

지반굴착 흠막이공의 정보화시공 종합관리를 위한 역해석 프로그램 개발

Development of Back Analysis Program for Total Management Using Observational Method of Earth Retaining Structures under Ground Excavation

오정환¹⁾, Jung-Hwan Oh, 조철현²⁾, Chul-Hyun Cho, 김성재³⁾, Sung-Jae Kim, 백영식³⁾, Young-Shik Paik

¹⁾(주)한국지오컨설턴트 대표이사, 공학박사, 기술사, Principal of Korean Geo-Consultants, Ph.D, P.E(S&F)

²⁾(주)한국지오컨설턴트 기술연구소 책임연구원, Chief Researcher, Korean Geo-Consultants R&D Center

³⁾(주)한국지오컨설턴트 기술연구소 연구원, Researcher, Korean Geo-Consultants R&D Center

⁴⁾경희대학교 토목공학과 교수, 공학박사, Professor, Dept. of Civil Eng., Kyunghee University

SYNOPSIS : For prediction of ground movement per the excavation step, observational results of ground movement during the construction was very different with prediction during the analysis of design step because of the uncertainty of the numerical analysis modelling, the soil parameter, and the condition of a construction field, etc. however accurately numerical analysis method was applied.

Therefore, the management system through the construction field measurement should be achieved for grasping the situation during the excavation.

Until present, the measurement system restricted by 'Absolute Value Management system' only analyzing the stability of present step was executed. So, it was difficult situation to expect the prediction of ground movement for the next excavation step.

In this situation, it was developed that 'The Management system TOMAS-EXCAV' consisted of 'Absolute value management system' analyzing the stability of present step and 'Prediction management system' expecting the ground movement of next excavation step and analyzing the stability of next excavation step by 'Back Analysis'.

TOMAS-EXCAV could be applied to all uncertainty of earth retaining structures analysis by connecting 'Forward analysis program' and 'Back analysis program' and optimizing the main design variables using SQP-MMFD optimization method through measurement results.

The application of TOMAS-EXCAV was confirmed that verified the three earth retaining construction field by back analysis.

1. 서 론

지반굴착을 실시하는 과정에 있어 지반의 평형상태가 흐트러지며, 이 평형상태를 유지하기 위해 흠막이가 이루어지고 동시에 굴착에 따른 흠막이구조물 자체 뿐만아니라 인접구조물의 안정성 확보를 위한 정확한 해석과 합리적인 설계가 필요하다. 그러나 실제 흠막이구조물은 흠 - 구조물의 상호작용, 배면지반의 초기 응력상태 및 그밖의 역학적으로 규명하지 못한 불확실한 요인들이 존재하기 때문에 실제 현장조건과 비슷한 지반상태를 반영하여 굴착단계별 흠막이벽 거동을 정량적으로 파악할 수 있는 방법은 상당히 제한되어 있다. 따라서, 설계단계에서 정확한 거동의 예측이 어려우므로 시공 중 계측을 통한 지속적인 관리가 필수적이다. 하지만 현재까지의 계측관리 형식은 현단계 안정성 여부만을 판단하는 절대치 관리기법에 의존하고 있어 다음단계 굴착시 내포해 있는 위험요소를 인지하지 못하고 굴착이 이루어

지고 있는 실정이다.

이와 같은 측면에서 지반을 굴착함에 따라 단계적으로 변화하는 응력이나 변위 및 토압 등을 충실히 계산하여 현장조건과 지반상태를 적절히 반영할 수 있는 탄소성 해석기법의 개발이 요구되며, 이와 더불어 현상태의 안정성에 대한 판단만 이루어지는 절대치 관리기법의 한계성을 벗어나 역해석 기법을 도입한 예측관리기법을 병행하여 향후 안정성 여부를 예측할 수 있는 지반거동 해석 시스템을 통한 정보화시공의 필요성이 증대되고 있다. 이러한 증가추세는 굴착지반의 실내 및 현장시험에서 얻은 지반물성치를 적절한 해석기법에 의해 개발된 프로그램의 입력자료로 활용함에도 불구하고 실측치와 해석치간에 큰 차이를 보이기 때문이다. 즉, 실내 및 현장시험에서 얻은 지반물성치가 굴착지반 전체를 대표하는 것이 아닌 제한된 시험구간의 국부적인 영역에 대한 결과이고 전체 지반의 비등방, 비균질 및 불연속성 등에 따른 영향을 정확히 파악할 수 없기 때문이다. 이러한 한계를 극복하기 위해서는 지반 전체에 대한 특성을 보다 정확히 파악하기 위한 시추공 및 시험개소를 상당량 증가시켜야 하지만 많은 시간과 비용이 소요되는 문제점이 있다. 이와같은 배경에서 본 연구에서는 역해석 기법을 통한 예측관리기법을 도입함으로써 현 시공단계의 안정성을 정확하게 판정할 뿐만 아니라 향후 계획 중에 있는 굴착공정에서의 위험여부를 예측할 수 있는 지반굴착 흙막이공의 정보화시공 종합관리 시스템인 TOMAS-EXCAV (Total Management System using observational method for earth retaining structures under ground EXCAVation)의 개발 이전단계인 역해석 프로그램을 개발하여 이에 대한 검증을 실시하였다.

2. 개발환경 및 구성

본 시스템의 개발환경은 Windows 기반의 프로그램으로 정해석 및 역해석 프로그램의 계산과 결과값 출력을 극대화하기 위해 두 종류의 언어를 사용하여 개발하였다. 즉, 탄소성해석법에 의한 굴착단계별 해석은 신속하고 정확한 처리를 위해 FORTRAN F77L3 컴파일러를 사용하였고, 입력과 그래프 출력은 ANSI(American National Standard Institute)를 표준으로 한 유연한 개발환경인 Visual C++ 6.0의 MFC(Microsoft Foundation Class)에 의해 SDI(Single Document Interface)로 제작하여 최적화 컴파일을 하였다. 한편, 시스템 구성은 그림 2.1과 같이 현장에서 측정된 계측치를 계측관리 프로그램(TOMAS-EXCAV/M)에 연결시켜 현단계 안정성 판단을 수행하고, 향후 시공단계의 안정성 판단을 위해 역해석(TOMAS-EXCAV/B) 및 정해석(TOMAS-EXCAV/W) 과정을 수행하도록 구성되어 있다.

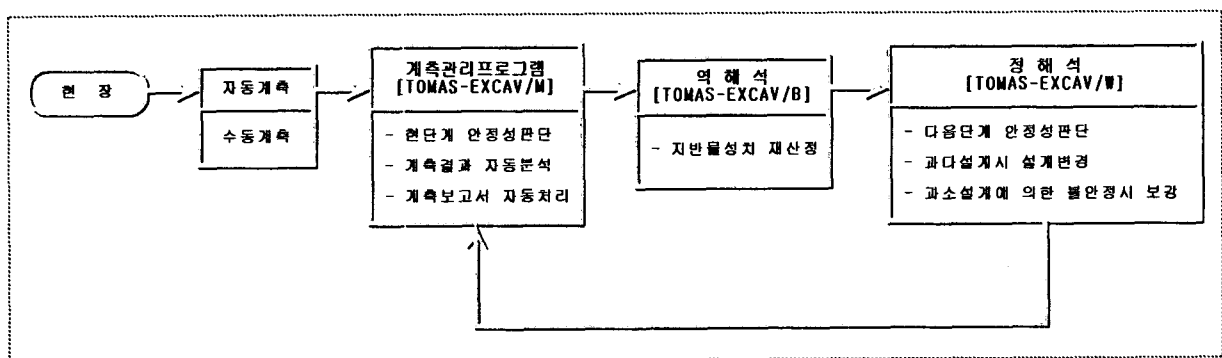


그림 2.1 시스템 흐름도

3. 해석이론

3.1 굴착단계별 탄소성 이론

3.1.1 굴착면 이상과 소성영역구간

그림 3.1은 벽체를 여러개의 요소로 나누었을 경우 소성영역의 요소에 대한 하중과 변위를 나타낸 것이고, 이 탄성보의 기초 미분방정식은 식 (3.1)로 주어진다.

$$EI \frac{d^4 y_x}{dx^4} - (p + q \cdot x) = 0 \quad (3.1)$$

- 여기서, E : 흙막이벽재료의 탄성계수
- I : 흙막이벽의 단면 2차 모멘트
- y_x : x 지점에 있어서의 흙막이벽의 변위
- x : 부재단에서 착안점까지의 거리
- p : $x=0$ 에 대한 하중강도
- q : 하중의 증가율

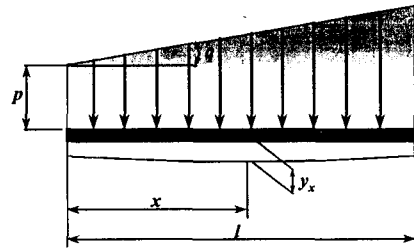


그림 3.1 하중과 부재의 변위

따라서, 흙막이벽의 변위량 y_x , 처짐각 θ_x , 휨모멘트 M_x 및 전단력 S_x 는 식 (3.2) ~ 식 (3.4)와 같다.

$$y_x = y_0 + \theta_x - \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} M_0 x^2 + \frac{1}{6} \theta_0 x^3 - \frac{1}{24} p x^4 - \frac{1}{120} q x^5 \right) \quad (3.2)$$

$$\theta_x = \theta_0 - \frac{1}{EI} \left(M_0 x + \frac{1}{2} S_0 x^2 - \frac{1}{6} p x^3 - \frac{1}{24} q x^4 \right) \quad (3.3)$$

$$M_x = M_0 + S_0 x - \frac{1}{2} p x^2 - \frac{1}{6} q x^3 \quad (3.4)$$

$$S_x = S_0 - p x - \frac{1}{2} q x^2$$

여기서, y_0, θ_0, M_0, S_0 는 $x=0$ 점에서의 변위, 처짐각, 휨모멘트, 전단력이다.

