

인장/압축 하중 하에서 FEA 를 이용한 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료의 강도예측에 관한 연구

류 근수* · 전 흥재**

Strength Prediction of Thick Composites with Fiber Waviness under Tensile/Compressive Load Using FEA

K. S. Ryu, H. -J. Chun

KEY WORDS : Composite materials, Fiber waviness, Nonlinearity behavior, Strength

ABSTRACT

Fiber waviness is one of manufacturing defects encountered frequently in thick composite structures. It affects significantly on the behavior as well as strength of thick composites. The effects of fiber waviness on tensile/compressive nonlinear elastic behavior and strength of thick composite with fiber waviness are studied theoretically and experimentally. FEA(Finite Element Analysis) models are proposed to predict tensile/compressive nonlinear behavior and strength of thick composites. In the FEA models, both material and geometric nonlinearities were incorporated into the model using energy density, iterative mapping and incremental method. Also Tsai-Wu criteria was adopted to predict the strength of thick composites with fiber waviness. Tensile and compressive tests were conducted on the specimens with uniform fiber waviness. It was observed that the degree of fiber waviness in composites significantly affected the nonlinear behavior and strength of the composites

1. 서 론

비강성 및 비강도 특성이 매우 우수한 복합재료는 구조물의 경량화를 이룰 수 있는 최적의 소재로서, 이러한 기계적 특성으로 인하여 그 응용 범위가 빠르게 확대되고 있다. 특히 섬유강화 복합재료는 섬유 배열 방향에 따라 구조물의 강성도를 조절하는 것이 용이하며, 이와같은 복합재료의 특성을 구조설계에 효율적으로 활용하여 단면의 기하학적 형상을 변화시키면 효율적인 구조물 설계가 가능하다. 그러나 높은 하중을 받는 구조재로 사용되는 두꺼운 복합재료는 얇은 복합재료와

달리, 성형과정 중에 적층판 내의 보강섬유가 굴곡을 이루는 초기결함이 발생하게 된다. 이처럼 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료는 보강 섬유 굴곡이 변형함에 따라 발생하는 기하학적 비선형 특성과, 복합재료 자체의 재료적 비선형 특성 때문에 인장/압축 시 비선형적 거동을 나타낸다. 이제까지 굴곡진 보강섬유를 가진 복합재료의 비선형 거동에 대한 연구⁽¹⁾는 많이 진행되어왔지만, 재료적 비선형 특성과 기하학적 비선형 특성을 동시에 고려하면서 굴곡진 보강섬유로 이루어진 두꺼운 복합재료의 강도를 예측하는 연구는 많지 않았다.

본 연구에서는 여러 보강섬유가 적층되어 이루어진 요소(element)를 준 동질성(quasi-homogeneous) 재료로 가정하여 적층 복합재 구조물을 해석하는 방법을 사용한 FEA 모델을 구성하였으며, 이때 인

* 연세대학교 기계공학과

** 연세대학교 기계·전자 공학부

장/압축 시 굴곡을 가진 보강섬유로 이루어진 두꺼운 복합재료의 비선형 거동을 파악하기 위하여 복합재료의 기하학적, 재료적 특성을 모두 고려하되 모델 내의 요소마다 달라지는 보강섬유의 방향 변화에 따른 강성의 변화까지도 고려하는 모델을 제시하였다. 이 모델에서는 미소요소 내의 강성을 각각 고려하기 때문에 국부적인 응력 집중 현상을 고려할 수 있으며, 변형시 보강섬유 굴곡의 변화에 따른 영향을 보다 정확하게 반영할 수 있게 되었다. 또한 굴곡비를 다르게 하여 인장, 압축시 비선형 거동과 그에 따른 파괴 강도를 예측하였다. 그리고 일정한 굴곡비를 가지는 시편을 제작하고 인장, 압축 시험을 실시하여 예측 결과와 비교하였다.

2. 비선형을 고려한 FEA Model

구조재로 쓰일 두꺼운 복합재료 제작 시 대부분의 경우 보강섬유가 굴곡을 갖게 된다. 이때, 보강섬유의 굴곡이 sine 함수의 형태로 주기적으로 반복된다고 가정하고, 보강섬유 굴곡의 형태에 따라 세가지 모델(Uniform, Graded, Localized fiber waviness model)을 구성한다.

