

# 위성체 2-D 구조물의 열 안정성 해석

윤 일 성\* , 송 오 섭\*\* , 김 규 선\*\*\*

## Thermal Stability Analysis of 2-D Spacecraft Appendage

Il - Soung Yoon\* , Oh - Seop Song\*\* , Gu - Sun Kim\*\*\*

Key Words : Thermally Induced Vibration(열진동) , Composite Material Beam(복합재료보), Solar Heat Flux (태양열) , Flutter(플러터) , Stability(안정성)

### Abstract

Thermally induced vibration response of solar array is investigated. The solar array model consists of composite thin walled beam and solar blanket, spreader bar. The composite thin walled beam incorporates a number of nonclassical effects of transverse shear, primary and secondary warping, rotary inertia and anisotropy of constituent materials. The solar blanket is a membrane subjected to uniform tension in the z direction. The spreader bar is a rigid member. A coupled thermal structure analysis that includes the effects of structural deformations on heating and temperature gradient is investigated. A stability criterion given in parameters for establishes the conditions for thermal flutter.

### 1. 서 론

1990년에 발사된 Hubble 망원경은 장착된 태양전지 판의 급격한 온도변화에 의해 굽힘 진동 현상의 발생으로 인하여 위성의 자세지향 안정성이 저하되었다. 이와 같은 현상은 위성과 같이 대류 열 전달이 없는 우주환경에서 위성체 구조물이 태양 빛이 없는 식 지역(Eclipse region)에서 태양이 있는 영역으로 노출되는 순간 또는 태양에 노출되는 부분과 노출되지 않는 부분의 온도 차이 등에 의해 발생하는 열변형에 의한 진동에 의해 발생된다.

최근 위성체의 구조물은 경량화 되는 추세에 반하여, 요구되는 임무의 정밀도는 증가되고 있다. 다시 말하면 구조물의 연성은 증대되고 지향 정밀도 요구조건이 점점 증가되고 있는 것이다. 그러므로, 효율적인 임무수행을 위해서는 태양전지 판이나 안테나, Boom 과 같은 유연 구조물에 발생하는 열변형에 의한 불안정한 진동을 효과적으로 억제하여야 한다.

본 연구는 인공위성의 관측성능에 중요한 영향을 미칠 수 있는 열변형에 의해 발생하는 유연 구조물의 진동현상 규명 및 억제방법에 관련된 연구이다. 특히 위성체의 발사 비용 절감 및 수명연장을 위하여 비강성 및 비강도면에서 기존의 금속합금보다 우수한 가벼운 복합재료의 사용이 증가될 것으로 판단되며 따라서 본 연구에서는 열 변화에 의해 발생하는 복합재료 유연 구조물의 진동해석

\* 충남대학교 기계공학과 대학원

\*\* 충남대학교 기계공학과

\*\*\* 한국항공우주연구원

에 관련된 연구에 중점을 두고자 한다.

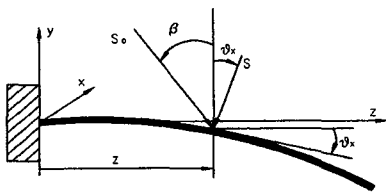
해석 모델은 보와 강체구조물(Spreader bar) 그리고, 막(Solar blanket)의 복합구조물로 하였으며, 해석 모델의 열적-동역학적 효과를 고려하여 운동 방정식을 유도하고 이로부터 열하중에 의한 동적 응답해석(Thermal dynamic response analysis) 및 안정성(Stability) 문제인 열-플러터 해석(Thermal flutter analysis)을 수행하였다.

## 2. 열해석

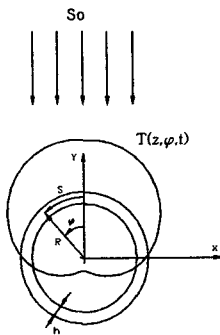
1-D 외팔 보 모델의 구조물에 입사되는 태양열 Flux의 직각방향 성분은 구조물의 변형을 고려할 때 다음과 같이 표현 할 수 있다

$$S = S_o \cos(\beta + \theta_x) \quad (1)$$

여기에서  $S_o$ 는 Solar heat flux ( $W/m^2$ )이며,  $\beta$ 는 태양열 Flux의 입사각이고,  $\theta_x$ 는 Bending slope이다.