3.1.2 탄성영역구간

탄성영역의 유효주동토압이 그림 3.1과 같이 표시될 때, 탄성바닥상 보의 기초미분 방정식은 식 (3.5)와 같다.

$$EI \frac{d^4 y_x}{dx^4} + KD y_x - (p + q x) = 0 \quad (3.5)$$

여기서, K 는 수평지반반력계수, D 는 흙막이벽의 폭이다. 식 (3.5)의 일반식은 식 (3.6)과 같다.

$$y_x = C_1 e^{\beta x} \cos \beta x + C_2 e^{\beta x} \sin \beta x + C_3 e^{-\beta x} \cos \beta x + C_4 e^{-\beta x} \sin \beta x + \frac{p + q x}{KD} \quad (3.6)$$

여기서, C_1, C_2, C_3, C_4 는 부재양단의 상태에 따라 결정되는 적분상수이며, β 는 식 (3.7)에 의해 계산된다.

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{KD}{4EI}} \quad (3.7)$$

따라서 변위, 모멘트 및 전단력은 식 (3.8) ~ 식 (3.10)에 의해 주어진다.

$$\theta_x = \beta \{C_1 e^{\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) + C_2 e^{\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) + C_3 e^{-\beta x} (-\cos \beta x - \sin \beta x) + C_4 e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x)\} + \frac{p}{KD} \quad (3.8)$$

$$M_x = -2EI \beta^2 (-C_1 e^{\beta x} \sin \beta x + C_2 e^{\beta x} \cos \beta x + C_3 e^{-\beta x} \sin \beta x - C_4 e^{-\beta x} \cos \beta x) \quad (3.9)$$

$$S_x = -2EI \beta^3 \{C_1 e^{\beta x} (-\cos \beta x - \sin \beta x) + C_2 e^{\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) + C_3 e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) + C_4 e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x)\} \quad (3.10)$$

3.1.3 벽체변위에 따른 토압적용

탄소성 해석방법에서 벽체의 변위에 따른 토압의 크기는 소성변위 적용여하에 따라 큰 차이를 보이는데 본 연구에서 개발한 프로그램은 흙막이 벽체의 소성변위를 고려한 벽체의 변위와 토압관계 곡선을 이용하여 실제 기존 지반의 거동을 적절히 반영할 수 있도록 하였다.(그림 3.3 참조) 또한, 벽체의 변위 산정을 위하여 벽체전면과 배면부의 지반거동을 그림 3.2와 같은 변위와 토압의 관계곡선을 이용하여 모델링하고 벽체의 변위에 따른 지반반력계수와 토압을 변위와 토압의 관계곡선으로부터 산정하였다.

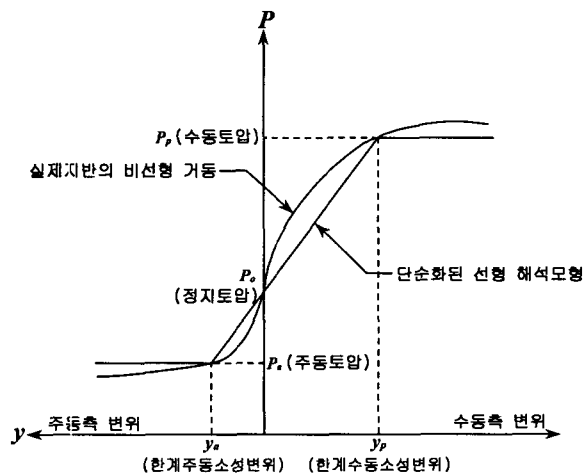


그림 3.2. 벽체의 변위와 토압의 관계곡선

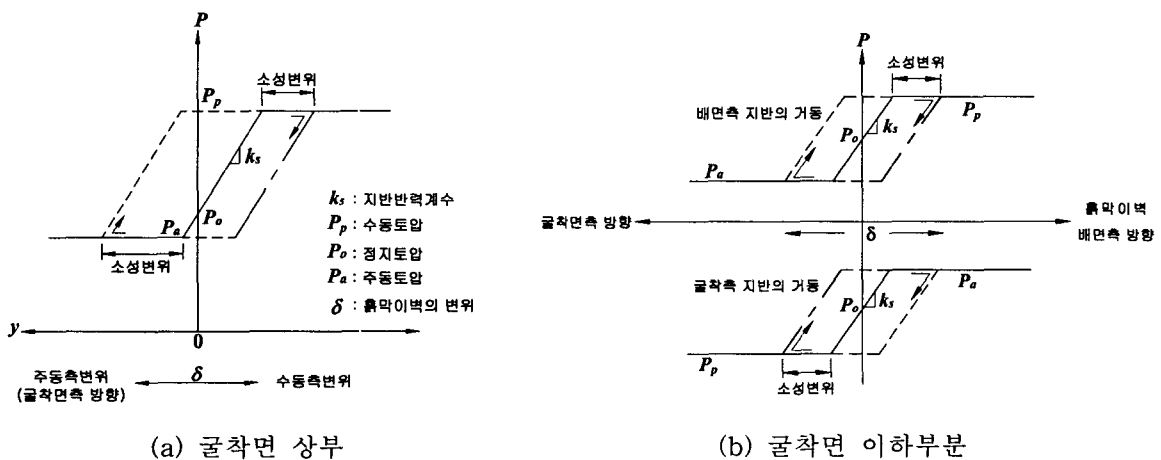


그림 3.3 변위와 토압 관계곡선의 변화

3.2 역해석 알고리즘

3.2.1 역해석 문제의 정식화

1) 목적함수

지반공학분야에서 수행되는 역해석은 대부분 현장에서 계측된 변위를 응답변수로 하여 설계변수인 지반의 물성치에 대한 역해석을 수행한다. 일반적으로 변위량 또는 응력 등이 목적함수의 설계변수가 될 수 있지만 변위의 측정이 가장 용이하기 때문에 변위로 정의하는 경우가 많다. 이처럼 응답변수로 현장에서 계측된 측정데이터를 사용하였기 때문에 역해석에 의한 값은 실제 지반의 특성을 대변하는 값이라기 보다 현장조건을 포함한 포괄적인 의미의 응답변수이다. 이는 역해석을 통하여 설계변수에 해당하는 지반물성치를 얻었을 경우 지반자체의 물성치가 아닌 현장지반의 물성치가 된다. 즉, 현장에서 시공시 발생된 모든 상황이 고려된 값을 얻게 되는 것이다. 이와같이 현장지반의 물성치를 얻기 위해 목적함수를 구성하는데 있어 본 연구에서는 최소사승법을 이용하여 식 (3.11)과 같이 각각의 굴착단계와 전체 굴착영역에 대한 적분함수 전체 합으로 이루었다.

$$F(X) = \sum_{k=1}^n \int_{\Omega} (\Delta D_k^* - \Delta D_k)^2 d\Omega \text{ minimize} \quad (3.11)$$

여기서 k 는 굴착단계이며, 목적함수는 n 단계까지의 오차를 더하여 계산된다. 목적함수 값인 오차는 $k-1$ 단계에서 k 단계로의 시공시 j 지점의 계측 변위의 증분인 ΔD_{kj}^* 와 계산에 의해 산정된 변위의 증분인 ΔD_{kj} 의 차로 되어 있다.

2) 설계변수

무수한 인자중에서 어떤 인자가 토류벽의 거동에 영향을 크게 미치는 주요인자인가를 선택하여야 한다. 이는 역해석 대상변수 즉, 설계변수의 증가로 인해 역해석 수행능력의 저하와 많은 시간 및 노력이 소요되는 비효율성을 최소화하기 위해서이다. 흙막이벽의 거동에 영향을 미치는 인자는 여러 가지가 있을 수 있으나 대표적으로 지반물성치와 흙막이 부재의 강성을 인자로 할 수 있다. 이들 인자중 본 연구에서는 흙막이벽체의 수평변위에 대해 가장 주된 인자로 판단되는 지반반력계수, 점착력 및 내부마찰각을 역해석 대상변수로 채택하였고 이들 설계변수는 정규화하여 적용하였다. 여기서, 흙막이 부재의 강성은 공장제품의 강재를 사용하므로 불확실한 요소가 적고 그 변화의 범위가 작기 때문에 신뢰성이 높다고 판단되므로 본 연구의 역해석 대상변수에서 제외하였다.

3) 제약조건

역해석이 수행되면 목적함수를 만족시키면서 설계변수를 최적화 기법에 의하여 인위적으로 변화시키는데 이때 최적해를 찾기위해 목적함수를 최소화시키며, 설계변수를 올바른 방향으로 유도하고 수렴시키게 된다. 또한, 반복적인 과정중 각 설계변수 뿐만 아니라 설계변수에 의한 기타 응답의 내용들이 합리적인 범위에 해당하도록 제약을 주며, 이러한 제약조건으로 최종 결과가 유용하면서 설계변수의 최적값을 구할 수 있도록 하여야 한다. 본 연구에서는 각 설계변수의 경계조건을 정규화하여 표 3.1과 같은 제약조건으로 규정하고 최적화 알고리즘에 적용하였다. 여기서, 정규화는 각 설계변수의 상한값 및 하한값을 상한값으로 나눈 값을 의미한다.

표 3.1 역해석에 적용된 제약조건

구분	내부마찰각	점착력	지반반력계수
하한값	0°	0 tf/m ²	1 tf /m ³
상한값	50°	100 tf/m ²	100000 tf/m ³
정규화	하한값	0	1/100000
	상한값	1	1

3.2.2 최적화 이론

공학적인 관점에서 응답변수를 이용하여 설계변수를 재산정하기 위한 역해석시 본 연구에 적용된 최적화기법을 기술하면 다음과 같다.

