡선(sine curve))으로 taper진 부재의 경우 응력 또는 안정해석의 정해치(exact value) 산정이 복잡해진다. 따라서 실제 설계에서는 약산법을 이용한 근사치 값을 택할 수밖에 없게 된다. 이번 연구의 대상인 변단면 압축재의 임계하중 결정 역시 예외는 아니다. 여러 방법중 실제 구조설계에 흔히 이용되는 근사식은 Bleich의 제안식이다. Bleich는 다음 그림1(a)와 같은 부재에서 그 taper 형태가 포물선 즉 2차 곡선일 때 부재의 임계하중 추정에 등가 단면2차모멘트 계수, μ 를 제안하였다. 이 제안식은 지금까지도 강구조 설계에 관한 여러 교재에 자주 인용되고 있다. 그러나 Bleich의 제안식은 재축(member axis)에 따른 단면2차모멘트 변화가 2차 함수, 즉 단면성질 매개변수, m 이 $m=1$ 일 때에만 유효하다는 제한조건이 있게 된다.

이번 연구에서는 부재축에 따른 taper 형태가 정현상(sine curve form) 또는 직선 형태일 때 등가 단면2차모멘트 계수, μ 를 두 매개변수의 함수로 표시하는 식을 제안하기로 한다. 두 매개변수는 taper parameter, α 와 sectional property parameter, m 이다. 이 때의 경계조건은 Bleich의 제안식에서처럼 양단 단순지지이

* 전남대학교 대학원 석사과정

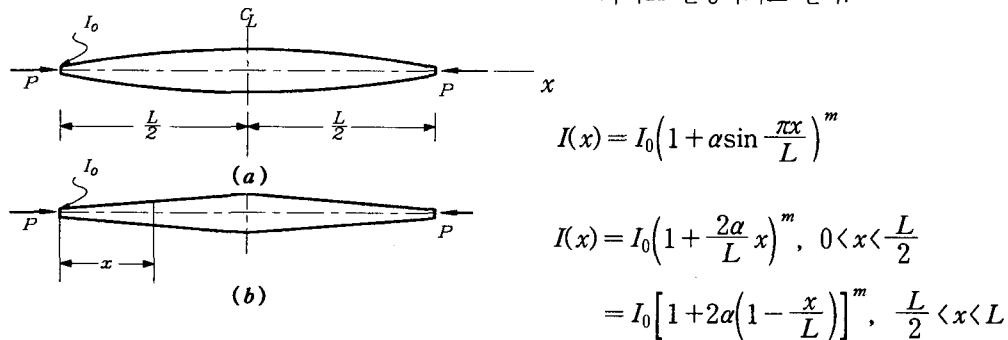
** 동신대학교 건축공학과 부교수

*** 전남대학교 건축학과 교수

α 와 sectional property parameter, m 이다. 이 때의 경계조건은 Bleich의 제안식에서처럼 양단 단순지지이 나 여기서 m 은 $m=1, 2, 3$, 또는 4 중 어느 하나를 택하게 되므로 그 응용범위는 넓다.

2. 압축재의 형태 및 임계하중

다음의 그림1은 이번 연구에서 다루고져 하는 변단면 압축재들이다. 이들 그림에서 $I(x)$ 는 단면2차모멘트의 부재축 x 에 따른 변화를 표시하는 식으로 식중의 m 은 sectional property parameter라 부르기로 한다. m 은 $m=1, 2, 3$, 또는 4 중 어느 하나를 택할수 있는데 이때의 기하학적 의미는 그림1·a와 2를 가지고 설명하기로 한다.