a) Heat flux



b) Boom cross section

Fig.1 Heat flux for coupled thermal-structural analysis

식(1)을 이용하여 에너지 보존 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{k}{\rho c R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\sigma \epsilon}{\rho c h} T^4 \\ = \frac{\alpha S_o}{\rho c h} \delta \cos \phi \cos(\beta + \theta_x) \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)에서 온도  $T$ 는 평균온도  $\bar{T}(z, t)$ 와 섭동 온도  $T_m(z, t) \cos \phi$ 의 합으로 다음과 같이 근사화 하였다.

$$T(z, \phi, t) = \bar{T}(z, t) + T_m(z, t) \cos \phi \quad (3)$$

식(3)을 식(2)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 두 개의 상 미분 방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\sigma \epsilon}{\rho c h} \bar{T}^4 = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha S_o}{\rho c h} \cos(\beta + \theta_x) \quad (4a)$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial t} + \frac{1}{\tau} T_m = \frac{1}{2} \frac{\alpha S_o}{\rho c h} \cos(\beta + \theta_x) \quad (4b)$$

식(4a)와 (4b)에서 다음과 같은 정상상태의 평균온도  $\bar{T}_s$ 와 섭동온도  $T_m$ 를 유도하였다.

$$\bar{T}_s = \left( \frac{1}{\pi} \frac{\alpha S_o \cos \beta}{\sigma \epsilon} \right)^{1/4} \quad (5)$$

$$T_m = \frac{e^{-t/\tau} T_s^*}{\tau} \int_0^t e^{\beta/t} \cos(\theta + \theta_x) d\beta \quad (6)$$

## 3. 구조해석

3.1 복합재료 유연보-강체의 운동방정식과 경계 조건식의 유도

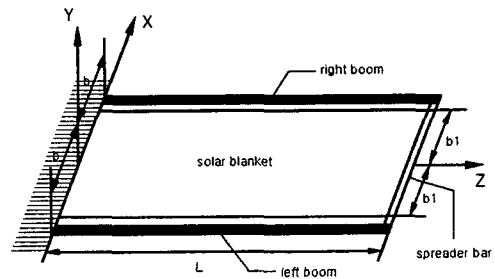


Fig.2 Model of solar array

3.1.1 변위장

각 변위 변수의 함수로 표시된 변위 벡터는 다음과 같다.

$$u(s, z, t) = u_0(z, t) - y(s) \phi(z, t)$$

$$v(s, z, t) = v_0(z, t) + x(s) \phi(z, t)$$

$$\begin{aligned}
w(s, z, n, t) &= w_0(z, t) \\
&+ \theta_x(z, t) \left[ y(s) - n \frac{dx}{ds} \right] \\
&+ \theta_y(z, t) \left[ x(s) + n \frac{dy}{ds} \right] \\
&- \phi'(z, t) [F_w(s) + na(s)]
\end{aligned} \quad (7a-c)$$

여기에서,  $u_0, v_0, w_0$ 는 각각  $x, y, z$ 축 방향의 병진변형(Translation)을 나타내며,  $\theta_x, \theta_y, \phi$ 는  $x, y, z$ 축에 관한 회전각을 나타낸다. 또한  $F_w(s)$ 와  $na(s)$ 는 각각 1차 와핑함수와 2차 와핑함수를 나타낸다.

### 3.1.2 구성방정식

General orthotropic 복합재료의 열 효과를 고려한 응력-변형을 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{nn} \\ \sigma_{nz} \\ \sigma_{sn} \\ \sigma_{sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} - \alpha_x T \\ \epsilon_{zz} - \alpha_z T \\ \epsilon_{nn} - \alpha_n T \\ \gamma_{nz} \\ \gamma_{sn} \\ \gamma_{sz} - \alpha_{sz} T \end{bmatrix} \quad (8)$$

3차원 구성방정식을 두께방향( $n$ 방향)으로 적분하면 다음과 같은 Stress resultants와 couples를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_{zz} \\ N_{sz} \\ L_{zz} \\ L_{sz} \\ N_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & 0 \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{zz}^0 \\ \gamma_{sz}^0 \\ W_M \\ \epsilon_{zz}^n \\ \gamma_{nz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_1^T \\ N_2^T \\ N_4^T \\ N_5^T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 3.1.3 운동방정식과 경계조건식

복합재료 보의 지배방정식과 경계조건을 유도하기 위해서 다음과 같은 Hamilton's variational principal을 이용하였다.