1) MMFD

MMFD(Modified Method of Feasible Directions)는 등가 제약조건을 같이 사용할 수 있는 기법으로 push-off 벡터를 '0'으로 하여 부문제에서 제약조건에 대하여 접선 방향의 탐색방향이 결정된다. 탐색방향은 제약조건외 경계를 따라 탐색을 하게 되며, MFD의 부문제는 식 (3.13)과 같이 설정된다.

$$\begin{aligned} \text{목적함수 : } & -\nabla F(X) \cdot S \quad \text{maximize} \\ \text{제약조건 : } & \nabla g_j(X) \cdot S \leq 0 \quad j \in J \\ & S \cdot S \leq 1 \end{aligned} \quad (3.13)$$

2) SQP 방법

SQP(Sequential Quadratic Programming) 방법에서는 2차 목적함수와 선형 제약조건으로 부문제를 구성하여 해를 구함으로써 탐색방향이 결정되어 진다. 목적함수는 Lagrange multiplier와 외적 벌칙함수를 이용하여 구성되어 1차원 탐색시 비제약조건외 문제로 접근한다. 탐색방향 결정문제는 식 (3.14)와 같이 설계변수의 벡터에 대하여 2차식으로 다시 설정된다.

$$\begin{aligned} \text{목적함수 : } & Q(S) = F(X) + \nabla F(X) \cdot S + \frac{1}{2} S^T B S \\ \text{제약조건 : } & \nabla g_j(X) \cdot S + \delta_j g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, m \\ & \nabla h_k(X) \cdot S + \bar{\delta} h_k(X) = 0 \quad k = 1, l \end{aligned} \quad (3.14)$$

여기서, 설계변수는 S 벡터의 요소이며, B 행렬은 초기에 단위 행렬에서 반복을 통하여 개선되어 Hessian 행렬로 근접하게 된다.

δ_j 와 $\bar{\delta}$ 는 다음과 같이 정의 된다.

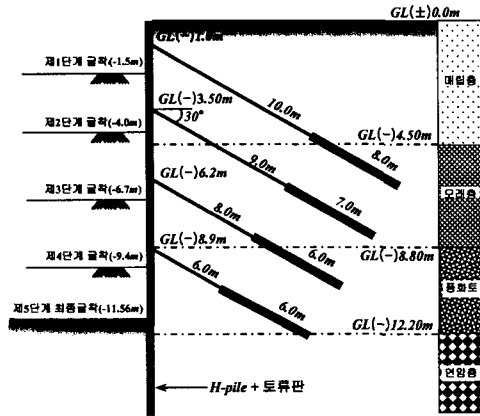
$$\begin{aligned} \delta_j &= 1 \quad (g_j(X) < 0 \text{인 경우}) \\ \delta_j &= \bar{\delta} \quad (g_j(X) \geq 0 \text{인 경우}) \\ 0 &\leq \bar{\delta} \leq 1 \end{aligned}$$

다음단계로 탐색방향 결정의 문제에 관계된 Lagrange 계수(λ)를 구하고 탐색방향을 결정한 후에 결정된 탐색방향을 이용하여 외적 벌칙함수를 구성한다.

4. 정해석 프로그램 검증

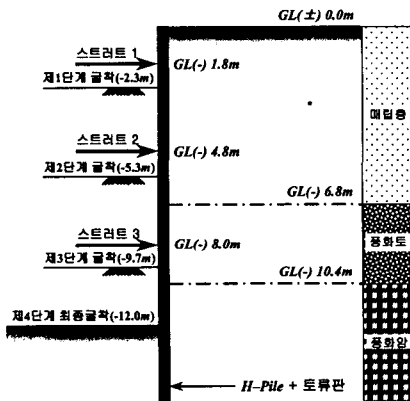
흙막이구조물의 해석에 있어 굴착시공시 예상되는 지반거동을 정확히 예측하기란 매우 어려운 일이다. 이는 아무리 우수한 흙막이해석 프로그램으로 정해석을 하더라도 정확한 지반물성치를 산정하지 못하고 계측 및 시공중에 발생하는 오차 등을 프로그램상에 완벽하게 반영할 수 없기 때문이다. 이와같이 현장지반 및 시공조건이 반영된 계측변위와 지반물성치를 가정하여 흙막이해석 프로그램으로 산정된 해

석변위를 일치시키기는 거의 불가능한 현실이다. 따라서, 계측변위와 해석변위의 정확한 일치보다는 계측변위의 형상, 최대수평변위의 크기 및 발생위치 등을 예측하는 정도로 개발된 흙막이해석 프로그램의 적용성을 판단할 수밖에 없다. 이러한 측면에서 본 연구에서는 흙막이현장 3개소(그림 4.1 ~ 그림 4.3)를 선정하여 계측을 수행하고 계측결과를 흙막이해석 시 사용되고 있는 기존 프로그램 및 본 연구에서 개발된 정해석 프로그램과 비교하여 프로그램의 적용성 검증에 하였다.



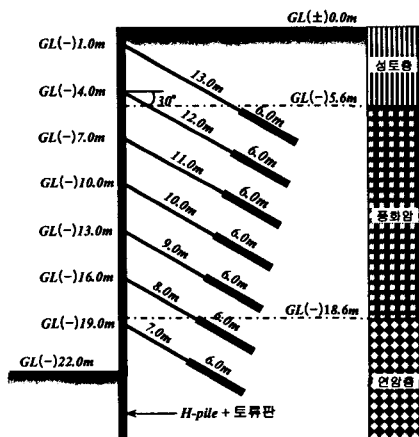
- 1) 제 1단계 : 1.5m 굴착
- 2) 제 2단계 : 제 1단 어스앵커 설치(GL(-)1.0m), 4.0m 굴착
- 3) 제 3단계 : 제 2단 어스앵커 설치(GL(-)3.5m), 6.7m 굴착
- 4) 제 4단계 : 제 3단 어스앵커 설치(GL(-)6.2m), 9.4m 굴착
- 5) 제 5단계 : 제 4단 어스앵커 설치(GL(-)8.9m),
최종굴착(11.56m 굴착)

그림 4.1 A현장의 표준단면



- 1) 제 1단계 : 2.3m 굴착
- 2) 제 2단계 : 제 1단 스트러트 설치(GL(-)1.8m), 5.3m 굴착
- 3) 제 3단계 : 제 2단 스트러트 설치(GL(-)4.8m), 9.7m 굴착
- 4) 제 4단계 : 제 3단 스트러트 설치(GL(-)8.0m),
최종굴착(12.0m 굴착)

그림 4.2 B현장의 표준단면



- 1) 제 1단계 : 1.5m 굴착
- 2) 제 2단계 : 제 1단 어스앵커 설치(GL(-)1.0m), 4.5m 굴착
- 3) 제 3단계 : 제 2단 어스앵커 설치(GL(-)4.0m), 7.5m 굴착
- 4) 제 4단계 : 제 3단 어스앵커 설치(GL(-)7.0m), 10.5m 굴착
- 5) 제 5단계 : 제 4단 어스앵커 설치(GL(-)10.0m), 13.5m 굴착
- 6) 제 6단계 : 제 5단 어스앵커 설치(GL(-)13.0m), 16.5m 굴착
- 7) 제 7단계 : 제 6단 어스앵커 설치(GL(-)16.0m), 19.5m 굴착
- 8) 제 8단계 : 제 7단 어스앵커 설치(GL(-)19.0m), 22.0m 굴착

그림 4.3 C현장의 표준단면

4.1 A현장 사례검증

그림 4.4 및 그림 4.5는 6.7m와 11.56m 굴착이 이루어진 경우에 대한 계측변위와 본 연구 개발 프로그램 및 기존 프로그램을 적용하여 산정한 해석변위를 도식화한 것이다.

비교결과 본 연구에서 개발된 프로그램은 전반적으로 각 단계마다 계측변위의 형상을 비교적 정확하게 예측하고 있다. 특히, 상부구간에 앵커의 프리스트레스로 인한 배면측 발생변위를 유사하게 나타내고 있으며, 중간부분의 볼록한 변위형상이 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한, 계측변위의 최대수평변위 및 최대수평변위 발생위치가 거의 동일하게 나타나 변위 형상 및 상대적인 변위를 실측치에 근접하게 예측하고 있다.

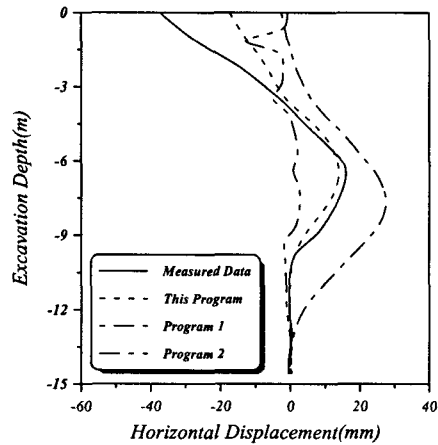
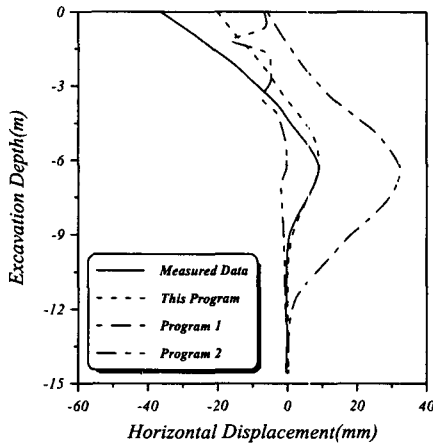


그림 4.4 제 3단계(6.7m 굴착) 변위 비교결과

그림 4.5 제 4단계(9.4m 굴착) 변위 비교결과

4.2 B현장 사례검증

그림 4.6 및 그림 4.7은 9.7m와 12.0m 굴착시 계측변위 및 각 프로그램의 해석변위를 비교한 것으로 본 연구 개발 프로그램에 의해 산정된 변위는 계측변위보다 다소 작게 나타나고 있으나 그 차이가 크지 않은 것을 확인할 수 있다. 또한, 계측변위의 오목하고 볼록한 변위형상을 잘 추적하여 유사한 경향을 보이고 있으며, 최대수평변위 및 발생위치가 비교적 잘 일치하고 있어 기존 프로그램보다 계측변위를 근접하게 예측하고 있다.

