

전단응력하의 무한체내 타원체불균질물의 균열손상에 따른 하중부하능력과 탄성응력분포

조 영 태*·임 광 희**·고 재 용***·김 흥 건****

Load Carrying Capacity due to Cracking Damage of Ellipsoidal Inhomogeneity in Infinite Body under Pure Shear and Its Elastic Stress Distributions

Y. T. Cho, K. H. Im, J. Y. Ko and H. G. Kim

Key Words: Ellipsoidal Inhomogeneity, Load Carrying Capacity, Reinforcement Cracking Elastic Stress Distribution, Aspect Ratio, Micromechanics.

Abstract

In particle or short-fiber reinforced composites, cracking of the reinforcements is a significant damage mode because the broken reinforcements lose load carrying capacity. This paper deals with elastic stress distributions and load carrying capacity of intact and cracked ellipsoidal inhomogeneities. Three dimensional finite element analysis has been carried out on intact and broken ellipsoidal inhomogeneities in an infinite body under pure shear. For the intact inhomogeneity, as well known as Eshelby(1957) solution, the stress distribution is uniform in the inhomogeneity and non-uniform in the surrounding matrix. On the other hand, for the broken inhomogeneity, the stress in the region near crack surface is considerably released and the stress distribution becomes more complex. The average stress in the inhomogeneity represents its load carrying capacity, and the difference of average stresses between the intact and broken inhomogeneities indicates the loss of load carrying capacity due to cracking damage. The load carrying capacity of the broken inhomogeneity is expressed in terms of the average stress of the intact inhomogeneity and some coefficients. It is found that the broken inhomogeneity with higher aspect ratio still maintains higher load carrying capacity.

1. 서 론

연성 매트릭스내에 입자 또는 단섬유를 분산시킨 분산형복합재료는 기계적 성질을 향상시킴과 동시에 성형성, 가공성이 뛰어나 이미 공업 재료로 널리 사용되고 있다. 그러나, 이들복합재

료는 변형과정중에 강화제의 균열손상, 매트릭스 강화제와의 계면박리 또는 매트릭스재료의 균열진전등의 손상이 진전되고, 기계적 특성에 큰 영향을 미친다^{1,2)}. 이는 분산형복합재료의 중요한 손상모드로 알려져 있다. 이들 손상모드는 소재의 기계적성질의 조합이나 매트릭스와 강화제의 계면강도에 의존하고, 분산형복합재료에서는 강화제의 균열 및 박리손상이 주요 손상모드로 알려져 있다. 따라서, 복합재료의 응용분야를 넓히거나, 새로운 복합재료개발을 위해서는 복합재료의 손상과정의 마이크로메카니즘은 매우 중요하다.

* 전주대학교 공학기술연구소
** 우석대학교 자동차공학과
*** 목포해양대학교 해양시스템공학부
**** 전주대학교 기계공학부

종래의 분산형복합재료에 대한 많은 이론들³⁻⁴⁾은, 무한체내의 타원체불균질물에 있어서 Eshelby⁵⁾의 해를 기초로 하여 구축되었다. 그렇지만, 균열손상이 있는 복합재료의 손상이론을 전개하려 할때 균열된 타원체개재물에 대한 해가 구해져있지 않은 관계로 강화재의 균열손상을 고려한 이론전개가 불가능하다.

본 연구는, 강화재의 균열손상 과정을 고려한 분산형복합재료의 이론을 구축하기 위한 기초 연구로서, 순수전단응력하의 완전 및 균열된 타원체불균질물을 포함한 무한체를 3차원유한요소법을 이용한 탄성해석을 실시하고, 불균질물과 불균질물 주위의 탄성응력분포와 불균질물의 하중부하능력의 변화를 밝힌다.

2. 균열된 타원체불균질의 하중부하능력

외력을 받는 무한체내의 타원체불균질물의 하중부하능력(Load carrying capacity)은 불균질물의 평균응력으로 표현할 수 있다.