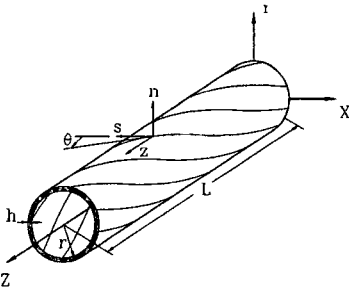


Fig.3 Circumferentially uniform system (CUS) configuration

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} [-\delta U + \delta K + \delta W] dt = 0 \quad (10)$$

$\delta U$ 와  $\delta K$ 는 각각 변형에너지와 운동에너지의 변분이다.

여기에서, 탄성에너지

$$\begin{aligned}
U &= \int_0^L \int_C [N_{zz} \epsilon_{zz}^0 + L_{zz} \epsilon_{zz}^n + N_{sz} \gamma_{sz}^0 \\
&+ N_{sz} 2 \frac{A_c}{\beta} \phi' + N_{nz} \gamma_{nz}] ds dz
\end{aligned} \quad (11)$$

운동에너지,

$$K = K_b + K_{sp} \quad (12)$$

$$K_b = \frac{1}{2} \int_0^L \int_C \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \rho h ds dz$$

$$K_{sp} = \frac{1}{2} \int_r \rho \vec{R}_{sp} \cdot \vec{R}_{sp} dr \quad (14)$$

여기에서,

$$\begin{aligned}
\vec{R}_{sp} &= [b1 + u_0(L; t)] \vec{I} + v_0(L; t) \vec{J} \\
&+ [L + w_0(L; t)] \vec{K}
\end{aligned} \quad (15)$$

work done은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
W &= \int_r \rho H_i u_i dr + \int_\Omega \tilde{\sigma}_i u_i d\Omega \\
&= \frac{1}{2} \int_0^L [P(u_o')^2 + P(v_o')^2] dz
\end{aligned} \quad (16)$$

위에서 유도한 탄성에너지식(11)과 운동에너지식(12)그리고, Work done에 의한 에너지식(16)을 식(10)의 Hamilton's principle에 대입하여 운동방정식과 경계조건식을 유도하면 다음과 같다.

### 운동방정식

중 방향 및 횡 방향 연성운동의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\delta u_0 &: a_{43} \theta_x'' + a_{44} (u_0'' + \theta_y') - h_4' \\
&= b_1 \ddot{u}_0 + P u_0'' \\
\delta v_0 &: a_{52} \theta_y'' + a_{55} (v_0'' + \theta_x') - h_5' \\
&= b_1 \ddot{v}_0 + P v_0'' \\
\delta \theta_y &: a_{22} \theta_y'' + a_{25} (v_0'' + \theta_x') - a_{44} (u_0' + \theta_y) \\
&\quad - a_{43} \theta_x' - h_2' + h_4 = (b_5 + b_{15}) \theta_y' \\
\delta \theta_x &: a_{33} \theta_x'' + a_{34} (u_0'' + \theta_y') - a_{55} (v_0' + \theta_x) \\
&\quad - a_{52} \theta_y' - h_3' + h_5 = (b_4 + b_{14}) \theta_x'
\end{aligned} \quad (17)$$

## 경계조건

$$at \ z=0; \ u_0=v_0=\theta_y=\theta_x=0$$

$$at \ z=L; \\ a_{43}\theta_x' + a_{44}(u_0' + \theta_y) + m_{sp}\ddot{u}_0 - Pu_0' - h_4=0 \\ a_{52}\theta_y' + a_{55}(v_0' + \theta_x) + m_{sp}\ddot{v}_0 - Pv_0' - h_5=0 \\ a_{22}\theta_y' + a_{25}(v_0' + \theta_x) - h_2=0 \\ a_{33}\theta_x' + a_{34}(u_0' + \theta_y) - h_3=0$$

(18)

