

SMA 선이 삽입된 복합재 보의 굽힘 및 비틀림 해석

박 범 식* · 김 철**

The Bending and Twisting Analysis of SMA/Composite Beams

Park, Bum-Sik and Kim, Cheol

Key Words: Shape Memory Alloy, Bending and Twisting, Composite Beam, Elastic Tailoring

ABSTRACT

Shape memory alloy (SMA) has demonstrated its potentials for various smart structure applications. SMA wires undergo a reversible phase transformation from martensite to austenite as temperature increases. This transformation leads to shape recovery and associated recovery strains. If SMA actuators are embedded off the neutral surface and are oriented in arbitrary angles with respect to a beam axis, then the beam bends and twists due to the coupling effects of recovery strains activated. In this study, the bending and twisting of a SMA/Composite beam were controlled by both electric resistive heating and passive elastic tailoring. 3-dimensional finite element formulations were derived and validated to analyze the responses of the SMA/Composite beam. Numerical results show that the shape of the SMA/Composite beam can be controlled by judicious choices of control temperatures, SMA angles, and elastic tailoring.

1. 서 론

최근 혁신적 작동기와 센서등을 개발함에 있어 지능 재료 및 지능구조가 주목을 받고 있다. 이들이 성공적으로 개발되어 항공우주 분야의 구조물에 적용이 된다면 획기적 변화를 불러일으킬 것이다[1]. 특히, 많은 지능재료 중에 형상기억합금(SMA)은 최대 10%의 회복 가능한 변형률과 큰 작동력을 발휘할 수 있어서 구조물에 삽입하여 형상 및 진동제어에 이용될 수 있다. 지금까지 복잡한 SMA의 거동을 설명하기 위해 여러 모델들이 제안되었다[2-4]. 그러나 형상기억합금이 삽입된 구조물의 거동에 대한 연구는 미미했다[5-6]. 더구나 이런 연구들도 진동제어에 편중되는 경향이 있었다[7-8].

SMA선은 초기변형을 주어 구조물에 삽입하고

전기저항을 이용해 가열하면 수축력이 발생한다. 이때 SMA선을 중립축의 아래나 위에 삽입하거나 배치각도를 다양하게 변화시키면 수축력은 굽힘과 비틀림을 일으키는 모멘트를 발생시킨다. 게다가, 이러한 변형에 복합재료의 이방성을 이용한 탄성재단(elastic tailoring)효과를 가미하면 더욱 다양한 변화를 야기한다[9].

본 연구에서는 SMA선이 삽입된 복합재료의 거동을 해석하기 위해 유한요소법을 이용했고 SMA선이 삽입된 새로운 복합재 대표 체적요소(RVE)를 도입했다. 이를 이용해 온도 변화에 따른 SMA선과 복합재의 적층각 변화에 따른 구조물의 거동을 연구했으며 모델의 정확성을 검증하기 위해 다른 실험결과와 비교했다.

2. 지배 방정식

2.1 형상기억합금의 지배 방정식

형상기억합금은 마르텐사이트(martensite)상과 오스테나이트(austenite)상 사이의 상변태로 인

* 경북대학교 대학원 기계공학과

** 정희원, 경북대학교 기계공학과

해 회복력과 변위를 일으킨다. 상변태에 영향을 주는 인자로는 응력, 변형률, 온도 및 변형과정 (history of transformation, 가열/냉각과정)이 있다. 본 연구에서는 Brinson의 일차원 모델[4]을 이용해 SMA의 거동을 해석했고 그 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\sigma - \sigma_0 = D(\xi)\varepsilon - D(\xi_0)\varepsilon_0$$

$$+ \Omega(\xi)\xi_0 - \Omega(\xi_0)\xi_{s0} + \theta(T - T_0) \quad (1)$$

$$D(\xi) = D_A + \xi(D_M - D_A) \quad (2)$$

$$\Omega(\xi) = -\varepsilon_L D(\xi) \quad (3)$$

$$\xi = \xi_s + \xi_T \quad (4)$$

σ , ε , D , θ , Ω , ξ , T 는 각각 응력, 변형률, 영률, 열탄성계수, 변태변형률 계수(phase transformation coefficient), 마르텐사이트 체적비, 온도를 나타낸다. 또한 아래첨자 "0"는 초기상태를 나타내고 "s"와 "T"는 각각 응력과 온도에 의해 유도된 상태를 나타낸다.