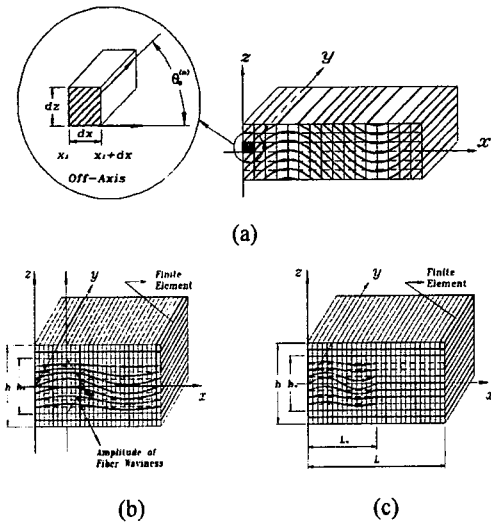


Fig. 1. Schematic drawing of representative volumes and coordinates for unidirectional composite material with fiber waviness : (a) uniform fiber waviness model, (b) graded fiber waviness model, (c) localized fiber waviness model.

Fig. 1 은 보강섬유의 굴곡이 일정한 모델을 도식적으로 나타낸 그림으로, 보강섬유의 주기방향(x-axis)과 두께방향(z-axis)으로 미소요소를 설정하고 각 미소요소의 해석을 통하여 굴곡 한 주기의

거동을 예측하게 된다. 이때, 초기 굴곡 보강섬유의 방향각은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\theta_0^{(n)} = \tan^{-1} \left[\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{2x + dx}{2} \right) \right] \quad (1)$$

또한 가해지는 하중이 증가함에 따라 변형이 진행되면서 보강섬유의 방향이 재배치된다. 이러한 보강섬유의 재배치에 따라 미소요소의 강성이 변화하는 기하학적 비선형 특성을 고려하기 위해서 보강섬유의 방향을 다음과 같이 고려한다. 특정한 미소요소 내에서 재배치되는 보강섬유의 방향은 미소요소의 절점좌표를 이용하여 구한다. Fig. 2 와 식(1)로부터 n 번째 미소요소의 변형 후 보강섬유의 비감축 방향($\theta^{(n)}$)은 다음과 같이 유도된다.

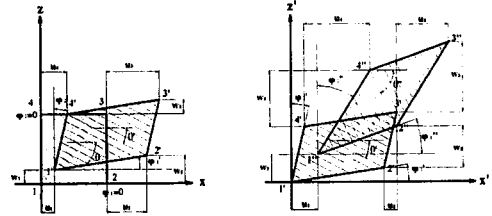


Fig. 2. Schematic drawing showing the deformation of subelement.

$$\theta^{(n)} = \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 + \tan^{-1} \left[\frac{1 + \varepsilon_z^{(n)}}{1 + \varepsilon_x^{(n)}} \tan \theta_0^{(n)} \right] \quad (2)$$

여기서 φ , ε 은 각각 미소요소의 절점좌표로 계산이 가능한 미소요소 변의 각도변화와 변형률을 의미하며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \frac{z_2' - z_1'}{x_2' - x_1'}, \quad \varphi_2 = \tan^{-1} \frac{z_3' - z_1'}{x_3' - x_1'}$$

$$\varepsilon_x^{(n)} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2} \left(\frac{u_2 - u_1}{x_2 - x_1} + \frac{u_3 - u_1}{x_3 - x_1} \right) \quad (3)$$

이렇게 해서 변형이 진행됨에 따라 변화하는 보강섬유의 방향각을 구하고, 이 방향각에 따라 비감축 강성도($[Q']$)를 순차적으로 계산하여 보강섬유의 재배치에 따른 기하학적 비선형 특성을 고려할 수 있다.