m (=sectional property parameter) = 1, 2, 3, or 4

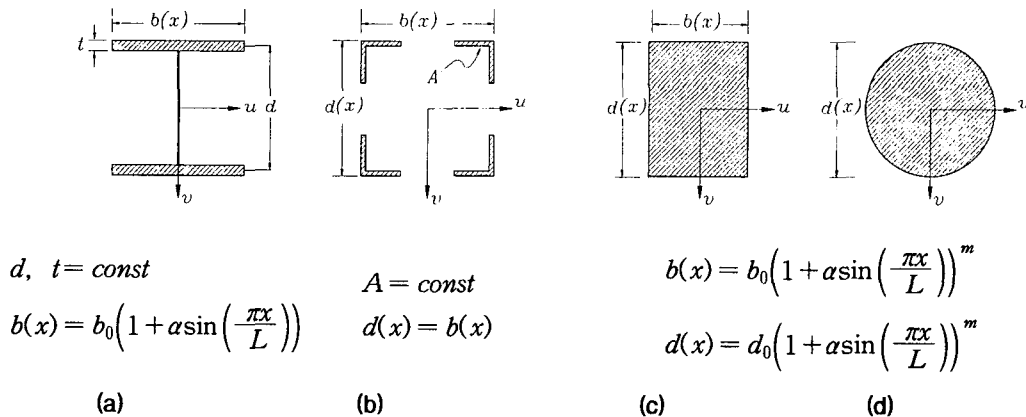
그림 1. 변단면 압축재

먼저 그림2(a)와 같은 H-형강부재에서 web부분을 무시할수 있고 flange 두께와 보폭, d 는 일정하나 그 폭 $b(x)$ 의 변화가 지시된 형태로 변화하면 u 축과 v 축에 관한 단면2차모멘트는 각각

$$I_u = 2t b(x) \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 0.5t b_0 d^2 \left(1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L}\right)$$

$$I_v = 2 \times \frac{t b^3(x)}{12} = \frac{t b_0^3}{6} \left(1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L}\right)^3$$

으로 첫째식에서는 $m=1$, 두 번째식에서는 $m=3$ 이다.



$d, t = const$

$$b(x) = b_0 \left(1 + \alpha \sin \left(\frac{\pi x}{L}\right)\right)$$

(a)

$A = const$

$$d(x) = b(x)$$

(b)

$$b(x) = b_0 \left(1 + \alpha \sin \left(\frac{\pi x}{L}\right)\right)^m$$

$$d(x) = d_0 \left(1 + \alpha \sin \left(\frac{\pi x}{L}\right)\right)^m$$

(c)

(d)

그림 2. Sectional property parameter, m

그림2(b)에서 4 우각부에 배치된 단면적 A 가 일정하고 $d(x) = b(x)$ 이면 단면2차모멘트 변화는

$$I_u = I_v = 4A \left(\frac{b(x)}{2} \right)^2 = Ab_0^2 \left(1 + a \sin \frac{\pi x}{L} \right)^2$$

이고 따라서 m 은 $m = 2$ 이다. 끝으로 그림2(c)와 (d)에서 단면2차모멘트의 변화는

$$I_u = \frac{b_0 d_0^3}{12} \left(1 + a \sin \frac{\pi x}{L} \right)^4 \quad (\text{그림2(c)})$$

또는

$$I_u = I_v = \frac{\pi d_0^4}{64} \left(1 + a \sin \frac{\pi x}{L} \right)^4 \quad (\text{그림2(d)})$$

로 어느 경우에도 m 은 $m = 4$ 이다.

임계하중을 산정하는 여러 고전적인 방법중 통상적으로 쓰이는 중립평형법을 채택할 경우 좌굴지배 미분방정식은 다음 형태를 취한다.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \right) + P \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

식(1)에서의 x 는 부재축에 따른 종좌표(longitudinal coordinate)이고 y 는 좌굴로 인한 횡방향 변형(lateral displacement)이다.(그림1 참조). 여기서 단면2차모멘트 $I(x)$ 의 변화는 그림1과 같이 가정하였으므로 따라서 식(1)은 비선형(non-linear)미분방정식으로 된다. 비선형미분방정식의 적분은 몇가지 특수 경우를 제외하고(1)은 불가능하게 되는데 이는 곧 임계하중 결정이 불가능하게 됨을 뜻한다.