2.2 SMA/Composite 유한요소모델

SMA선의 비선형적인 요소강성행렬은 다음과 같이 나타낸다[10].

$$[K]^e = H\bar{D}A \int_L [B]^T F F^T dx + \bar{S}A \int_L [B]^T [B] dx \quad (5)$$

A와 L은 SMA선의 단면적과 길이를, F는 알려진 형상의 변형구배(deformation gradient)를, H는 응력과 온도 및 변형률에 의해 결정되는 변수를 나

타낸다. 그리고 윗첨자 "-"는 알려진 위치에 서의 값들을 나타낸다. 식(5)를 이용해 SMA선의 영률을 구하면 다음과 같다.

$$E_{SMA} = H\bar{D}F\bar{F} + \bar{S} \quad (6)$$

등가된 SMA/Composite 요소의 강성행렬을 구하기 위해 본 연구에서는 새로운 복합재 대표 체적 요소(RVE)를 도입했다. Fig. 1은 RVE를 이상화시킨 과정을 나타낸다. 이는 Hagoood가 제안한 piezo 선이 삽입된 요소의 개발과 유사하다[11]. RVE는 두가지 과정을 거쳐 이상화되는데 CASE A 과정의 관계식은 다음과 같고,

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^{(1)} \\ \sigma_y^{(1)} \\ \sigma_z^{(1)} \\ r_{xz}^{(1)} \\ r_{yz}^{(1)} \\ r_{xy}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{(1)} & Q_{12}^{(1)} & Q_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12}^{(1)} & Q_{22}^{(1)} & Q_{23}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13}^{(1)} & Q_{23}^{(1)} & Q_{33}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^{(1)} \\ \varepsilon_y^{(1)} \\ \varepsilon_z^{(1)} \\ \gamma_{xz}^{(1)} \\ \gamma_{yz}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{pmatrix} \quad (7)$$

위의 유사한 방법으로 CASE B에 대한 관계는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_x \\ \bar{\sigma}_y \\ \bar{\sigma}_z \\ \bar{r}_{xz} \\ \bar{r}_{yz} \\ \bar{r}_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 & 0 \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varepsilon}_x \\ \bar{\varepsilon}_y \\ \bar{\varepsilon}_z \\ \bar{\gamma}_{xz} \\ \bar{\gamma}_{yz} \\ \bar{\gamma}_{xy} \end{pmatrix} \quad (8)$$

여기서 K_{ij} , $Q_{ij}^{(1)}$ 는 SMA/Composite 요소의 등가 강성을 나타낸다.

2. 해석 및 결과

본 이론을 검증하기 위해서 White와 Berman [12]의 실험결과와 비교하였다. 보의 크기는 190.5 × 19.05 × 6.35mm이고 10개의 지름이 0.1905mm인 SMA선이 중립면에 대해 0.9843mm 아래에 삽입되었다. 보의 자유경계상태이고 기지(matrix)는 상온에서 경화된 에폭시(EPON 3140/828)를 사용했다. 형상이 대칭이므로 길이의 반을 해석했고, 이때 8절점 3차원 유한요소를 1,375개 사용했고 자유도는 5,616이다. 보의 가운데 지점에서 수직 변위를 측정하여 Fig. 2에서 비교하였다. 실험과 해석의 결과가 잘 일치함을 알 수 있다.

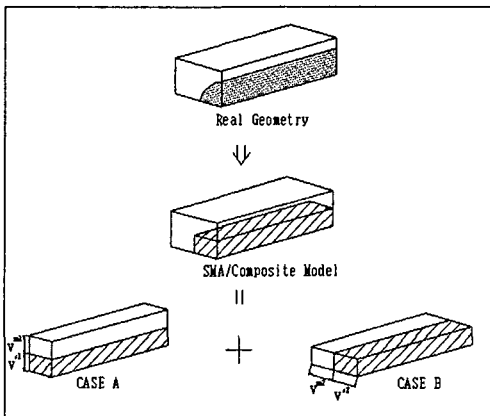


Fig. 1. SMA/Composite RVE model
($v^{s1,2}$ and $v^{m1,2}$ represent volume fractions.)