여기에서,

$$h_2 = \oint_c (xN_1^T + \frac{dy}{ds}N_4^T) ds \\ h_3 = \oint_c (yN_1^T - \frac{dx}{ds}N_4^T) ds \\ h_4 = \oint_c (N_2^T \frac{dx}{ds}) ds \\ h_5 = \oint_c (N_2^T \frac{dy}{ds}) ds$$

(19)

3.2 Solar blanket의 운동방정식과 경계조건식의 유도

Solar blanket의 탄성에너지U와 운동에너지K는 각각 다음과 같다.

$$U = \frac{F_z}{2} \int_0^L \int_{-b_1}^{b_1} [(\frac{\partial v_{sb}}{\partial z})^2 + (\frac{\partial v_{sb}}{\partial x})^2] dz dx$$

(20)

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-b_1}^{b_1} m_{sb}(\dot{v}_{sb})^2 dx dz$$

(21)

위에서 유도한 탄성에너지식(20)과 운동에너지식(21)을 식(10)의 Hamilton's principle에 대입하여 운동방정식과 경계조건식을 유도하면 다음과 같다.

## 운동방정식

$$F_z \frac{\partial^2 v_{sb}}{\partial z^2} + F_z \frac{\partial^2 v_{sb}}{\partial x^2} = m_{sb}\ddot{v}_{sb}$$

(22)

## 경계조건

$$z=0 : v_{sb}(0, x, t) = 0$$

$$z=L : v_{sb}(L, x, t) = v_{sp}(t)$$

(23)

여기에서,

$v_{sb}$  : Solar blanket deflection

$F_z$  : Solar blanket tension force

## 4. 동적 응답

열응력에 의한 동적 응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[u_0(z, t), v_0(z, t), \theta_y(z, t), \theta_x(z, t), v_{sb}(z, x, t)] \\ = \sum_{r=1}^N [u_{0r}(z), v_{0r}(z), \theta_{yr}(z), \theta_{xr}(z), v_{sbr}(z, x)] q_r(t)$$

(24)

Orthogonality condition은 다음과 같다.

$$\int_0^L [b_1 u_{0r} u_{0s} + b_1 v_{0r} v_{0s} + (b_4 + b_{14}) \theta_{xr} \theta_{xs} \\ + (b_5 + b_{15}) \theta_{yr} \theta_{ys} + m_{sb} v_{sbr} v_{sbs} \\ + m_{sp}(u_{0r} u_{0s} + v_{0r} v_{0s}) \delta(z-L)] dz = 0, \quad (r \neq s)$$

(25)

식(24)에서 가정된 해와 식(25)에서 주어진 직교성(Orthogonality)을 이용하여 열 응답에 관한 다음의 식을 통하여 얻을 수 있다.

$$[M]\{X\} + [C]\{X\} + [K]\{X\} = \{F(t)\}$$

(26)

여기에서,  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는  $N \times N$  행렬이며,  $\{X\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}$  이다.

## 5. Thermal Flutter 해석

동적 응답의 안정도 판별은 운동방정식을 Laplace transform을 한 후 Routh-Hurwitz의 안정도 판별법을 이용하여 구할 수 있다. 감쇠를 고려하여 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\ddot{q}_r(t) + 2\zeta\omega_r \dot{q}_r(t) + \omega_r^2 q_r(t) = \frac{H_2}{H_1}$$

(27)

여기에서,

$$H_1 = \int_0^L [b_1 u_{0r}^2 + b_1 v_{0r}^2 + (b_4 + b_{14}) \theta_{xr}^2 + (b_5 + b_{15}) \theta_{yr}^2 \\ + m_{sb} v_{sbr}^2 + m_{sp}(v_{0r}^2 + u_{0r}^2) \delta(z-L)] dz \\ H_2 = \int_0^L [h_4' u_{0r} + h_3' \theta_{xr} - h_4' \theta_{yr}] dz$$

(28 a-b)

안정성을 결정하는 특성방정식  $G(s)$ 는 다음과 같다.

$$G(s) = As^3 + Bs^2 + Cs + D$$

(29)

특성방정식을 Routh-Hurwitz criterion에 적용하면 다음과 같은 안정성 판별 조건을 얻을 수 있다.