이때 흔히 택하는 방법이 energy법들인데 이들 중 대표적이라 할 수 있는 Rayleigh-Ritz를 예로들면 다음과 같다. 먼저 임계하중 산정을 위한 total potential energy, Π 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx - \frac{P}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2)$$

식(2)에 의한 임계하중의 결정은 모든 경계조건을 만족시키는 좌굴처짐 함수 $y(x)$ 의 가정이 무엇보다 중요하다. 모든 경계조건이라 함은 기하학적 경계조건(geometric boundary condition)과 자연경계조건(natural or static boundary condition)을 말한다. 이들 경계조건 모두를 만족시키는 처짐함수 가정이 불가능 할 때는 기하학적 경계조건만이라도 만족시키는 좌굴처짐 함수일 때 이것을 이용한 임계하중은 정해치 값에 가깝게 된다. 흔히 사용하는 다음의 식(3,a)와 같은 삼각함수나 대수함수를 택하는데 이때 C_1 또는 C_3 는 처짐함수 계수로 자연좌표(natural coordinate)라고도 부른다. 임계하중은 식(2)로 주어지는 total potential energy, Π 가 자연좌표에 관하여 최소화 되도록 하는 과정이나 계(system)가 이 평형을 유지하도록 하는 과정에서 결정된다.

지금까지의 Rayleigh-Ritz법에 관한 설명이 다소 추상적이므로 그림1(b)와 같이 대칭상으로 taper진 변단면 압축재가 양단 단순지지 일때의 임계하중을 예로 든다. 단 taper parameter, α 와 sectional property parameter, m 은 각각 $\alpha = 1.0$, $m = 4$ 인 경우를 택한다. 먼저 임계하중 산정을 위하여 좌굴처짐 함수를 식(3)과 같이 가정한다.

$$y = y(x) = C_1 \sin \left(\frac{\pi x}{L} \right) + C_3 \sin \left(\frac{3\pi x}{L} \right) \quad (3.a)$$

이상과 같은 처짐함수는 부재 양단이 단순지지라는 모든 경계조건($y(0) = y(L) = 0$, $y'(0) = y'(L) = 0$)을 만족시킨다. 이제 식(2)에 대입하기 위하여 차례로 미분하면

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \left(-\frac{\pi}{L}\right) \left[C_1 \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) + 3C_3 \cos\left(\frac{3\pi x}{L}\right) \right] \\ \frac{dy^2}{dx^2} &= -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[C_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) - 9C_3 \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right) \right]\end{aligned}\quad (3.b)$$

식(3.b)를 식(2)에 대입하고 지시된 적분을 한후 정리하면

$$\Pi = \frac{EI_0 \pi^4}{L^3} \left\{ 2.277 C_1^2 - 16.210 C_1 C_3 + 133.572 C_3^2 - \frac{\lambda}{4} (C_1^2 + 9C_3^2) \right\} \quad (3.c)$$

식(3.c) 중 λ 는 무차원하중(non-dimension load)으로 그 정의는 $\lambda = PL^2/EI_0$ 이다. 부재의 평형조건 또는 Π 의 극소화 조건은 Π 의 1차 변분이 zero 즉 $\delta^{(1)}\Pi = 0$ 을 의미하는데 이것을 식으로 쓰면

$$\begin{aligned}\delta^{(1)}\Pi = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_1} &= (4.554 - 0.5\lambda)C_1 - 16.210C_3 = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial C_3} &= -16.210C_1 + (267.144 - 4.5\lambda)C_3 = 0\end{aligned}$$

위의 두 식을 행렬방정식으로 표기하면

$$\begin{vmatrix} (4.554 - 0.5\lambda) & -16.21 \\ -16.21 & (267.144 - 4.5\lambda) \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.d)$$

식(3.d)는 전형적인 고유치방정식(eigenvalue equation)으로 자연좌표 vector $[C_1 \ C_3]^T \neq [0 \ 0]$ 이 성립해야 한다. 이때에는 자연좌표 vector의 전치행렬(premultiplied matrix)이 행렬식(determinant)으로 영(zero)이 되어야 한다.