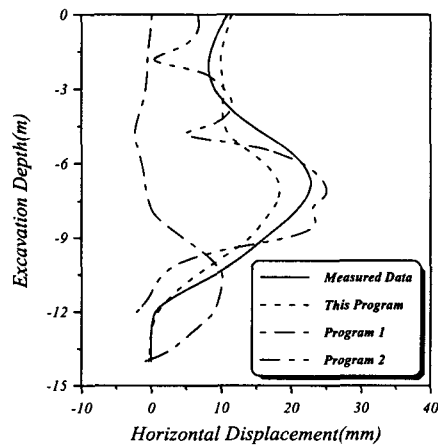
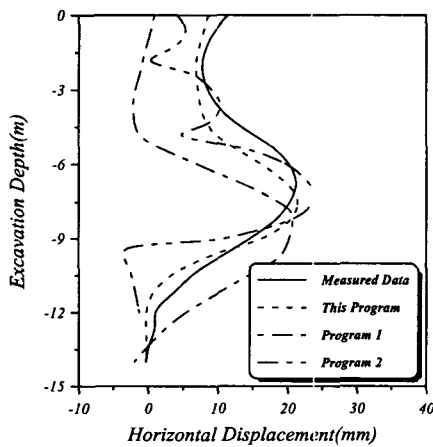


그림 4.6 제 3단계(9.7m 굴착) 변위 비교결과

그림 4.7 제 4단계(12.0m 굴착) 변위 비교결과

4.3 C현장 사례검증

그림 4.8 및 4.9는 시공과정 중 제 6단계와 제 7단계를 대상으로 현장계측변위와 각 프로그램의 해석 변위를 도시한 것으로 계측변위를 살펴보면 흙막이벽 상단부에서 최대수평변위가 발생하고 있다. 이는 그림 4.3의 표준단면에 나타낸 토층구성과 같이 굴착 바닥면 근처를 포함하여 흙막이벽이 근입되어 있는 지반이 비교적 큰 강성을 갖는 연암이 분포하기 때문인 것으로 판단된다. 다시 말해서 굴착 바닥면 근처와 흙막이벽이 근입되어 있는 토층이 풍화암 및 연암이상의 강성을 가지고 있다면 굴착 바닥면 부근에서 흙막이벽 배면측의 하중감소 및 흙막이벽 근입부의 고정효과로 인하여 흙막이벽 하단부 변위를 상당히 억제할 수 있기 때문으로 판단된다. 이처럼 상단부에서 나타난 계측변위의 최대수평변위 발생위치를 본 연구 개발 프로그램은 거의 정확히 예측하고 있으며, 다수의 변곡부분 또한 잘 추적하고 있다. 한편, 굴착 후반부로 갈수록 중간부분에서 계측변위와 본 연구 개발 프로그램의 해석변위가 다소 차이를 보이고 있는 것은 현장에서 시공된 제 3 ~ 5단 앵커의 프리스트레스가 크게 감소되지 않았기 때문으로 사료되며, 전반적인 경향은 전술한 사례현장들과 마찬가지로 계측변위의 형상에 근접하고 있다.

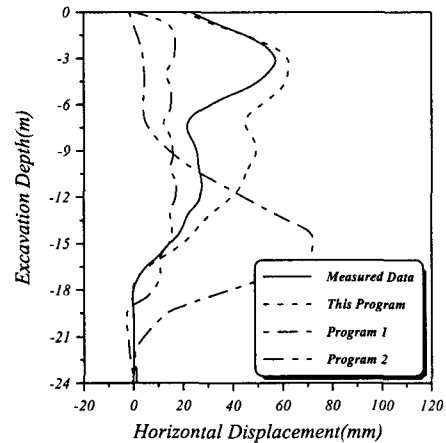
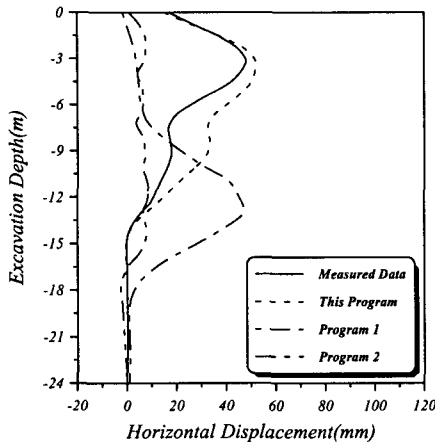


그림 4.8 제 6단계(16.5m 굴착) 변위 비교결과 그림 4.9 제 7단계(19.5m 굴착) 변위 비교결과

5. 역해석 프로그램 적용 및 검증

5.1 역해석 대상변수 선정

5.1.1 매개변수 및 해석조건

역해석 대상변수를 선정하기 위한 매개변수의 민감도 분석은 사질토 지반과 점성토 지반으로 구분하여 실시하였으며, 사질토 지반은 상대밀도에 따라 느슨, 보통 및 조밀한 상태 등으로 분류되고, 점성토 지반은 연경도에 따라 연약, 중간 및 단단한 상태로 나타낼 수 있다. 따라서, 각 매개변수의 민감도 분석을 위한 지반 조건은 사질토 지반과 점성토 지반에 대해 각각 상대밀도와 연경도에 따라 적용 가능한 범위 중 평균값을 적용하였다. 표 5.1 ~ 표 5.3은 점성토 지반, 사질토 지반 및 흙막이벽체의 휨강성에 대한 분석조건을 나타낸 것이다.

표 5.1 연경도에 따른 점성토 지반($\phi = 0$)의 매개변수 조건

구 분	연 약	중 간	단 단
점착력 (c)	1.5tf/m ²	3.8tf/m ²	6.0tf/m ²

표 5.2 상대밀도에 따른 사질토 지반($c = 0$)의 매개변수 조건

구 분	느 슨	보 통	조 밀
내부마찰각(ϕ)	28°	33°	39°
단위중량(γ)	1.6tf/m ³	1.8tf/m ³	2.1tf/m ³
수평지반반력계수(k)	1,523tf/m ³	2,332tf/m ³	3,090tf/m ³

표 5.3 흙막이벽체의 강제 종류에 따른 휨강성

구 분	H-300×150×6.5×9	H-300×200×9×14	H-300×300×10×15	H-300×305×15×15
EI	1,471tf·m ²	2,713tf·m ²	4,162tf·m ²	4,386tf·m ²

또한, 지반 및 흙막이구조물의 물성치에 대한 초기 해석조건은 표 5.4 및 표 5.5와 같으며, 해석단면에 대한 조건은 균질한 하나의 동일토층으로 구성된 지반에 얽지말뚝과 토류판으로 흙막이벽을 형성하고, 스트러트(H-300×300×10×15)로 지지하면서 지표면으로부터 9.0m 까지 굴착을 실시하는 것으로 가정하였다.

굴착단계 및 스트러트 설치단계는 다음과 같다.

표 5.4 지반물성치에 대한 초기 해석조건

구 분	내부마찰각(ϕ)	단위중량(γ)	수평지반반력계수(k)	점착력(c)
사질토 지반	28°	1.8tf/m ³	1,760tf/m ³	0tf/m ²
점성토 지반	0°	1.8tf/m ³	1,607tf/m ³	1.5tf/m ²

표 5.5 흙막이구조물의 규격에 대한 초기 해석조건

구 분	얽지말뚝	스트러트	띠 장	토류판
규 격	H-300×200×9×14	H-300×300×10×15	H-300×300×10×15	t = 10cm

- (1) 제 1단계 : 1.5m 굴착
- (2) 제 2단계 : 제 1단 스트러트 설치(1.0m)
- (3) 제 3단계 : 4.0m 굴착
- (4) 제 4단계 : 제 2단 스트러트 설치(3.5m)
- (5) 제 5단계 : 6.5m 굴착
- (6) 제 6단계 : 제 3단 스트러트 설치(6.0m)
- (7) 제 7단계 : 9.0m 굴착

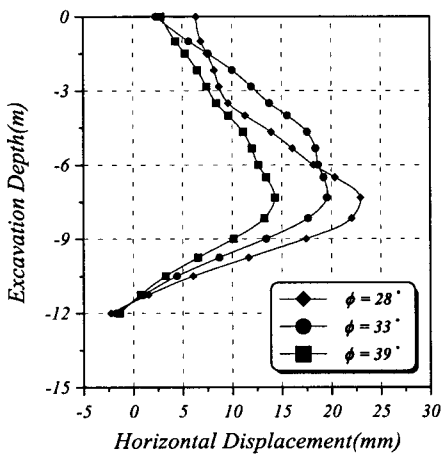
5.1.2 매개변수의 민감도 분석

매개변수의 민감도 분석은 표 5.4와 표 5.5에 나타난 초기 해석조건에 표 5.1 ~ 표 5.3의 물성치들을 순차적으로 대입하여 해석조건에 나타난 단계별 해석을 실시한 후 최종굴착단계를 대상으로 실시하였다. 분석대상은 흙막이벽체에 거동을 잘 반영해 주는 중요한 지표인 흙막이벽의 수평변위로 하였으며, 수평변위의 민감도에 대한 상관관계를 유추하기 위해 참고적으로 스트러트에 발생하는 응력산정 시 필요

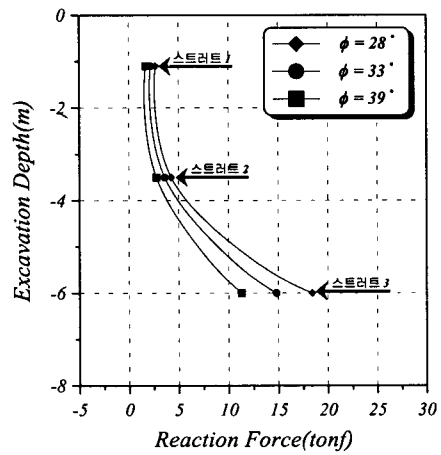
한 스트러트 설치지점의 반력을 분석하였고, 분석결과는 그림 5.1 ~ 그림 5.5에 명시하였다.