재료적 비선형성을 모델에 고려하기 위해서 에너지 밀도⁽²⁾(W)를 사용한다. 본 연구에서는 변형률의 4 차항까지 사용하였다

$$\begin{aligned}
W = & \frac{1}{2}C_{11}\epsilon_{11}^2 + \frac{1}{2}C_{22}\epsilon_{22}^2 + \frac{1}{2}C_{33}\epsilon_{33}^2 \\
& + \frac{1}{2}C_{44}\gamma_{23}^2 + \frac{1}{2}C_{55}\gamma_{13}^2 + \frac{1}{2}C_{66}\gamma_{12}^2 \\
& + C_{12}\epsilon_{11}\epsilon_{22} + C_{13}\epsilon_{11}\epsilon_{33} + C_{23}\epsilon_{22}\epsilon_{33} \\
& + \frac{1}{3}C_{111}\epsilon_{11}^3 + \frac{1}{3}C_{222}\epsilon_{22}^3 + \frac{1}{3}C_{333}\epsilon_{33}^3 \\
& + \frac{1}{4}C_{1111}\epsilon_{11}^4 + \frac{1}{4}C_{2222}\epsilon_{22}^4 + \frac{1}{4}C_{3333}\epsilon_{33}^4 \\
& + \frac{1}{4}C_{4444}\gamma_{23}^4 + \frac{1}{4}C_{5555}\gamma_{13}^4 + \frac{1}{4}C_{6666}\gamma_{12}^4
\end{aligned} \quad (4)$$

변형률 - 응력 관계는 위 식(4)의 에너지 밀도로 부터 관계식 $\sigma_y = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_y}$ 을 이용하여 복합재료의 재료적 비선형 특성을 고려한 강성 행렬로 다음과 같이 표현된다⁽³⁾.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^* & C_{12}^* & C_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^* & C_{22}^* & C_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^* & C_{23}^* & C_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
C_{11}^* &= C_{11} + C_{111}\epsilon_{11} + C_{1111}\epsilon_{11}^2 \\
C_{22}^* &= C_{22} + C_{222}\epsilon_{22} + C_{2222}\epsilon_{22}^2 \\
C_{33}^* &= C_{33} + C_{333}\epsilon_{33} + C_{3333}\epsilon_{33}^2 \\
C_{44}^* &= C_{44} + C_{4444}\gamma_{23}^2 \\
C_{55}^* &= C_{55} + C_{5555}\gamma_{13}^2 \\
C_{66}^* &= C_{66} + C_{6666}\gamma_{12}^2 \\
C_{12}^* &= C_{12}, C_{13}^* = C_{13}, C_{23}^* = C_{23}
\end{aligned} \quad (5)$$

x - y 평면에 대해 평면응력 상태로 가정한다면, 정축 변형률과 비감축 변형률간의 관계는 변환행렬을 이용하여 나타낼 수 있고, 비감축 강성행렬 또한 에너지 밀도의 계수(정축 강성행렬) 및 앞서 구한 보강섬유의 방향각을 이용한 변환행렬로 나타낼 수 있다. 하중이 증가함에 따라 변화하는 미소요소의 모양은 사상을 반복함으로써 보완이 가능하고, 강성행렬 내의 변형률 항을 이루는 절점 변위와 변위 벡터내의 절점 변위를 동시에 구하기 위해서 Newton-Raphson 법을 사용한다. 이렇게 반복 사상과 순차적 해석방법을 반복하여 굴곡진 보강섬유로 이루어진 두꺼운 복합재료의 거동 및 응력 분포를 해석할 수 있다.

3. 강도 예측

Gol'denblat 와 Kopnov 가 강도 텐서(tensor)를 이용하여 이방성 재료의 강도 예측 기준을 처음 제시한 이후, Tsai 와 Wu 는 응력 공간(stress space)에 파괴 표면이 존재한다는 가정 하에 평면 응력 상태에서 다음과 같은 다항 파괴 기준(polynomial failure criteria) 이론⁽⁴⁾을 제안하였다.

$$\begin{aligned}
f_1\sigma_1 + f_3\sigma_3 + f_{11}\sigma_1^2 + f_{33}\sigma_3^2 + f_{55}\tau_5^2 + 2f_{13}\sigma_1\sigma_3 &= 1 \\
f_1 &= \frac{1}{F_u} - \frac{1}{F_{1c}}, \quad f_{11} = \frac{1}{F_u F_{1c}}, \quad f_3 = \frac{1}{F_{3t}} - \frac{1}{F_{3c}}, \\
f_{33} &= \frac{1}{F_{3t} F_{3c}}, \quad f_{55} = \frac{1}{F_s^2}, \quad f_{13} \cong -\frac{1}{2}(f_{11}f_{33})^{1/2}
\end{aligned} \quad (6)$$

앞서의 FEA 방법으로 각각의 미소요소의 정축 응력을 계산하고 이 정축 응력과 인장/압축 강도로 구성되는 파괴 기준식에 대입하여 1 이 되면 파괴가 일어난다고 가정한다. 섬유강화 복합재료 보의 두께방향으로 파괴가 일어날 때의 강도를 다음과 같은 순서도에 의해 예측한다.