Fig.1은 Eshelby의 매개물의 전형적인 모델을 나타내고 있다. 여기에서 무한체내의 타원체 불균질물이 무한거리에서 응력 σ 가 작용할 경우를 생각하자. 무한체 및 불균질물의 탄성계수를 L_0 , L_1 라하면, 완전한 타원체 불균질물내의 응력 σ^p 는 Eshelby의 등가개재물법(Eshelby's

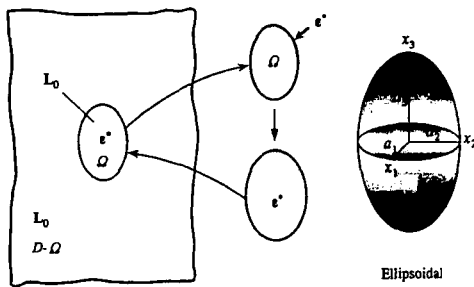


Fig.1 Model of Eshelby's inhomogeneity in infinite body

equivalent inclusion method)에 의해 식(1)로 나타내지며, 타원체불균질물내의 응력은 일정한 분포를 보인다⁵⁾.

$$\sigma^p = L_0(S-I)[(L_1-L_0)S+L_0]^{-1}L_1(S-I)L_0^{-1}\sigma \quad (1)$$

본 해석에 이용한 무한체내의 균열된 타원체불균질물에 있어서 중첩원리를 나타낸다. 균열된 타원체불균질물의 응력상태 σ^{cp} 는 완전한 불균질물이 원거리에서 작용응력 σ 를 받을 경우의 σ^p 와 불균질물의 균열면에서 내력 $-\sigma^p$ 를 받을 경우의 σ^{cp*} 와의 합으로 표현된다. 따라서, 균열된 불균질물내의 평균응력은

$$\bar{\sigma}^{cp} = \sigma^p + \bar{\sigma}^{cp*} \quad (2)$$

로 표현 할 수 있다. 또한 $\bar{\sigma}^{cp*}$ 는 완전한 불균질물내의 응력 σ^p 의 함수로서 표현 할 수 있으므로 위의 (2)식은

$$\bar{\sigma}^{cp} = k\sigma^p \quad (3)$$

로 쓸 수 있다. 불균질물의 평균응력 성분은, 균열면에 작용하는 내부응력 $-\sigma^p_z$ 에 의한 $\bar{\sigma}^{cp*}_z$

$\bar{\sigma}^{cp*}_x$, $\bar{\sigma}^{cp*}_y$ 과 전단응력 $-\tau^p_{yz}$ 에 의한

$\bar{\tau}^{cp*}_{zx}$ 그리고 $-\tau^p_{zx}$ 에 의해 $\bar{\tau}^{cp*}_{zx}$ 가 발생하

므로, k 는 아래 식(4)와 같이 매트릭스로 표현된다.

$$k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & h_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & h_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+h_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+h_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+h_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

따라서, 계수 h_{33} , h_{13} , h_{44} 의 3성분 값이 결정되면, Eshelby의 등가개재물법에 의해 구할 수 있는 완전한 타원체불균질물의 평균응력과 계수 매트릭스 k 에 의해 균열된 후의 타원체불균질물의 평균응력, 즉 하중부하능력을 구할 수 있다. 이들 3개의 미지의 성분 중에서 h_{33} , h_{13} 은 단축인장응력이 작용할 경우의 축대칭유한요소해석에 의해서 결정되었다.

본 연구에서는, 단순전단응력하에서 3차원유한요소해석을 이용해 계수 h_{44} 를 결정하기 위해 탄성해석을 수행하였다.

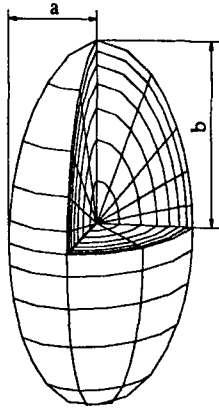


Fig.2 Three dimensional finite element mesh

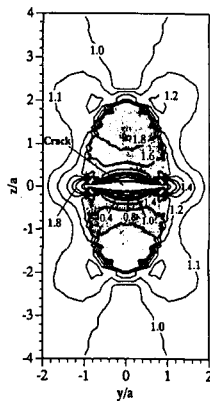


Fig. 3 Stress distribution (τ_{yz}/τ) in and around a broken inhomogeneity under pure shear. Aspect ratio (b/a) of the inhomogeneity is 2.0.