역해석 대상변수를 선정하기 위한 매개변수의 민감도를 분석한 결과 내부마찰각, 수평지반반력계수, 점착력 및 벽체의 휨강성은 매개변수인 흙막이벽체의 변위에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있지만 흙의 단위중량의 경우 민감도가 뚜렷히 나타나지 않아 그다지 큰 영향을 주지 않는 것으로 분석되었다. 여기서, 흙막이벽체의 휨강성은 매개변수에 대한 민감도가 큰 것으로 나타났지만 일반적으로 실제 시공시 규격과 허용응력 등이 비교적 정확하게 생산되는 공장제품의 강재를 사용하므로 불확실한 요소가 적고 그 변화의 범위가 작기 때문에 신뢰성이 높다고 할 수 있다. 한편, 각 매개변수에 대한 스트러트 설치지점 반력의 민감도는 내부마찰각 및 점착력을 제외한 나머지 매개변수는 수평변위와 다른 경향을 보이고 있어 뚜렷한 상관관계가 나타나지 않고 있다.

따라서, 흙막이벽의 거동에 영향을 미치는 특정변수들 중 민감도가 크다고 판단되는 내부마찰각, 수평지반반력계수 및 점착력을 대상으로 한 역해석이 요구되는 것으로 판단되므로 본 연구에서는 역해석 시 이들 지반물성치들을 주분석 역해석 대상변수로 선정하여 연구를 수행하였다.

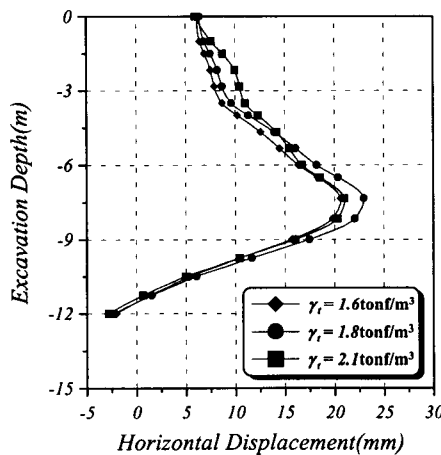


(a) 수평변위의 변화

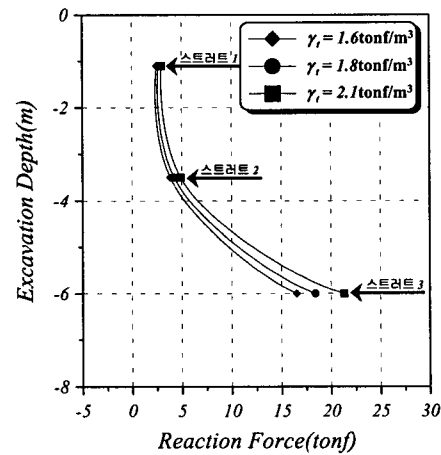


(b) 스트러트 설치지점의 반력변화

그림 5.1 내부마찰각의 민감도 분석

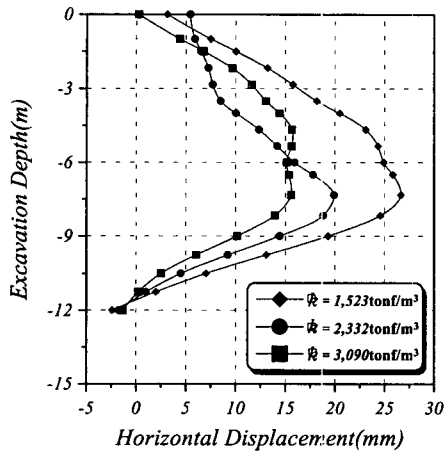


(a) 수평변위의 변화

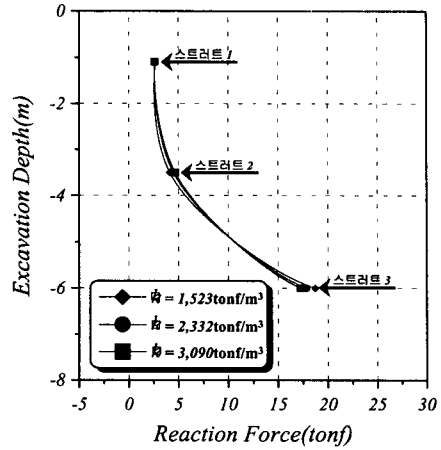


(b) 스트러트 설치지점의 반력변화

그림 5.2 단위중량의 민감도 분석

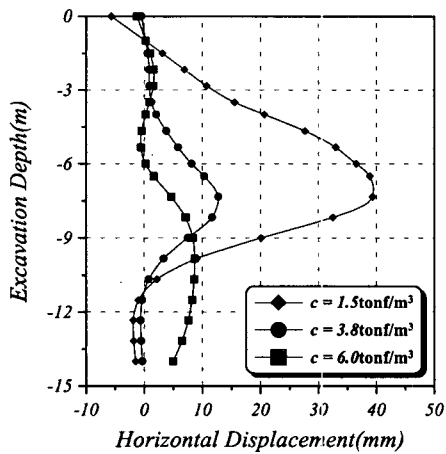


(a) 수평변위의 변화

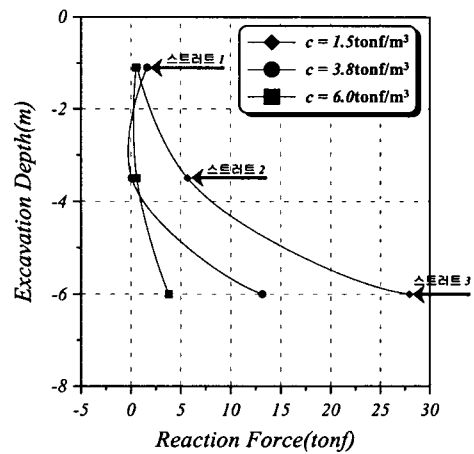


(b) 스트러트 설치지점의 반력변화

그림 5.3 수평지반반력계수의 민감도 분석

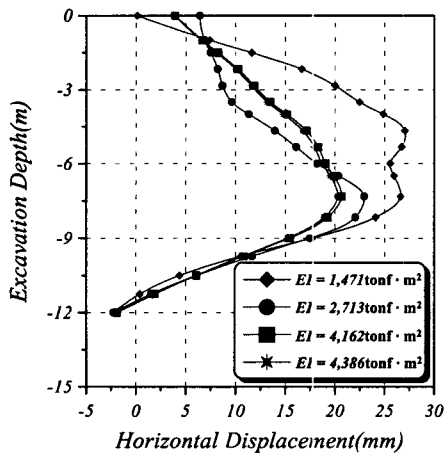


(a) 수평변위의 변화

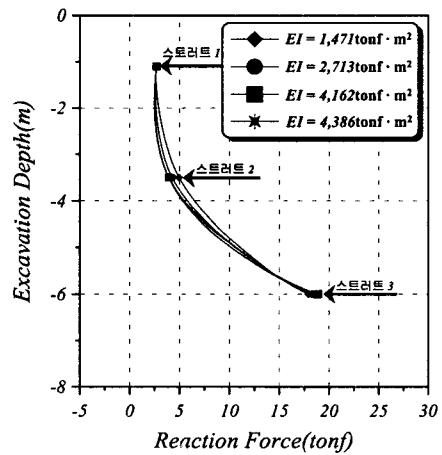


(b) 스트러트 설치지점의 반력변화

그림 5.4 점착력의 민감도 분석



(a) 수평변위의 변화



(b) 스트러트 설치지점의 반력변화

그림 5.5 흙막이벽체 휨강성의 민감도 분석

5.2 최적화에 의한 역해석 알고리즘 선정

5.2.1 최적화기법의 비교분석 방법

일반적으로 최적화 문제의 해는 다음과 같은 전략기법, 최적화기법 및 일방향탐색 등의 세 가지 기본적인 단계로 적용되며, 세 가지 기본단계를 토대로 표 5.6과 같이 세 가지 case로 구성하여 가장 정확하고 효율적인 최적화방법을 본 연구의 역해석 프로그램에 적용하였다.

표 5.6 최적화방법의 구성

구분	전략기법	최적화 기법	일방향 탐색기법
Case 1	ALM (Augumented Lagrange Multiplier)	BFGS (Broydon - Fletcher - Goldfarb - Shano)	다항식법 (polynomial)
Case 2	SLP (Sequential Linear Programming)	MFD (Method of Feasible Directions)	황금분할법 (golden section method)
Case 3	SQP (Sequential Quadratic Programming)	MMFD (Modified Method of Feasible Directions)	황금분할법 (golden section method)

5.2.2 최적화기법의 비교분석 결과

굴착단계에 따른 흙막이벽의 거동을 역해석에 의해 예측하는데 있어 효율적인 최적화방법을 선정하기 위해 가상으로 모델링된 사질토 지반[그림 5.6(a)]과 점성토 지반[그림 5.6(b)]을 대상으로 지반물성치, 목적함수 및 연산회수에 대한 비교를 수행하였다. 분석결과 표 5.7 및 표 5.8, 그림 5.7 ~ 그림 5.10과 같이 사질토 지반은 Case 1, 점성토 지반은 Case 3이 효과적인 것으로 나타났다. 결과적으로 지반특성에 따라 Case 1과 Case 3의 방법이 좀더 정확한 역해석 수행결과를 나타내어 본 연구에서 개발된 역해석 프로그램의 최적화 방법은 이 두가지 case를 선택적용할 수 있도록 하였으며, 본 논문에서는 Case 3(SQP-MMFD)의 방법만을 적용한 연구결과에 대해 기술하였다.