$$\det \begin{vmatrix} (4.554 - 0.5\lambda) & -16.21 \\ -16.21 & (267.144 - 4.5\lambda) \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_3 \end{Bmatrix} = 2.25\lambda^2 - 154.065\lambda + 953.81 = 0$$

위의 마지막 식은 흔히 특성방정식(characteristic equation)이라 부른다. 특성방정식을 만족시키는 두 근은 $\lambda_1 = 6.8828$, $\lambda_2 = 61.5905$ 로 1차 좌굴 mode에 대응하는 임계하중은

$$P_{cr} = \lambda_1 \left(\frac{\pi^2 EI_0}{L^2} \right) = 67.931 \frac{EI_0}{L^2} \quad (3 \cdot e)$$

식 (3·e)의 임계하중값을 다음의 유한 요소법으로부터 얻은 값($P_{cr} = 67.931 EI_0/L^2$)과 비교하면 오차는 +3.0%정도 된다.

지금까지 본것처럼 단면 2차 모멘트 $I(x)$ 의 변화가 그림 1과 같이 되면 중립평행법 즉, 미분방정식의 해(또는 적분)로부터는 임계하중 산정이 불가능하고 energy법의 적용 역시 대단히 복잡한 계산을 거쳐야한다. 이때에는 수치해석법의 응용이 바람직한데 다음에는 이번 연구와 관련된 유한요소법의 개요 및 그 결과를 기술하기로 한다.

3. 유한 요소법에 의한 좌굴 하중 산정

그림 3은 절점의 자유도가 2인 beam-column요소를 나타내고 있다. 그림 1과 같이 단면 2차 모멘트 $I(x)$ 가 변화하면 형상함수(shape function)의 유도가 대단히 복잡하게 되므로 한 요소 내에서는 단면2차 모멘트 변화가 없다고 가정한다. 이때의 처짐함수 $y = y(x)$ 는 $y = A_1 + A_2 x + A_3 x^2 + A_4 x^3$ 으로 가정할 수

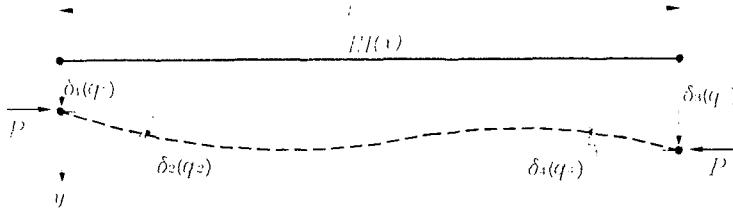


그림 3 절점 변형 성분 (δ_i)와 절점력 성분 (q_i)

있다. 여기서 상수, A_i 를 절점 변형 성분 δ_i 로 표시하고 정리하면 최종적으로 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$y = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} = [f] \{\delta\} \quad (4)$$

식(4)에서 f_i 는 형상함수로 그 내용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_1 &= 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3, & f_2 &= x\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \\ f_3 &= +3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3, & f_4 &= -\frac{x^2}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

그림 3과 같은 beam-column 요소에 축적된 변형에너지(strain energy)는

$$U_b = \frac{1}{2} \int_0^l EI(x) \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2 dx$$

로 주어지는데 그림1에서처럼 $I(x)$ 가 변화하면 U_b 의 계산이 대단히 복잡하게 된다. 여기에서는 각 요소 중점에서의 $I(x)$ 값을 택하여 이를 $I(e)$ 라 놓고 식 (4)를 이용하여 적분한 다음 정리하면

$$U_b = \frac{1}{2} \{\delta\}^T \left[EI(e) \int_0^l \left[\frac{d^2 f}{dx^2} \right]^T \left[\frac{d^2 f}{dx^2} \right] dx \right] \{\delta\} \quad (6 \cdot b)$$