3. 수치해석

단순전단응력하의 타원체불균질물의 해석방법은, 2차원, 20절점의 아이소파라메트릭(Isoparametric) 입방체요소를 이용한 3차원유한요소법을 이용하였다. 중앙에 타원체불균질물을 포함하고 있는 광범위한 타원체영역의 요소분할예를 Fig.2에 나타냈다. 이들 영역의 경계표면에 $y \geq$ 방향의 단순전단응력 τ 를 작용시키고, 유한요소분할을 구체적으로 나타내기 위해 1/8부분을 잘라 보았다. 불균질물이 완전한 경우나 균열된

경우 모두 같은 요소분할수를 이용하였다.

3.1 불균질물과 불균질물 주위의 응력분포

완전 및 균열된 타원체불균질물의 응력분포를 불균질물과 매트릭스의 영률비 $E_p/E_m=5.0$, 푸아송비가 각각 $\nu_p=0.17$, $\nu_m=0.3$ 일 경우의 응력분포를 나타냈다. 단순전단응력하의 타원체불균질물에 대하여 3차원유한요소해석을 실시한 결과, 불균질물의 에스펙터비가 0.5~2.0에서는 아주 정확한 결과를 얻을 수 있었다. Fig.3은 에스펙터비가 2.0인 경우를 나타냈다.

3.2 하중부하능력

Fig.4은 단순전단응력을 받는 무한체내의 완전한 불균질물내의 일정한 평균응력과 불균질물의 에스펙터비와의 관계를 매트릭스와 불균질물의 다양한 탄성계수의 조합에 따라서 나타냈다. 실선은 Eshelby의 등가개재물법에 의해 계산한 결과이고, 점은 3차원유한요소해석에 의해 얻어진 결과이다. 에스펙터비가 0.5~2.0의 범위에서는 Eshelby의해와 해석결과가 잘 일치하지만, 이외의 범위에서는 두결과에 차이가 있었다. 이것은 불균질물을 중심에 포함한 타원체 유한영역에 있어서 본 해석에 이용한 3차원 유한요소해석법은 에스펙터비가 0.5~2.0의 범위에서 무한체내의 불균질물을 잘 모의하고 있다고 할 수 있다. 따라서, 아주 낮은 에스펙터비와 높은 에스펙터비에서 정확한 해석결과를 얻기 위해서는 더욱 세밀한 요소분할이 필요하다. Fig.4에서 불균질물내의 전단응력은 에스펙터비의 증가와 함께 $b/a=2.0$ 까지는, 영률의비 $E_p/E_m > 1$ 에서 증가하고, $E_p/E_m < 1$ 에서 저하한 후 일정한 값을 유지한다. 식(3)에 의해 단순전단응력하의 완전한 타원체불균질물 및 균열된 타원체불균질물 내부의 평균응력의 관계는 식(5)로 표현된다.

$$\bar{\tau}_{yz}^p = (1+h_{44}) \tau_{yz}^p \quad (5)$$

계수 h_{44} 는 3차원해석결과의 평균전단응력으로 부터 식(5)를 이용하여 결정하였다. 계수 h_{44} 와 불균질물의 에스펙터비의 관계를 다양한 탄성계수의 조합에 대하여 Fig.5에 나타냈다.

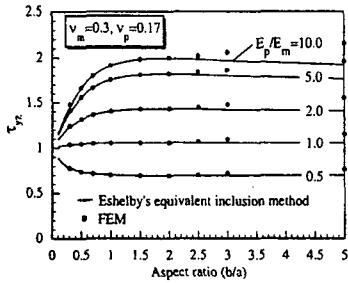


Fig. 4 Shear stress of an intact inhomogeneity in infinite body under pure shear as a function of an aspect ratio.