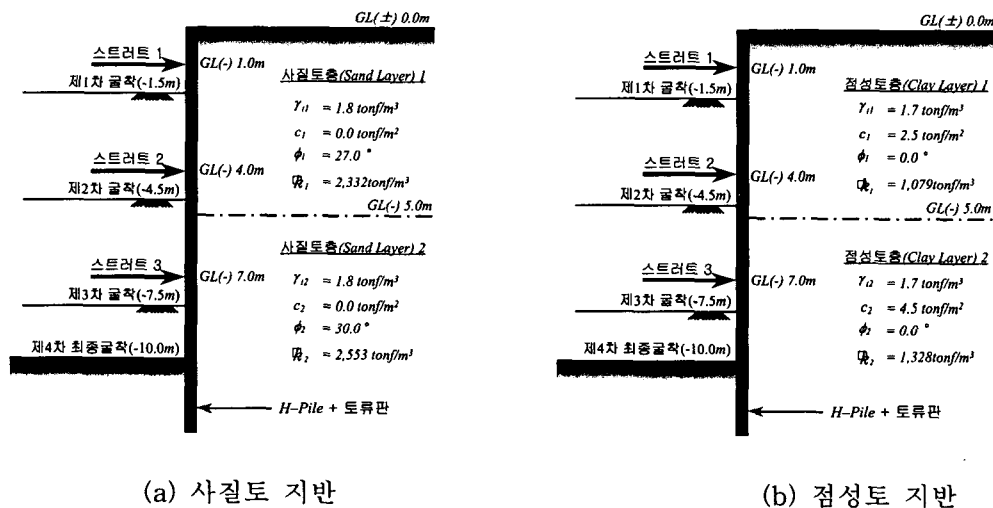


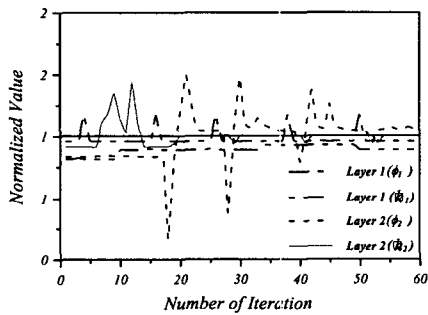
그림 5.6 토층구성 및 지반물성치

표 5.7 사질토 지반의 최적화방법 비교

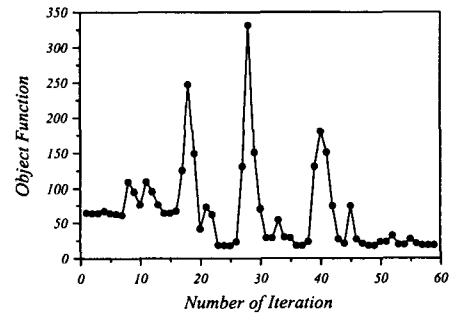
구분	지층	실 제 값		초기 적용값		최종단계 역해석값		목적 함수	연산 회수
		$\phi(^{\circ})$	$k(\text{tf/m}^3)$	$\phi(^{\circ})$	$k(\text{tf/m}^3)$	$\phi(^{\circ})$	$k(\text{tf/m}^3)$		
Case 1	Layer 1	27	2,332	22	2,234	24.2	2,232	16.63	58
	Layer 2	30	2,553	25	2,332	31.2	2,551		
Case 2	Layer 1	27	2,332	22	2,234	22.0	2,234	59.44	48
	Layer 2	30	2,553	25	2,332	25.0	2,831		
Case 3	Layer 1	27	2,332	22	2,234	22.0	2,220	15.80	22
	Layer 2	30	2,553	25	2,332	25.1	3,795		

표 5.8 점성토 지반의 최적화방법 비교

구분	지층	실 제 값		초기 적용값		최종단계 역해석값		목적 함수	연산 회수
		$c(\text{tf/m}^2)$	$k(\text{tf/m}^3)$	$c(\text{tf/m}^2)$	$k(\text{tf/m}^3)$	$c(\text{tf/m}^2)$	$k(\text{tf/m}^3)$		
Case 1	Layer 1	2.5	1,079	2.2	1,002	2.21	1,003	31.30	54
	Layer 2	4.5	1,328	6.0	1,430	4.19	1,430		
Case 2	Layer 1	2.5	1,079	2.2	1,002	4.22	100,000	136.12	21
	Layer 2	4.5	1,328	6.0	1,430	0.00	1,430		
Case 3	Layer 1	2.5	1,079	2.2	1,002	2.25	921	21.17	119
	Layer 2	4.5	1,328	6.0	1,430	4.49	1,292		

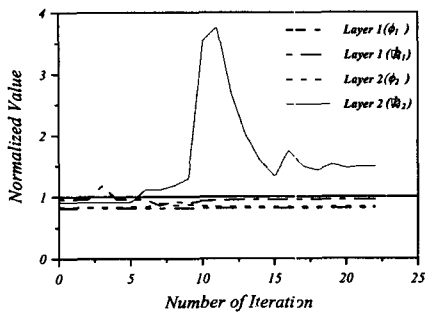


(a) 설계변수

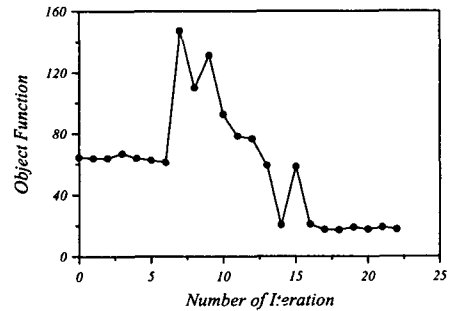


(b) 목적함수

그림 5.7 사질토 지반에서 Case 1의 수렴과정

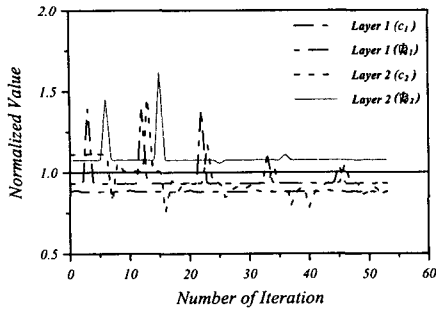


(a) 설계변수

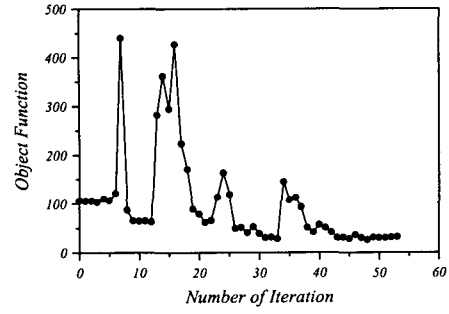


(b) 목적함수

그림 5.8 사질토 지반에서 Case 3의 수렴과정

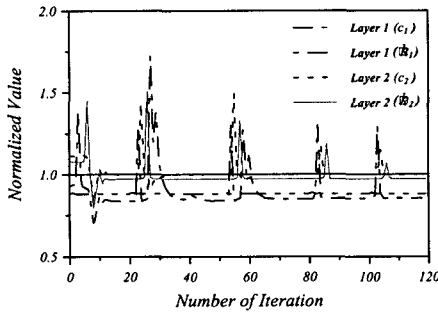


(a) 설계변수

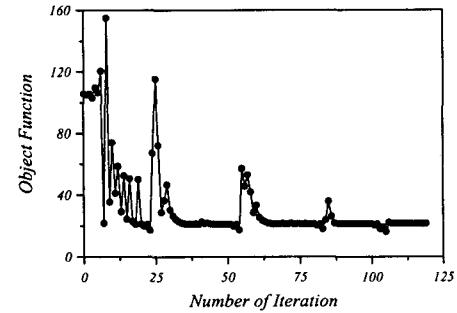


(b) 목적함수

그림 5.9 점성토 지반에서 Case 1의 수렴과정



(a) 설계변수



(b) 목적함수

그림 5.10 점성토 지반에서 Case 3의 수렴과정

5.3 역해석 프로그램 적용성 검증

역해석 프로그램 검증은 이상적인 지반의 데이터와 실제 현장의 계측데이터를 이용하는 두 가지 방법으로 수행하였다. 첫 번째 방법인 이상적인 지반의 데이터를 이용하는 경우는 이상적인 지반구성과 조건을 모델링하여 설계 및 시공상의 오차를 포함하지 않은 정해석상의 해석변위와 역해석에 의해 해석된 변위를 비교하는 경우에 대한 검증이며, 두 번째 방법인 실제 현장 계측데이터를 이용하는 경우는 설계 및 시공과정 중에 발생하는 모든 오차를 포함한 실측변위와 역해석에 의해 해석된 변위를 비교함으로써 본 역해석 프로그램의 신뢰성 및 현장 적용성을 검증하는 것이다.

5.3.1 이상적인 지반을 대상으로 한 경우

본 연구에서 개발된 역해석 프로그램의 검증은 설계 및 계측상의 오차 또는 시공상의 오차가 다수 내포된 실제 현장을 대상으로 수행하기 전에 먼저 이들 오차의 영향이 없는 이상적인 지반을 대상으로 수행하였다. 검증방법은 전술한 그림 5.6의 지반구성 및 지반물성치를 실제 지반조건으로 하여 이를 이용한 해석변위를 실측변위로 가정하였다. 이러한 해석조건을 토대로 초기 지반물성치를 가정된 실제 지반물성치와 유사하게 적용한 경우(case 1) 및 상이하게 적용한 경우(case 2)로 구분하여 벽체변위의 비교를 통해 역해석 프로그램 검증과 아울러 초기 설계변수의 적용에 따른 차이점을 분석하였다.

표 5.9 및 5.10은 사질토 및 점성토 지반에 대한 가정된 실제 지반물성치와 초기 지반물성치를 나타낸 것이다. 여기서, Case 1은 실제 지반물성치에 근접한 값을 적용시킨 경우이며, Case 2는 실제 지반물성치와 크게 차이를 보이는 값을 적용한 경우이다.