$$\eta < \frac{2\xi x^2 + 4\xi^2 x + 2\xi}{x} \quad (30)$$

$$x + x\eta > 0 \quad (31)$$

## 6. 수치해석 결과 및 고찰

본 수치해석에서 고려한 구조물의 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 2.068 \times 10^{11} \text{ N/m}^2 \\ E_2 = E_3 &= 5.171 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ G_{12} &= 3.103 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ G_{23} = G_{31} &= 2.551 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ \nu_{21} = \nu_{31} &= 0.00625 \\ \nu_{32} &= 0.25 \\ \rho &= 1528.227 \text{ kg/m}^3 \\ m_{sb} &= 1.589 \text{ kg/m}^2 \\ m_{sp} &= 1.734 \text{ kg} \end{aligned}$$

Fig.4는 Thornton의 연구 결과와 비교한 HST의 안정성 판별 그래프이다.<sup>(1)</sup> Fig.5, Fig.6은 안정성조건에 따른 복합구조물의 응답 그래프이다. Fig.5는 감쇠계수 ( $\zeta$ )가  $10^{-3}$ , heat flux의 입사각 ( $\beta$ )이  $75^\circ$ 의 경우로, 안정도 판별 그래프 (Fig.4)에서 나타나듯이 플러터가 발생함을 알 수 있다. Fig.6은 감쇠계수 ( $\zeta$ )가  $10^{-3}$ , heat flux의 입사각 ( $\beta$ )이  $15^\circ$ 의 경우로, 안정성 조건을 만족하므로, 플러터가 발생하지 않았다.

Fig.7은 Solar array의 Right/left boom이 복합재료인 경우의 안정도 판별 그래프이다. Right boom과 Left boom의 섬유각을 반대 ( $\theta / -\theta$ )로 하여 래깅의 발생을 소멸시킴으로써, 막으로 모델링한 Solar blanket의 y방향의 변위만을 고려하였다.

등방성 Boom-Solar blanket-강체로 모델링한 경우(Fig.4)에 비하여 안정도의 증가를 볼 수 있다. 이것은 복합재료 보의 섬유각을 조절함으로써 플러터의 발생을 조절할 수 있음을 의미한다. 또한, Boom의 두께(h)와 반경(R)이 일정한 상태에서 길이(L)의 변화에 따른 안정도의 변화를 고찰하였다.

Fig. 8은 보에 입사되는 Heat flux가 증가함에 따른 안정도의 변화를 나타내는 그래프이다. Heat flux의 크기가 증가함에 따라 불안정성이 증가하였다.

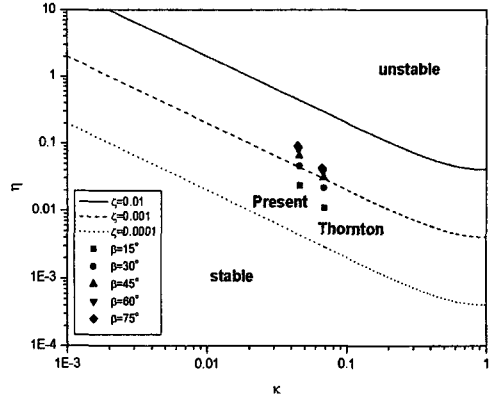


Fig.4 Stability boundaries for HST solar array (Isotropic material boom)

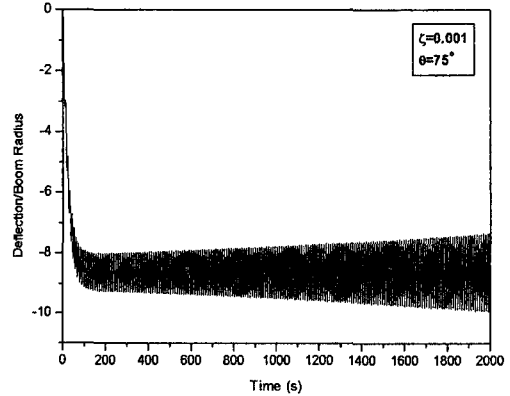


Fig.5 Unstable boom deflection for solar array from coupled thermal-structural analysis

