

## 웨이브렛 신경회로망을 이용한 비선형 적응 제어기 설계

정 경 권, 김 주 웅, 엄 기 환, \*정 성 부, \*\*김 한 웅  
동국대학교, \*서일대학, \*\*한경대학교  
전화 : 02-2260-3332

### Design of Nonlinear Adaptive Controller using Wavelet Neural Network

Kyung Kwon Jung, Joo Woong Kim, Ki Hwan Eom,  
\*Sung Boo Chung, \*\*Han Woong Kim  
Dongguk University, \*Seoil College, \*\*Hankyong National University  
E-mail : kwon@dongguk.edu

#### Abstract

In this paper, we design a nonlinear adaptive controller using wavelet neural network. The method proposed in this paper performs for a nonlinear system with unknown parameters, identification with using a wavelet neural network, and then a nonlinear adaptive controller is designed with those identified informations. The advantage of the proposed control method is simple to design a controller for unknown nonlinear systems, because we use the identified informations and design parameters are positioned within a negative real part of s-plane. The simulation results showed the effectiveness of proposed controller design method.

#### I. 서론

최근에 제어 시스템은 높은 역학적인 성능 향상과 강인성이 요구됨과 동시에 복잡하고 비선형이 강하며 불확실하여 가고 있다. 이것은 현대의 과학기술, 공업기술의 급속한 진보와 깊은 연관성이 있으며, 이것에 따라 제어 이론 및 제어 기술도 급속히 고도화되고 복잡화 되어가고 있다[1][2][3]. 현대 제어 이론의 성숙과 함께 적응 제어나 모델 기준(Model Reference) 제어, 강인 제어 등이 실제 산업 현장에 많이 적용되어 왔다. 그러나 적응 제어기는 선형 제어기로서 비선형 시스템의 제어에 적용할 경우 매우 작은 시간 간격으로 제어 입력 신호를 계산해야 하는 단점이 있고, 모델 기준 제어는 불확실한 제어 대상을 모델링하기가 어렵다[4][5][6]. 신경회로망

의 시작은 1943년 McCulloch과 Pitts에 의해 소개되었고, 1944년에 Hebb이 신경계의 학습은 뉴런간의 시냅스 연결 강도 변화로 이루어진다고 하였으며, 1959년 Rosenblatt에 의해 최초의 인공적 신경회로망이 소개되었다. 1960년에는 최소 평균 자승 알고리즘(LMS : Least Means Squares)으로 Widrow와 Hoff는 빠르고 정확한 학습이 되는 ADALINE(Adaptive Linear Neuron) 모델을 소개하였으며, LMS 알고리즘의 일반화는 오늘날 신경회로망 연구의 기본이 되는 오차 역전파(Error Back-Propagation) 알고리즘이다. 1969년에 Minsky와 Papert는 퍼셉트론이라는 논문에서 단층 신경회로망의 데이터 처리 능력의 한계를 증명하였으며, 1972년에는 Kohonen 과 Anderson 이 각각 기여할 수 있는 신경회로망을 개발하였다. 그 후 1980년대 이 후부터 신경회로망에 대한 연구와 응용분야는 크게 증가되고 있다. 이러한 다층 신경 회로망은 단순한 기능을 가진 무수히 많은 뉴런 또는 처리 소자들이 병렬 연결된 연산 구조로 학습이나 훈련을 통해 연결 강도를 조정함으로써 유연성이나 적응 능력이 뛰어나다. 이는 다층 신경회로망의 학습 기구에 의해 실현되고 있으며 일반적으로 오차 역전파 알고리즘을 많이 이용하고 있다. 오차 역전파 알고리즘은 목표 출력과 네트워크 실제 출력 사이의 차의 자승합을 목적함수로 하여 그 목적 함수의 최소점을 최급강하법으로 구한다. 이러한 오차 역전파 알고리즘의 문제점은 학습 소요 시간이 길고, 지역 최소점에 빠질 가능성이 있다.

최근에는 신경회로망의 단점을 보완하기 위하여 웨이브렛 신경회로망(wavelet neural network)이 제안되었다. 웨이브렛 신경회로망은 기존의 신경회로망과 웨이브렛 분해 사이의 구조적인 유사성과 뛰어난 함수 근사화

능력에 기인하여 웨이브렛 이론과 신경회로망을 결합하였다. 이러한 웨이브렛 신경회로망은 문제의 유일하고 효과적인 표현을 가능케하고, 망의 초기화에 대한 이론적 배경을 제공할 수 있다.