표 5.9 가정된 실제 지반물성치 및 초기 적용된 지반물성치(사질토 지반)

지 층	실 제 값		초기 적용값			
			Case 1		Case 2	
	$\phi(^{\circ})$	$k(\text{tf}/\text{m}^3)$	$\phi(^{\circ})$	$k(\text{tf}/\text{m}^3)$	$\phi(^{\circ})$	$k(\text{tf}/\text{m}^3)$
Layer 1	27.0	2,332	25.0	2,420	35.0	2,750
Layer 2	30.0	2,553	28.0	2,630	45.0	2,930

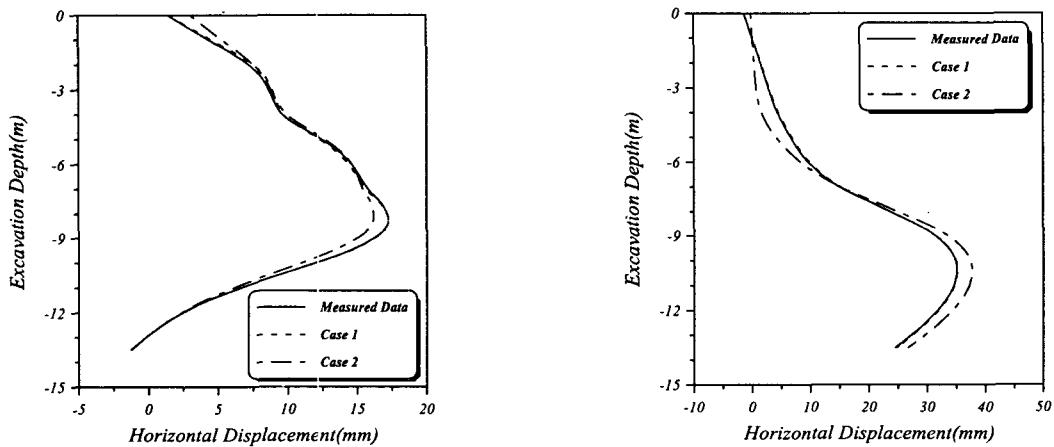
표 5.10 가정된 실제 지반물성치 및 초기 적용된 지반물성치(점성토 지반)

지 층	실 제 값		초기 적용값			
			Case 1		Case 2	
	$c(\text{tf}/\text{m}^3)$	$k(\text{tf}/\text{m}^3)$	$c(\text{tf}/\text{m}^3)$	$k(\text{tf}/\text{m}^3)$	$c(\text{tf}/\text{m}^3)$	$k(\text{tf}/\text{m}^3)$
Layer 1	2.5	1,079	2.8	1,000	4.0	1,250
Layer 2	4.5	1,328	4.3	1,200	6.0	1,700

그림 5.11은 본 연구에 적용된 최적화 알고리즘인 SQP - MMFD 방법을 이용하여 최종굴착단계시 가정된 실제 지반물성치에 의한 정해석 변위 및 초기 지반물성치를 다르게 적용한 Case 1 및 Case 2의 역해석 변위를 비교하기 위해 도식화한 것이다.

사질토 지반에서 정해석 변위와 역해석 변위를 비교해 볼 때 초기 지반물성치에 관계없이 대체적으로 변곡점 및 최대수평변위 발생위치 등 발생변위의 형상을 잘 추적하고 최대수평변위의 크기 또한 유사한 것을 알 수 있다. 하지만 초기 지반물성치를 실제 지반물성치에 근접하게 적용한 Case 1의 경우 정해석 변위와 거의 정확하게 일치하고 있으나 실제 지반물성치와 다소 상이한 값을 적용한 Case 2의 경우는 큰 차이는 아니지만 다소 차이가 발생하고 있다. 점성토 지반에서도 사질토 지반과 동일하게 역해석 변위와 정해석 변위가 비교적 일치하는 경향을 나타내고 있으며, Case 1과 Case 2의 경우는 사질토 지반 일 때 보다 점성토 지반인 경우 더 뚜렷한 차이를 보이고 있다.

결론적으로 오차가 배제된 이상적인 지반조건인 경우에 대해 비교적 정확한 역해석 결과가 도출되므로 본 연구에 의해 개발된 역해석 프로그램의 적용성을 확인할 수 있었다. 아울러, 초기 지반물성치를 실제 지반물성치와 근접하게 적용할수록 보다 정확한 역해석 결과가 산정되고 그렇지 않은 경우 실제값과 차이를 보이는 결과를 나타내고 있다. 이와 같은 결과로 볼 때 오차가 배제된 이상적인 지반조건이 아닌 다수의 오차가 포함된 실제 현장조건에서는 설계변수의 초기 적용치에 대한 비중은 더 클 것으로 사료된다.



(a) 사질토 지반

(b) 점성토 지반

그림 5.11 최종굴착단계(10.0m 굴착) 시 정해석 및 역해석 변위

5.3.2 실제 현장지반을 대상으로 한 경우

일련의 흙막이공사를 수행하는 과정에서 설계시 고려하지 못한 지반특성 및 작용하중 등과 시공 및 계측상에 발생된 오차가 포함되어 있는 실제 3개 현장의 계측변위를 대상으로 개발된 역해석 프로그램의 검증에 수행하였다.

검증방법은 전술한 그림 4.1 ~ 그림 4.3과 동일한 각 현장의 표준단면에 대해 대표적인 시공단계를 선정하여 계측결과와 정해석 및 역해석 결과를 비교하는 한편, 현단계에서 역해석된 지반물성치를 이용하여 차기 굴착단계의 예측결과도 비교분석하였다. 또한, 비교 대상 굴착단계의 역해석은 이전 단계까지의 모든 계측변위와 정해석에 의한 변위의 오차증분을 이용하는 다단계 역해석기법을 적용하였으며, 최적화 알고리즘은 앞서 적용한 바와 같이 SQP - MMFD 방법을 적용하였다.

1) A현장 사례검증

그림 5.12 ~ 그림 5.15에 나타난 역해석 결과를 살펴보면, 굴착단계가 진행될 수록 정해석 결과(forward analysis data)가 계측변위(measured data) 보다 상하부 구간에서 차이를 보이고 있으나 최적화 과정을 통해 이루어진 역해석 결과(back analysis data)는 최대수평변위에서 다소 차이를 보일 뿐 최대수평변위 발생위치 및 변위형상은 실측치와 거의 동일하게 나타나고 있다. 또한, 차기 굴착단계 변위를 예측한 결과(preestimated data) 가정된 지반물성치를 사용한 정해석 결과보다 역해석에 의해 재산정된 지반물성치를 이용한 경우의 예측변위값이 실측한 계측변위에 상당히 근접함을 알 수 있다.

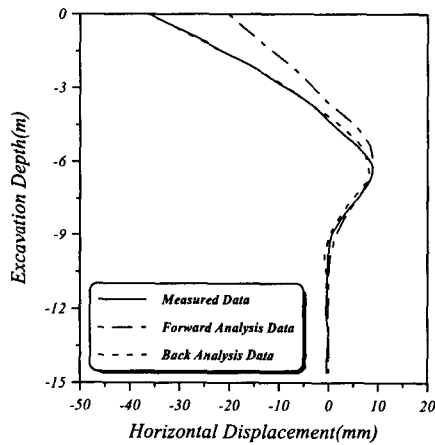


그림 5.12 제 3단계(6.7m 굴착) 역해석 결과

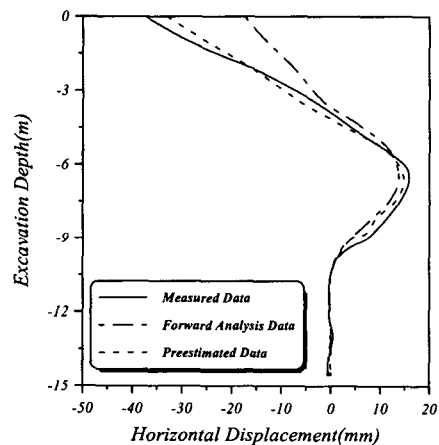


그림 5.13 제 4단계(9.4m 굴착) 예측결과

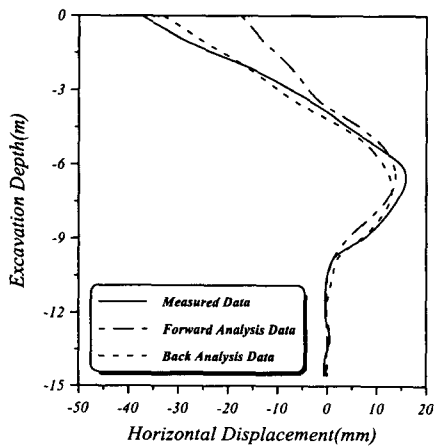


그림 5.14 제 4단계(9.4m 굴착) 역해석 결과

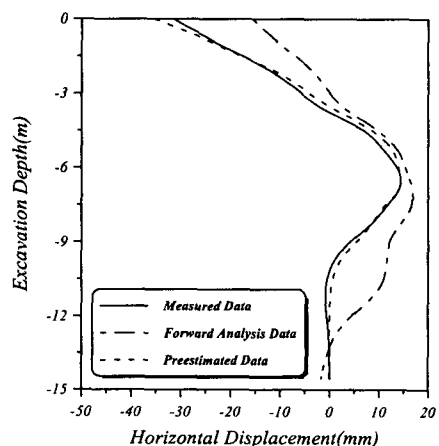


그림 5.15 제 5단계(11.56m 굴착) 예측결과

2) B현장 사례검증

그림 5.16 ~ 그림 5.18은 그림 4.2의 표준단면을 준용하여 역해석 결과치를 나타낸 것으로 가정된 지반물성치를 이용하여 정해석한 변위값은 실측한 계측변위보다 전반적으로 작게 나타나고 있으나 역해석 과정을 통해 산정한 변위값은 실측한 계측변위에 근접한 값을 예측하고 있음을 알 수 있다.

현 단계의 정해석 결과 및 역해석에 의해 재산정된 지반물성치에 의한 예측결과를 살펴보면 최대수평 변위의 발생위치가 다소 차이를 보이고 있는데 이는 계측변위의 측정위치와 정해석 프로그램의 변위산정 위치가 상이하기 때문인 것으로 판단된다. 즉, 계측변위의 측정위치는 0.5m 간격으로 일정하게 측정되지만 정해석 프로그램에 의한 변위 산정위치는 지층변환점, 버팀보 설치위치 및 지하수위 위치 등에 따라 유동적이므로 이를 선정보간법에 의해 보정하는 과정에서 발생된 절점 위치차이에 기인하는 것으로 판단된다. 하지만 변위의 변곡점 및 굴곡, 최대수평변위의 크기 등은 거의 일치하고 있어 전체적인 변위의 형태는 비교적 정확한 예측이 이루어지고 있다.