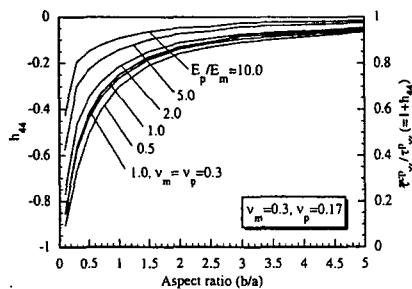


Fig. 5 Coefficient (h_{44}) and load carrying capacity ratio on shear stress as a function of an aspect ratio.

3. 결과 및 고찰

균열손상에 의한 타원체불균질물의 하중부하 능력에 대해 더욱 상세히 기술하면, Fig.5의 오른쪽 y 축은 완전한 타원체불균질물의 전단응력 (τ_{yz})에 대하여 균열된 타원체불균질물의 평균전단응력비 ($\bar{\tau}_{yz}^{cp} / \tau_{yz}^p$) 즉, 전단응력하의 하중부하능력비를 나타낸다. Fig.5를 보면, 인장응력의 하중부하능력은 항상 1보다 작고, 불균질물의 균열손상에 의해 하중부하능력을 손실한다. 하중부하능력은 불균질물의 에스펙터비의 증가와 함께 높아지고, 매트릭스와 불균질물의 탄성계수에 의존한다. 코인(Coin)형상의 불균질물($b/a=0$)에서는 하중부하능력이 0이 되고, 연속장섬유($b/a=\infty$)에서는 1에 접근한다. 코인형상의 불균질물은 균열손상에 의해 하중부하능력을 완전히 상실하지만, 장섬유일수록 하중부하능력을 유지하고, 무한체내의 무한장섬유에서는 전혀 손실하지 않는다고

할 수 있다.

4. 결론

완전한 타원체불균질물의 경우, 잘 알려진 Eshelby해와 같이 불균질물내의 응력은 일정하고, 불균질물주위의 매트릭스에서는 복잡한 응력분포를 나타내고, 균열된 불균질물내에서는 균열면 근방의 응력완화에 의해 복잡한 응력분포를 나타냈으며 균열된 타원체불균질물의 평균응력은 균열전의 완전한 불균질물의 평균응력에 의해 표현할 수 있으며, 본 해석 결과에 의해 평균응력 관계의 서술에 필요한 계수를 불균질물의 에스펙터비를 함수로 하여 구하였고, 무한체내의 타원체불균질물은 균열손상에 의해 하중부하능력을 손실하지만, 균열된 후에도 여전히 하중부하능력을 유지한다. 하중부하능력비는 에스펙터비의 증가와 함께 증가하고, 긴 불균질물일수록 균열손상후에도 높은 하중부하능력을 유지하고 있는 것이 확인되었다.

참고문헌

- (1) Whitehouse, A. F. and Clyne, T. W., Cavity Formation during Tensile Straining of Particulate and Short Fiber Metal Matrix Composite, *Acta Metall. Mater.*, Vol.41, No.6, pp.1701-1711, 1993.
- (2) Llorca, J., Martin, A., Ruiz, J. and Elices, M., Particulate Fracture during Deformation of a Spray Formed Metal-Matrix Composite, *Metall. Trans. A*, Vol. 24A, pp.1575-1588, 1993.
- (3) Tohgo, K. and Chou, T. W., Incremental Theory of Particulate-Reinforced Composites Including Debonding Damage, *JSME Int. J., Ser. A*, Vol.39, No.3, pp.389-397, 1996.
- (4) Tohgo, K. and Weng, G. J., Progressive Damage Mechanics in Particle-Reinforced Metal-Matrix Composites under High Triaxial Tension, *ASME J. Eng. Mat. Tech.*, Vol.116, pp.414-420, 1994.
- (5) Eshelby, J. D., The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems, *Proceedings of the Royal Society, London*, Vol. A241, pp. 376-396, 1957.