본 논문에서는 기존의 제어 방식보다 적은 정보와 계산량을 갖는 시스템 동정과 제어를 위하여 웨이브렛 함수를 신경회로망의 시그모이드 함수 대응으로 사용하는 신경회로망을 이용하여 입력신호와 관련되지 않은 시스템 함수를 동정하고, 입력신호와 관련된 시스템 함수는 신경회로망을 이용하여 동정하고 제어기를 설계하는 제어방식을 제안한다. 제안된 제어 방식의 유용성을 입증하기 위해 단일 관절 매니퓰레이터에 적용하여 시뮬레이션한다.

## II. 일반적인 비선형 제어기 설계

단일입력 단일출력(single-input single-output : SISO)을 갖는 비선형 시스템은 일반적으로 식(1)로 된다.

$$\begin{aligned} x^{(n)} + f(x^{(n-1)}, x^{(n-2)}, \dots, x^{(1)}, x) \\ = g(x^{(n-1)}, x^{(n-2)}, \dots, x^{(1)}, x)u \\ y = x \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x, u \in \mathbf{R}$ (실수)이며, 각각 시스템에 대한 변수와 입력을 나타내고,  $y \in \mathbf{R}$ 은 시스템의 출력이 된다. 식(1)의 시스템 변수를 식(2)의 상태 변수로 정의하면

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \vdots \\ x^{(n-2)} \\ x^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(1)은 식(3)의 상태 공간 모델로 되고,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= -f(x) + g(x)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $x$ 는 벡터  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 를 나타내고,  $g(x)$ 는  $g(x) \neq 0$ 인 조건을 만족하여야 하며 일반적으로  $g(x) > 0$ 이다. 식(3)의 비선형 제어 대상에 추종제어를 위해 원하는 기준 궤적  $y_d(t)$ 를 발생하고,  $y_d(t)$ 를  $n$ 번 연속적으로 미분 가능하도록 설계한  $n$ 계 도함수는  $y_d^{(1)}, y_d^{(2)}, \dots, y_d^{(n)}$ 이다. 비선형 제어기의 설계목적은

출력  $y(t)$ 가 원하는 기준 궤적  $y_d(t)$ 를 추종하도록 제어 입력  $u(t)$ 를 설계하는 데 있다. 즉 오차  $e$ 를  $e(t) = y_d(t) - y(t)$ 라 정의하면, 식(4)를 만족하도록 제어 입력  $u(t)$ 를 설계한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (4)$$

식(3)의 비선형 시스템에 대한 비선형 궤환 제어기를 설계하면 식(5)로 된다.

$$u(t) = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (5)$$

여기서  $\alpha(x), \beta(x), v$ 는 각각 식(6), (7), (8)로 된다.

$$\alpha(x) = \frac{-\sum_{i=1}^n k_{i-1}x_i + f(x)}{g(x)} \quad (6)$$

$$\beta(x) = \frac{1}{g(x)} \quad (7)$$

$$v = \sum_{i=0}^n k_i y_d^{(i)} \quad (8)$$

식(8)의  $v$ 는 전향경로에 가해지는 제어기의 일부분으로 전체 제어기 식(5)에 통합되어 궤환 제어기를 형성하고,  $k_i (i=0, 1, \dots, n)$ 는 시스템이 안정하도록 임의로 지정되는 설계 파라미터이다. 식(5)를 식(3)에 대입하여 정리하면 식(9)로 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= -f(x) + g(x) \cdot \\ &\left[ \frac{-\sum_{i=1}^n k_{i-1}x_i + f(x)}{g(x)} + \frac{\sum_{i=0}^n k_i y_d^{(i)}}{g(x)} \right] \\ &= -\sum_{i=1}^n k_{i-1}x_i + \sum_{i=0}^n k_i y_d^{(i)} \end{aligned} \quad (9)$$

$$y = x_1$$

식(9)를 전개하면 식(10)이 된다.

$$\dot{x}_n - k_n y_d^{(n)} + \sum_{i=1}^n k_{i-1}x_i - \sum_{i=0}^{n-1} k_i y_d^{(i)} = 0 \quad (10)$$

식(2)를 식(10)에 대입하고,  $k_n = 1$ 로 놓으면 오차 다이나믹 방정식은 식(11)이 된다.

$$\begin{aligned} (\dot{x}_n - y_d^{(n)}) + k_{n-1}(\dot{x}_{n-1} - y_d^{(n-1)}) \\ + \dots + k_1(\dot{x}_1 - y_d^{(1)}) + k_0(x_1 - y_d) \\ = e^{(n)} + k_{n-1}e^{(n-1)} + \dots + k_1e^{(1)} + k_0e = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)의 오차 다이나믹 방정식에 대한 특성 방정식을 구하면

$$s^n + k_{n-1}s^{n-1} + \dots + k_1s + k_0 = 0 \quad (12)$$

로 되고, 식(12)의 특성 방정식의 근이  $s$ -평면 좌반평면에 존재하도록 설계 파라미터  $k_{n-1}, \dots, k_1, k_0$ 를 지정하

## 웨이브렛 신경회로망을 이용한 비선형 적응 제어기 설계

면 식(5)로 설계된 제어기로 구성된 전체 제어 시스템은 식(4)를 만족한다.