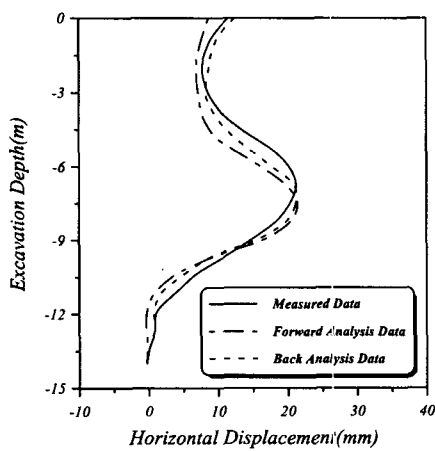


그림 5.16 제 3단계(9.7m 굴착) 역해석 결과

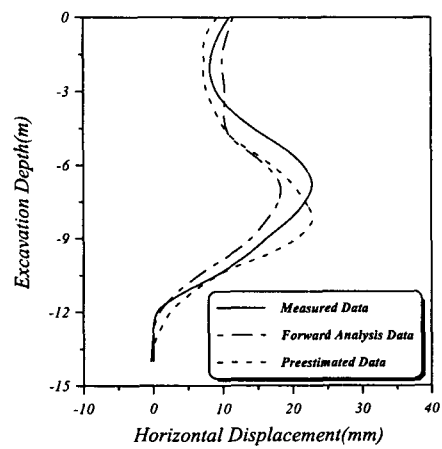


그림 5.17 제 4단계(12.0m 굴착) 예측결과

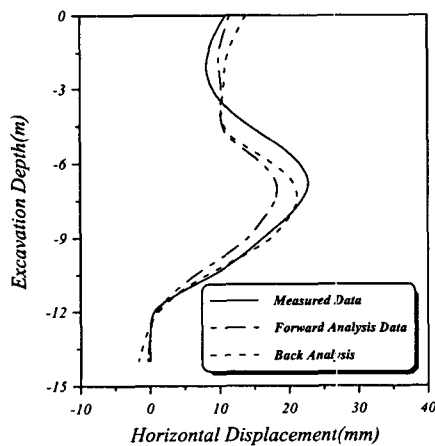


그림 5.18 제 4단계(12.0m 굴착) 역해석 결과

3) C현장 사례검증

그림 5.19 ~ 그림 5.21과 같이 C현장의 각 단계별 해석결과치를 보면, 정해석에 의해 산정된 변위는 실측한 계측변위보다 큰 값을 보여주고 있으나 역해석을 통해서도 비교적 비슷한 값으로 계측변위의 추적이 이루어지고 있다. 특히, 정해석 시 지반특성 및 어스앵커의 프리스트레스 등을 정확히 반영하지

못해 계측변위보다 약 2배정도 크게 발생된 중간부의 변위에 대해서는 역해석에 의해 산정한 변위값이 더욱 높은 신뢰성을 갖고 있는 것으로 분석되었다.

또한, 본 현장사례의 계측결과와는 작고 큰 변위의 증감이 반복하여 나타나는 형상으로 다수의 굴곡점이 관찰되는데 본 연구에서 개발된 역해석 프로그램은 이를 잘 반영하여 정확히 예측함을 알 수 있다.

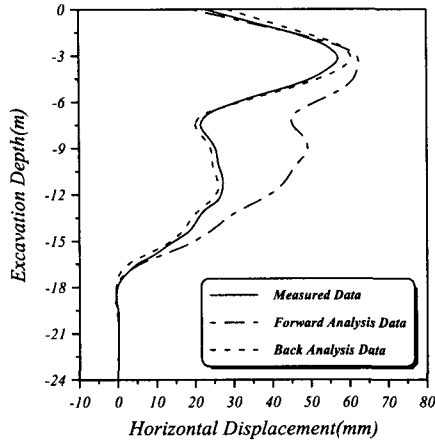


그림 5.19 제 6단계(16.5m 굴착) 역해석 결과

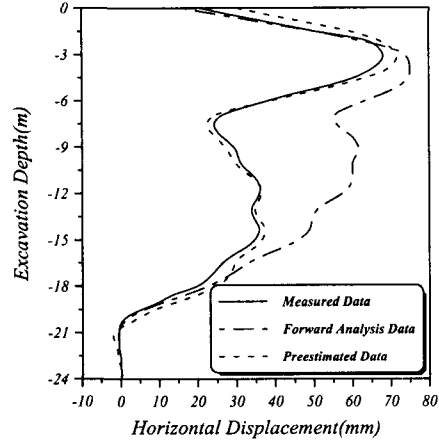


그림 5.20 제 7단계(19.5m 굴착) 예측결과

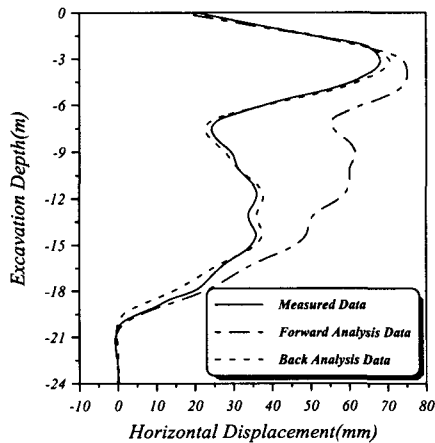


그림 5.21 제 7단계(19.5m 굴착) 역해석 결과

6. 결론

1. 본 연구에서는 절대치 관리기법 뿐만 아니라 역해석에 의한 예측관리기법을 적용하여 흙막이 시공 중에 흙막이구조물의 거동을 예측하고 이를 기반으로 현 굴착단계 및 다음 굴착단계의 안정성 여부를 판단할 수 있는 지반굴착 흙막이공의 정보화시공을 위한 역해석 프로그램을 개발하였다. 또한, GUI (Graphi User Interface)를 통해 실무에서 손쉽게 활용할 수 있으며, 적합한 보강대책 및 설계변경 등을 합리적으로 처리할 수 있도록 하였다.
2. 지반의 비선형적인 특성을 반영하기 위해 소성변위를 고려한 벽체의 변위와 토압관계 곡선을 이용하여 실제 지반거동을 적절히 모사할 수 있는 정해석 프로그램을 개발하였으며, 개발된 정해석 프로그램의 적용성 검증은 수행하였다. 검증방법은 국내 흙막이현장에서 실시된 계측결과에 대하여 기존에 개발된 해석 프로그램과 본 연구에서 개발된 프로그램의 비교를 통해 이루어졌으며, 검증결과 각 굴착단계마다 본 연구 개발 프로그램이 계측결과와 변위형상 및 상대적인 변위를 근접하게 예측함을 확인하였다.

3. 보다 효율적인 역해석이 수행될 수 있도록 흙막이벽체의 수평변위에 영향을 미치는 변수들의 민감도 분석을 실시하여 역해석 변수를 민감도가 큰 내부마찰각(ϕ), 점착력(c) 및 지반반력계수(k)로 선정하였다.
4. 역해석 프로그램의 적용성 및 신뢰성을 검증하기 위해 설계 및 시공상의 오차를 포함하지 않은 이상적인 지반과 3개의 실제 흙막이현장 계측결과를 대상으로 역해석을 수행한 결과 이상적인 지반의 경우 실제값과 거의 정확하게 일치하였으며, 실제 현장지반의 경우 계측된 변위의 형상 및 최대수평변위량 등을 잘 추적하고 있어 본 역해석 프로그램의 적용성 및 신뢰성을 입증하였다.
5. 결론적으로 지반굴착 흙막이공사 시 본 연구에서 개발된 지반굴착 흙막이공의 정보화시공 종합관리 시스템을 활용하면 설계부터 굴착 및 지하구조물 시공 시까지 신속하고 합리적인 안정성 평가를 할 수 있게 되어 현재 절대치 관리에 의해 이루어지고 있는 지반굴착 흙막이공사를 예측관리에 의한 안전하고 경제적인 공사관리가 될 수 있는 한 단계 높은 정보화시공에 큰 기여를 할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 건설교통부(1998), “토류벽의 굴착단계별 거동예보 시스템”
2. 오정환(1997), “지반 굴착공에서의 계측계획 수립 및 관리요령”, 정보화시공·지반굴착위원회 공동학술 발표회 논문집, 한국지반공학회
3. 이해성, 정충기, 김재관, 김봉균(1996), “탄소성 지반 스프링 모델에 의한 굴착 해석시 지반의 물성치 평가를 위한 역해석”, 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, Vol. 16, No. I-5
4. Cividini, A., Gioda, G., Barla, G.(1985), “Calibration of a Rheological Material Model on the Basis of Field Measurements”, *15th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, Nagoya
5. Dunicliff, J.(1988), *Geotechnical Instrumentation for Monitoring Field Performance*, John Wiley & Sons, Inc.
6. Gioda G. and Marier, G.(1980), “Direct Search Solution of an Inverse Problem in Elastoplasticity : Identification of Cohesion, Friction Angle and In-situ Stress by Pressure Tunnel Tests”, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol. 15
7. Gioda, G. & Sakurai, S.(1987), “Back Analysis Procedures for the Interpretation of Field Measurements in Geomechanics”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 11
8. Goldberg-Zoino and Associates(1976), “Lateral Support Systems and Underpinning”, *FHA*, PB-257 210, Vol. 1
9. Murakami, A. and Hasegawa, T.(1985), “Observational Prediction of Settlement Using Kalman Filter Theory”, *Proceedings of 5th International Conference Numerical Methods in Geomechanics*, Nagoya
10. Sakurai, S. & Takeuchi, K.(1983), “Back Analysis of Measured Displacements of Tunnels”, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol. 16, No. 3
11. Vanderpaats, G. N.(1984), *ADS - a Fortran Program for Automated Design Synthesis*, Ver 1.10, NASA CR 172460
12. Vanderpaats, G. N.(1984), *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill, Inc.