한편 그림 3과 같은 beam-column 요소에 작용하는 외력에 의한 일($=W$)은 절점력 성분 q_i 에 의한 일 ($=W_1$)과 일정크기의 압축력 P에 의한 일 ($=W_2$)로 구성되는데 그 결과는

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 \\ &= \frac{1}{2} \{q\}^T \{\delta\} + \frac{P}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx, \quad (\{q\} = [k] \{\delta\}) \\ &= \frac{1}{2} \{\delta\}^T \left[[k] + P \int_0^l \left[\frac{df}{dx} \right]^T \left[\frac{df}{dx} \right] dx \right] \{\delta\} \end{aligned} \quad (6 \cdot b)$$

요소내에 축적된 변형에너지, U_b 를 외력에 의한 일, W 와 같다고 놓고 정리하면 요소의 강성행렬은 다음식 으로 된다.

$$[k] = \frac{EI(e)}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & & & \\ -6l & 4l^2 & & \\ -12 & 6l & 12 & \\ -6l & 2l^2 & 6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ symm \end{matrix} - \frac{P}{30l} \begin{bmatrix} 36 & & & \\ -3l & 4l^2 & & \\ -36 & 3l & 36 & \\ -3l & -l^2 & 3l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ symm \end{matrix} \quad (7)$$

위의 식(7)에서 우변 첫째항은 휨강성행렬 (flexural stiffness matrix, $[k]_b$)이고 두 번째 항은 축방향 압축력에 의한 영향을 나타내는 행렬로 흔히 기하강성행렬(geometric stiffness matrix, $[k]_g$)라 부른다. 식에서 알 수 있듯이 축방향 압축력 P로 인하여 요소의 강성은 감소된다.

부재의 좌굴하중 또는 임계하중을 산정하려면 먼저 부재를 여러개의 요소로 (細分)한 다음 식(7)로 주어지는 행렬을 차례로 조합해야한다. 요소의 행렬을 조합하면 구조물의 강성행렬이 얻어지는데 양단의 경계조건을 적용하여 일부의 행(row)과 열(column)을 소거한다. 그 결과 다음과 같은 행렬 방정식을 얻는다.

$$([K]_b - P[K]_g)\{\Delta\} = \{0\} \quad (8)$$

식(8)은 앞의 식(3-d)와 마찬가지로 전형적인 고유치 방정식으로 행렬의 크기(size)가 크게되면 computer를 이용한 반복법(iteration method)으로 최소 고유치(여기서는 1차 좌굴 mode에 대응하는 임계하중)를 구할 수 있다.

본 연구실에서 그동안 수행한 연구결과에 따르면 유한요소법에 의한 좌굴 하중계수 C_{fem} 은 다음과 같은 다항식으로 표시할 때 큰 오차가 없음을 보여주고 있다.

표1. 변단면 압축재의임계하중계수 (C_{fem}), $P_{cr} = C_{fem} \cdot \frac{EI_0}{L^2}$



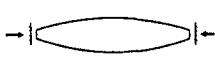
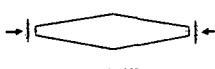
								