### III. 웨이브렛을 이용한 신경회로망 및 제어기 설계

#### 3-1. 웨이브렛 신경회로망

웨이브렛 신경회로망은 입력층, 은닉층, 출력층으로 구성되는 3층 구조를 갖는다. 특히 인공 뉴런의 비선형 함수로 이용되는 일반적인 시그모이드 함수 대신에 웨이브렛 함수를 이용하였으며, 이러한 인공 뉴런은 은닉층에서만 존재한다.

은닉층 뉴런의 입·출력은 다음과 같다.

$$net_j = \sum_{i=1}^n w_{ji} \cdot x_i \quad (13)$$

$$out_j = \Psi_{a,b}(net_j) \quad (14)$$

$\Psi_{a,b}(net_j)$ 는 웨이브렛 함수로 식(15)와 같다.

$$\Psi_{a,b}(net_j) = \Psi\left(\frac{net_j - b_j}{a_j}\right) \quad (15)$$

$\Psi(t)$ 는 그림 1과 같은 mother 웨이브렛을 사용하였다.

$$\Psi(t) = \cos(0.6t) \exp\left(-\frac{t^2}{100}\right) \quad (16)$$

여기서  $b_j$ ,  $a_j$ 는 shift, dilation이다.

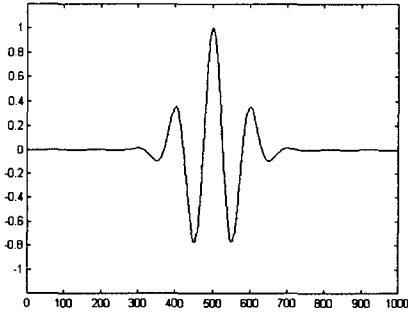


그림 1. mother 웨이브렛  $\Psi(t)$

목적함수  $E$ 를 식(17)과 같이 정의하여 오차가 최소가 되도록

$$E = \frac{1}{2} [y_d - y]^2 \quad (17)$$

입력층과 은닉층 사이의 연결강도  $w_{ji}$ , 은닉층과 출력층 사이의 연결강도  $w_{kj}$ , shift  $b_j$ , dilation  $a_j$ 는 각각 목적함수가 최소화 되도록 식(18), 식(19), 식(20), 식(21)

과 같이 gradient descent 법을 가하여 조정한다.

$$w_{ji}(t+1) = w_{ji}(t) - \eta \frac{\partial E}{\partial w_{ji}} \quad (18)$$

$$w_{kj}(t+1) = w_{kj}(t) - \eta \frac{\partial E}{\partial w_{kj}} \quad (19)$$

$$b_j(t+1) = b_j(t) - \eta \frac{\partial E}{\partial b_j} \quad (20)$$

$$a_j(t+1) = a_j(t) - \eta \frac{\partial E}{\partial a_j} \quad (21)$$

여기서  $\eta$ 는 학습율을 나타낸다.

#### 3-2. 시스템 동정과 제어기 설계

본 논문에서는 웨이브렛을 이용한 신경회로망을 이용하여 시스템을 동정하고, 동정한 정보를 이용하여 II장에서 논의한 비선형 제어기를 설계한다.

식(3)의 비선형 시스템의 상태 공간 모델은 식(22)로 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= -\hat{f}(x) + \hat{g}(x)u \end{aligned} \quad (22)$$

$$y = x_1$$

목적함수가 최소가 되도록  $\hat{f}(x)$ 와  $\hat{g}(x)$ 를 웨이브렛 신경회로망을 이용하여 동정한다. 설계된 비선형 제어기의 식(5), (6), (7), (8)은 각각 식(23), (24), (25), (26)으로 된다.

$$u(t) = \hat{\alpha}(x) + \hat{\beta}(x)v \quad (23)$$

$$\hat{\alpha}(x) = \frac{-\sum_{i=1}^n k_{i-1}x_i + \hat{f}(x)}{\hat{g}(x)} \quad (24)$$

$$\hat{\beta}(x) = \frac{1}{\hat{g}(x)} \quad (25)$$

$$v = \sum_{i=0}^n k_i y_d^{(i)} \quad (26)$$

## IV. 시뮬레이션

제한한 비선형 제어 방식의 유용성을 입증하기 위하여 식(27)로 표현되는 단일 관절 매니퓰레이터에 대하여 시뮬레이션을 하였다.