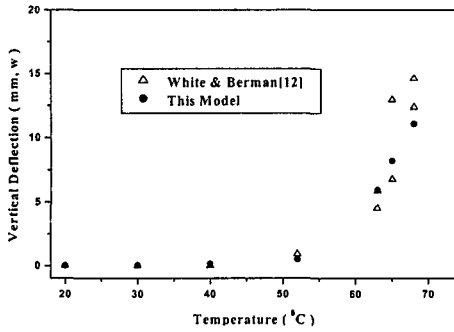


Fig. 2. Vertical deflections with temperatures for a validation study

형상제어를 위한 수치해석은 Fig. 3에서 보여지는 SMA선을 삽입한 graphite/epoxy로 만든 외팔보에 대해 수행되었다. AS4/3501-6과 SMA선의 물성치는 Table 1, 2에 각각 나열하였고, 보의 형상치수는 Table 3에 나타내었다. 해석은 8절점 3차원 유한 요소를 1,320개 이용했고 자유도는 1,960이다. SMA선은 네 가지 다른 각도 α (0° , 15° , 30° , 45°)로 첫째와 둘째층 사이($z=0.125\text{mm}$)에

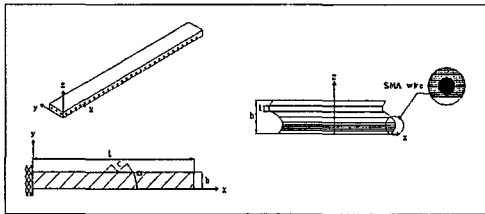


Fig. 3 Schematic of a SMA/Composite beam

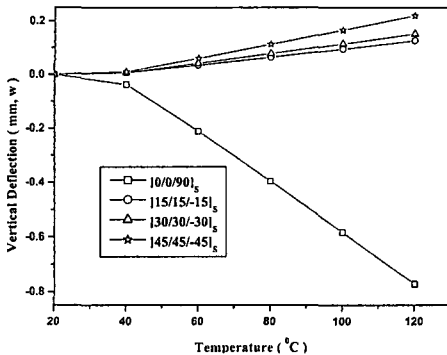


Fig. 4 Maximum vertical deflection with controlling temperature for each α

SMA선간 간격($c=5\text{mm}$)은 모두 일정하게 삽입했다. 탄성재단의 효과를 가미하기 위해 적층은 SMA선에 수직방향, 축에 대해 수직방향 및 축방향 등 세가지로 변화시켜 보았다.

최대 변위(0.75mm)는 Fig. 4에서 나타난 $\alpha=0^\circ$ 인 경우의 수직변위이다. 모든 경우 40°C 부근의 급격한 변화가 나타나는데 이는 SMA가 마르텐사이트에서 오스테나이트로 상변태를 하면서 급격히 회복력이 커지기 때문이다. 복합재의 적층각을 변화시키면서 탄성재단효과를 알아보면 다양한 변화가 일어남을 알 수 있다. 수직변위나 비틀림 각도의 변화는 3가지 적층각 변화에 따라 큰 차이를 보이지 않았다. 그러나 폭방향의 변위는 Fig. 5와 같이 상대적으로 매우 큰 것을 알 수 있다. Fig. 6에서는 α 를 변화시키기에 따른 비틀림 각도의 변화를 나타내었는데 α 가 커질수록 비틀림 각도가 커짐을 알 수 있다.

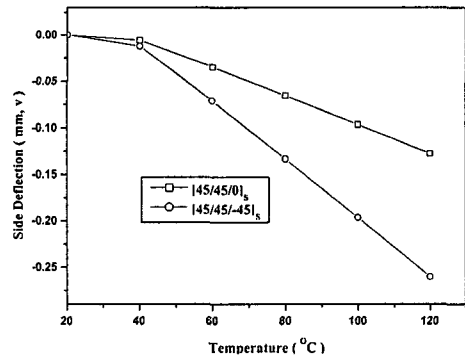


Fig. 5 Side deflections of a beam tip with controlling temperature ($\alpha=45^\circ$)