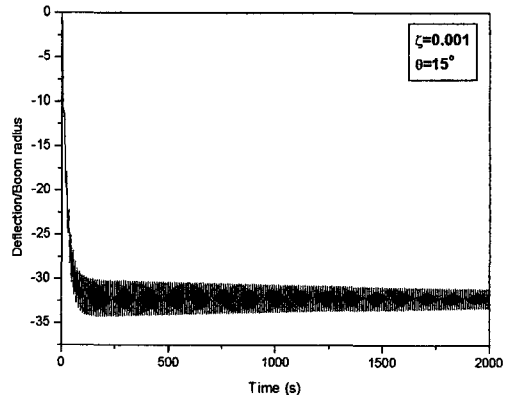


Fig.6 Stable boom deflection for solar array from coupled thermal-structural analysis

가능하므로 우주 구조물의 재료로 사용할 경우 임부 수행의 정밀도 향상이 예측된다.

## 후기

본 연구는 2000년도 항공우주연구소의 다목적 실용위성 2호 개발사업 과제의 위탁연구 과제로 수행되었으며 이에 연구를 지원하여주신 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

1. Thornton, E. A., and Yool A. Kim, "Thermally Induced Bending Vibration of a Flexible Rolled-Up Solar Array", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 30, No.4, July-August.1993.
2. Yi-Yuan Yu, "Thermally Induced Vibration and Flutter of a Flexible Boom", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.6, August.1969.
3. Seinosuke SUMI, Masahiko MUROZONO, Takayuki IMOTO and Satoru NAKAZATO, "Thermally-Induced Bending Vibration of Thin -Walled Boom with Tip Mass, Technology Reports of Kyushu University, Vol.63, No.1, January 1990.
4. Thornton, E. A., Chini, G. P., and Gulick, D. W., "Thermally Induced Vibrations of a Self-Shadowed Split-Blanket Solar Array.", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 32, No.2, Marc-April. 1995.
5. Graham, J. D., "Solar Induced Bending Vibrations of a Flexible Member," AIAA Journal, Vol. 8, No.11, pp.2031-2036.
6. Thornton, E. A., "Thermal Structures for Aerospace Applications", AIAA, Education series. pp.343-396.

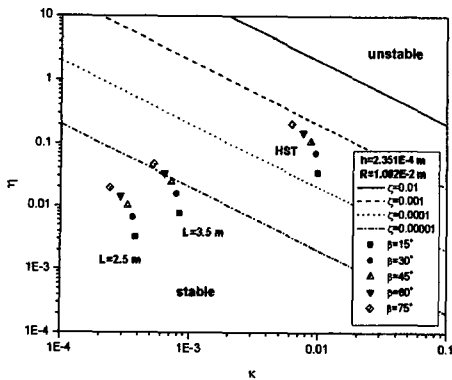


Fig.7 Stability boundaries for HST solar array  
( Composite material boom ,  $\theta = 45^\circ$  )

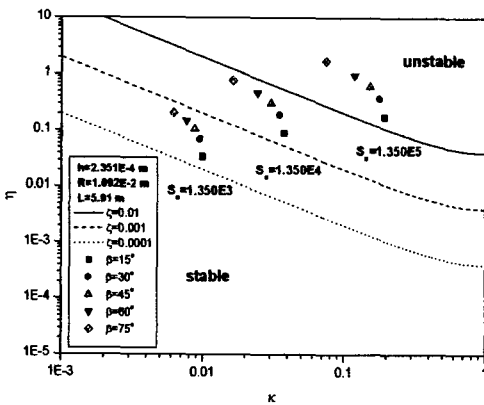


Fig.8 Stability boundaries for HST solar array  
( Composite material boom ,  $\theta = 45^\circ$  )

## 6. 결론

본 연구에서는 복합재료 보와 강체구조물 (Spreader bar) 그리고, 막(Solar blanket)의 복합 구조물의 운동방정식을 유도하고, 수치해석 기법을 통하여 각 설계 요소의 변화에 따른 열진동 특성을 연구하였다.

구조물의 변형에 의해 온도분포가 변화한다는 가정(Coupled case)에서 동적 응답 해석 및 열 플러터 해석을 통하여, 안정성 조건을 구하였다.

구조물의 길이(L) 변화와 입사되는 Heat flux ( $S_0$ )의 크기 및 입사각에 따른 안정성 조건을 도출하였다.

앞의 결과에서 알 수 있듯이 복합재료는 섬유각 ( $\theta$ )을 변화시켜서 플러터 발생의 억제가