$$m\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + mgl\cos(\theta) = \tau \quad (27)$$

여기서  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$ 는 각각 매니퓰레이터의 각변위, 각속도, 각가속도를 나타내고,  $\tau$ 는 매니퓰레이터의 입력력으로 관절에 가해지는 토크이며,  $m$ ,  $l$ ,  $B$ ,  $g$ 는 각각 매

니플레이터의 질량, 길이, 마찰계수, 중력 가속도를 나타내며, 값은 각각  $m=0.1[\text{kg}]$ ,  $l=1[\text{m}]$ ,  $B=0.4[\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}]$ ,  $g=9.8[\text{m}/\text{s}^2]$ 의 사양을 갖는다. 식(27)의 시스템을 상태 공간 모델로 표현하면 식(28)이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{l} \cos(x_1) - \frac{B}{ml^2} x_2 + \frac{1}{ml^2} \tau \end{aligned} \quad (28)$$

식(28)에 대하여 Runge-Kutta fourth order 알고리즘을 이용하고, 10[ms] 시간 간격으로 하여 식(29)의 기준 궤적에 대하여 비선형 시스템 동정과 제어를 수행하였다.

$$y_d(t) = \sin(t) \quad (29)$$

그림 2는 기준 궤적과 시스템의 출력을 나타낸 것이고, 그림 3은 제어 입력 신호이다.

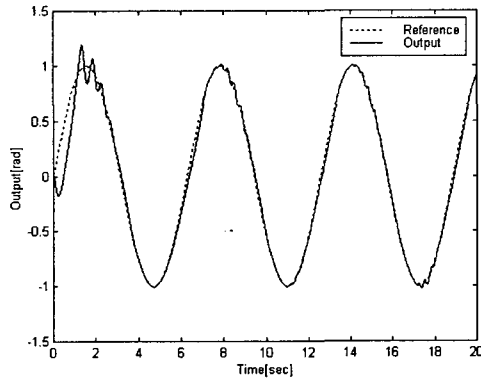


그림 2. 기준 궤적과 출력

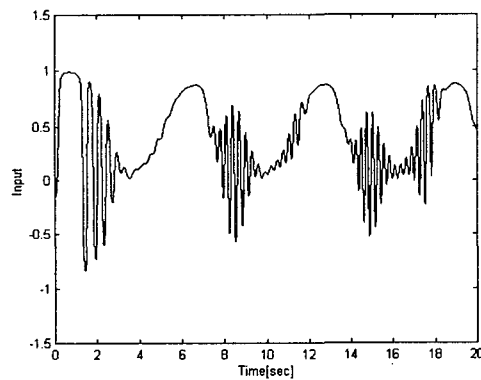


그림 3. 제어 입력

## V. 결론

본 논문에서는 미지의 비선형 시스템 제어를 위한 동정 및 비선형 적응 제어기 설계의 방법으로 웨이브렛 신경회로망을 이용하여 동정 모델을 구성하고, 추종 제어를 위한 비선형 적응 제어기를 설계하는 제어 방식을 제안하였다. 제안한 제어 방식은 비선형 시스템을 입력 신호와 관계되지 않은  $f(\cdot)$ 와 입력 신호와 관계된  $g(\cdot)$ 로 구성되었다고 가정한 후, 웨이브렛 신경회로망을 이용하여  $f(\cdot)$ 와  $g(\cdot)$ 를 동정하고, 동정된 정보를 이용하여 비선형 적응 제어기를 설계하는 방법이다. 제안한 방식의 유용성을 확인하기 위하여 비선형 제어 대상인 단일 관절 매니플레이터에 적용하여 시뮬레이션을 통해 좋은 추종 제어 성능을 확인하였다.

## 참고문헌

- [1] Y. M. Chen, K. F. Gill, "Fuzzy-Neuro Control of Robotic Manipulators," The Third International Conference on Automation, Robotics and Computer Vision, pp.1729-1733, 1994.
- [2] M. Yuan, G. S. Hong and A. N. Poo, "Neural Adaptive Controller : Application to Robot Manipulator," The Third International Conference on Automation, Robotics and Computer Vision, pp.1734-1737, 1994.
- [3] Zheng Weihing and Ma Peisun, "The Fuzzy-Neural Control of Working Robot Control," The Third International Conference on Automation, Robotics and Computer Vision, pp.1724-1728, 1994.
- [4] K. J. Astrom and B. Wittenmark, "On Self Tuning Regulators," Automatica, vol.9, pp.185-199, 1973.
- [5] K. J. Astrom and B. Wittenmark, ADAPTIVE CONTROL, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [6] I. D. Landau, SYSTEM IDENTIFICATION AND CONTROL DESIGN, Prentice Hall Inc., 1990.