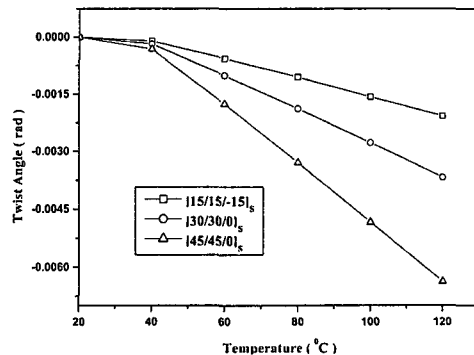


Fig. 6 Maximum twist angles with controlling temperature for each α

Table 1. Material properties for SMA

Moduli	Temperature	Transformation Constant	Initial Condition
$D_M=67 \times 10^3$ MPa	$M_f=9^\circ\text{C}$	$C_M=8\text{MPa}^\circ\text{C}^{-1}$	$\epsilon_{L1}=0.067$
$D_M=67 \times 10^3$ MPa	$M_s=18.4^\circ\text{C}$	$C_A=13.8\text{MPa}^\circ\text{C}^{-1}$	$\epsilon_0=0.0469$
$\theta=0.55 \times 10^3$ MPa/ $^\circ\text{C}$	$A_s=34.5^\circ\text{C}$	$\sigma_s^{\text{cr}}=100\text{MPa}$	$T_0=20.0$
$\nu=0.33$	$A_f=49^\circ\text{C}$	$\sigma_f^{\text{cr}}=170\text{MPa}$	

Table 2. Mechanical properties of AS4/3501-6

$E_{11}=141.96\text{GPa}$	$E_{22}=E_{33}=9.76\text{GPa}$
$G_{12}=G_{13}=6.0\text{GPa}$	$G_{23}=4.83\text{GPa}$
$\nu_{12}=\nu_{13}=0.24$	$\nu_{23}=0.5$

Table 3. Beam dimension (mm)

Length (L)	300
Width (b)	30
Radius of a SMA wire	0.1
Thickness (h)	0.75

4. 결론

SMA가 삽입된 복합재 보의 거동을 해석하기 위하여 SMA선과 복합재의 강성을 효과적으로 반영할 수 있는 3차원 유한요소모델을 개발했고, 이를 다른 실험결과와 비교하여 검증하였다. 수치 해석결과, 전기저항에 의한 온도와 SMA선의 배치각도 및 탄성재단을 효율적으로 이용하면 SMA/Composite로 이루어진 구조물을 원하는 형상으로 변화시킬 수 있음을 알 수 있다. SMA선을 보의 길이방향으로 삽입했을 때 최대 0.75mm의 굽힘을 유도할 수 있었다. 이 결과는 보의 크기, SMA선의 삽입각도 및 위치에 의해 그 형상이 변화할 수 있을 만큼 큰 변위임을 보여준다.

참고문헌

- Noor, A. k., Venneri, S. L., Paul, D. B. and Hopkins, M. A., "Structures Technology for Future Aerospace Systems," *Computers and Structures*, 2000, Vol. 74, pp.507-519.
- Tanaka, K., "A Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One Dimensional Tensile Behavior," *Res. Mechanica*, 1986, Vol. 18, pp.251-263.

- Liang, C. and Rogers, C. A., "One-dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 1990, Vol. 1, pp. 207-234.
- Brinson, L. C., "One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 1993, Vol. 4, pp.229-242.
- Blonk, B. J. and Lagoudas, D. C., "Actuation of elastomeric rods with embedded two-way shape memory alloy actuators," *Smart Mater. and Struct.*, 1998, Vol. 7, pp. 771-783.
- White, S. R. and Hebda, D. A., "Structural Behavior SMA Composite Beams," *Adaptive Material Systems*, 1995, AMD-Vol 206/MD-Vol 58, pp.111-120.
- Epp, J. J. and Chandra, R., "Shape Memory Alloy Actuation for Active Tuning of Composite Beams," *Smart Mater. and Struct.*, 1997, Vol. 6, pp.251-264.
- Ostachowicz, W., Krawczuk, M. and Zak, A., "Natural Frequency of Multi-Layer Composite Plate with Embedded Shape Memory Alloy Wires," *J. of Intell. Mater. Syst. and Struct.*, 1998, Vol. 9, pp.232-237.
- Kim, C. and White, S. R., "Thick-Walled Composite Beam Theory Including 3-D Elastic Effects and Torsional Warping," *Int. J. Solids and Struct.*, 1997, Vol. 34, pp. 4237-4259.
- Brinson, L. C. and Lammering, R., "Finite Element Analysis of the Behavior Shape Memory Alloys and Their Applications," *Int. J. Solids and Struct.*, 1993, Vol. 3, No.23, pp. 3261-3280.
- Bent, A. A. and Hagood, N. W., "Piezoelectric Fiber Composites with Interdigitated Electrodes," *J. of Intell. Mater. Syst. and Struct.*, 1999, Vol. 8, pp. 221-231.
- White, S. R. and Berman, J. B., "Thermomechanical Response of SMA Composite Beams with Embedded Nitinol Wires in an Epoxy Matrix," *J. of Intell. Mater. Syst. and Struct.*, 1998, Vol. 9, pp. 391-400.