	1	2	3	4	1	2	3	4
0.0	9.8693	9.8693	9.8693	9.8693	9.8693	9.8693	9.8693	9.8693
0.1	10.7022	11.6079	12.5768	13.6348	10.5542	11.2811	12.0583	12.8821
0.2	11.5297	13.4586	15.6868	18.2482	11.2368	12.7574	14.4821	16.4189
0.3	12.3534	15.4344	19.2161	23.8603	11.9108	14.3115	17.1649	20.4542
0.4	13.1686	17.5174	23.1678	30.5056	12.5700	15.9353	20.0741	25.1018
0.5	13.9776	19.7034	27.5799	38.2950	13.2394	17.6105	23.2092	30.3102
0.6	14.8115	22.0243	32.4422	47.2418	13.8882	19.3525	26.5915	36.0888
0.7	15.6310	24.4493	37.8027	57.5867	14.5555	21.1257	30.2196	42.5158
0.8	16.4208	26.9626	43.6334	69.2625	15.1991	22.9940	34.1319	49.4869
0.9	17.2305	29.6192	50.0039	82.3064	15.8459	24.9154	38.2401	57.1538
1.0	18.0236	32.3613	56.8047	97.0227	16.4764	26.8581	42.6516	65.5339
1.1	18.8258	35.2118	64.2012	113.1292	17.1266	28.9045	47.2665	74.5583
1.2	19.6172	38.1732	72.0452	130.6720	17.7571	30.9665	52.1177	84.2114
1.3	20.4251	41.2212	80.4965	150.0019	18.3923	33.1106	57.2664	94.4686
1.4	21.2103	44.3751	89.4541	171.2479	19.0124	35.3167	62.6771	105.4459
1.5	21.9938	47.6505	99.0309	193.6790	19.6677	37.5016	68.3225	117.2651
1.6	22.8002	50.9614	109.0645	218.4140	20.2730	39.8697	74.2010	129.7176
1.7	23.5752	54.4866	119.7284	244.5312	20.9019	42.2308	80.3442	142.8190
1.8	24.3750	58.0626	131.0469	272.5061	21.5093	44.6621	86.7870	156.2421
1.9	25.1671	61.7016	142.6699	302.1071	22.1528	47.0817	93.4276	171.1644
2.0	25.9503	65.4916	155.0469	332.8216	22.7711	49.5733	100.4307	186.2406

표2. 회귀 상수값

	A_0	A_1	A_2	B_0	B_1	B_2	C_0	C_1	C_2
	11.5904	-2.3131	0.6606	-13.1274	26.0353	-5.0689	19.6933	-30.0564	10.9106
	10.0895	-0.2505	0.0542	-1.8699	8.8225	-0.4738	3.5616	-6.5527	2.9048

4. 등가 단면 2차 모멘트 계수 ($=\mu$)

앞의 서론에서 말한 것처럼 Bleich는 그림1(a)와 같이 대칭으로 taper진 압축재에서 부재축에 따라 taper진 형태가 정현 곡선(sine curve)이 아닌 포물선(parabolic curve)형태를 취할 때 (따라서 단면 매개변수 $m=1$) 양단이 단순지지된 부재의 임계하중을 식(1)을 이용하여 결정하였다. 그러나 유도된 식들을 이용하여 임계하중값을 얻기까지는 다소 복잡한 계산이 필요하다. 이런 이유로 그는 구조 설계를 담당하는 실무자들의 편의를 위하여 다음과 같은 약산식을 제안하였는데 오늘날 까지도 널리 쓰이고 있다.

$$P_{cr} = \mu \cdot \frac{\pi^2 EI_{max}}{L^2}, \quad \mu = 0.34 + 0.66 \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}} \quad (\text{단, } d_{max} \leq 5d_{min}) \quad (10 \cdot a)$$

위의 첫 식에서 d 는 보의 축(depth)을 의미한다. 따라서 d_{min} 과 d_{max} 는 각각 원점과 부재중양에서의 축이다. I_{min} 과 I_{max} 역시 원점과 부재 중앙에서의 단면 2차모멘트 값으로 그림1을 참조하면 $I_{max} = (1 + a)^m I_{min}$ 으로 된다. (그림1에서는 $I_{min} = I_0$)

실제로 구조 실무자들이 그림1과 같은 변단면 압축재의 안정성검토나 응력해석에 접하게 되면 동일한 부재가 보(beam)부재로 쓰일때의 응력해석에서보다 훨씬 난처한 입장에 처하게 된다. 이와같은 이유로 식(9·a)를 변경시켜 식(10·a)의 형태로 만들기로 한다. 즉 먼저 식(9·a)를 다소 변경시켜 다음과 같은 식으로 만든다.

$$P_{cr} = C_{jem} \cdot \frac{EI_0}{L^2} = C(m, a) \cdot \frac{EI_0}{L^2} \quad (9 \cdot b)$$

이때 식(10·a)을 식(9·b)과 같다고 놓고 정리하면 등가 단면2차 모멘트 계수, μ 는

$$\mu = \frac{C(m, a)}{\pi^2 (1 + a)^m} = \frac{(1 + a)^{-m} \cdot C(m, a)}{\pi^2} \quad (10 \cdot b)$$

이 되고 이때 식(10·a)의 Bleich 임계하중식은 다음식으로 변형된다.

$$P_{cr} = C(m, a)(1 + a)^{-m} \cdot \frac{EI_{max}}{L^2} \quad (10 \cdot c)$$

앞에서 말한 것처럼 Bleich의 제안식 식(10·a)은 $m=1$ 과 부재양단의 경계조건이 단순지지라는 제한조건이 따른다. 이에 비하여 식(10·c)은 $m=1$ 은 물론 $m=2,3,4$ 까지를 포함시킬 수 있어 응용범위는 훨씬 넓다.

이제 식(10·c)의 타당성을 검증하기 위하여 Bleich의 기둥, 즉 부재축에 따른 압축재 형태가 대칭 포물선 형태일 때를 택한다. 이때에는 단면성질 매개변수가 $m=1$ 이며 계산 편의상 taper 매개변수 a 를 1.0으로 택한다($a=1.0$). 이때 식(10·a)중의 μ 값과 이를 기본으로 한 임계하중치는 각각 $\mu = 1.0471$, $P_{cr} = 7.954 EI_{max} / L^2$ 으로 된다. 한편 $m=1$ 과 $a=1.0$ 일 때 정현곡선형 변단면 압축재의 임계하중은 표1과

식 (10 · c)로부터 $9.135EI_{max}/L^2$ 로 이들의 차이를 부재 층(depth)의 차이와 관련시켜보면 제안식 식(10 · c)의 타당성을 대체로 알 수 있다.

5. 결론

Bleich의 등가단면 2차 모멘트 계수의 적용범위를 확장하기 위하여 먼저 양단이 단순 지지된 두 가지 형 (type)의 임계하중을 유한 요소법으로 산정하였다. 유한 요소법으로 산정한 임계하중계수들 간의 관계를 두 개의 매개변수, m (=단면성질 매개변수)과 α (=taper 매개변수)를 변수로 하는 대수 방정식을 제안하였다. 제안한 대수 방정식으로 추정된 임계하중 계수는 유한요소법에 의한 결과와 거의 일치하였다(상관계수는 거의 모든 경우 1.0). 이 대수 방정식을 기본으로 하여 실무에 종사하는 구조 기술자들에게 익숙한 등가 단면2차 모멘트 계수식을 제안하였다.

참고문헌

1. 이수곤, "Eigenvalue Problems of the Tapered Bars with Partially Fixed Ends" 서울대학교 대학원 박사학위 청구논문, 1979.
2. Himat Solanki and Gajanan M. Sabnis, "Buckling Load of Tapered Columns " *Structures Congress, San Francisco*, 1989, pp436~442.
3. Moshe Eisenberger and Yoram Reich, "Buckling of Variable Cross Section Columns", *Structures Congress, San Francisco*, 1989, pp443~451.
4. Frank E. Weisgerber and Khalid Salahuddin, "Elastic Stability of Non-Prismatic Columns, *Structures Congress, San Francisco*, 1989, pp410~417".
5. 이수곤, "構造物の 安定理論", 전남대학교 출판부, 1995.
6. Alexander Chajes, "Principles of Structural Stability Theory", Prentice-Hall, Inc, 1974.
7. W.F.Chen and E.M.Lui, "Structural Stability", Elsevier, 1987.
8. 사중엽, Professor's Numerical Analysis Home Page, Ch4, 회귀분석, Ch.5, 수치적분.
9. Murray R, Spiegel, "Probability and Statistics", Schaum's Outline Series, McGraw-Hill Book Co.,1975.