4. 결과 및 토의

먼저 일정한 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료 시편을 제작하여 다음과 같은 물성치를 얻었다.

Table 1. Stiffnesses of DMS 2224 composite material

Stiffness (GPa)	Value	Stiffness (GPa)	Value
C_{11}	122.45	C_{11c}	124.30
C_{111}	522.2	C_{111c}	228.5
C_{1111}	-7896.0	C_{1111c}	-30520
$C_{33t} (C_{22t})$	10.755	$C_{33c} (C_{22c})$	10.814
$C_{333t} (C_{222t})$	-122.1	$C_{333c} (C_{222c})$	113.9
$C_{3333t} (C_{2222t})$	-10390	$C_{3333c} (C_{2222c})$	-1775.0
$C_{13t} (C_{12t})$	4.2728	$C_{13c} (C_{12c})$	4.4150
C_{23t}	4.1799	C_{23c}	4.2086
$C_{66t} (C_{55t})$	4.7281	$C_{66c} (C_{55c})$	4.3592
$C_{6666t} (C_{555t})$	-3528.0	$C_{6666c} (C_{555c})$	-3328.0

Table 2. Strength of DMS 2224 composite material

Strength (Mpa)	Values
Longitudinal Tensile Strength, F_{1t}	1750
Longitudinal Compressive Strength, F_{1c}	1005
Transverse Tensile Strength, F_{3t}	83.5
Transverse Compressive Strength, F_{3c}	160
In-Plane Shear Strength, F_5	78.0

본 연구에서는 인장/압축 하중 조건 하에서의 여러 형태로 굴곡진 보강섬유를 가진 복합재료의 비선형 거동과 강도에 미치는 보강섬유의 굴곡비의 영향을 검토하기 위한 유한요소해석모델을 제시하고, 실험을 통해 얻은 계수를 이용하여 재료적 비선형성 및 보강섬유의 기울기가 거동 중 변화하는 기하학적 비선형성을 동시에 고려하여 인장/압축 거동과 강도를 예측, 시험결과와 비교하였다.

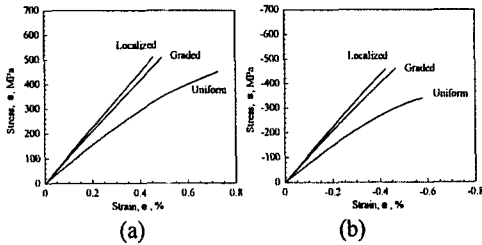


Fig. 4 Predicted stress-strain curves for three types of fiber waviness model ($a/\lambda=0.034$, $V_{cl}=1.0$ for graded fiber waviness model, $V_{cl}=1.0$ and $V_{cl}=0.5$ for localized fiber waviness model) : (a) tension, (b) compression.

Fig. 4 는 세가지 보강섬유의 굴곡형태에 따른 응력-변형을 곡선을 나타낸다. 이 그림에서 굴곡의 형태가 두꺼운 복합재료의 비선형 거동에 영향을 끼치는 것을 알 수 있다. 굴곡의 존재비율이 가장 큰 uniform fiber waviness model의 경우 가장 심한 강성의 저하, 강도 감소 및 비선형성의 증가를 보이고있다.

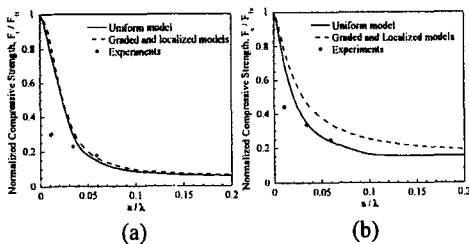


Fig. 5 Predicted strength for three types of fiber waviness model as a function of fiber waviness ratio and experimentally obtained strength of uniform fiber waviness model with various fiber waviness ratios ($a/\lambda=0.034$, $V_{cl}=1.0$ for graded fiber waviness model, $V_{cl}=1.0$ and $V_{cl}=0.5$ for localized fiber waviness model) : (a) tension, (b) compression.

Tsai-Wu 의 다항 파괴 기준 이론에 의하면, 인장/압축의 경우 처음 파괴를 일으키는 주요 응력 성

분이 정축 전단 응력임을 알 수 있었다. 그러나 보강섬유의 굴곡이 감소함에 따라 파괴에 대한 정축 전단 응력 효과는 점차 감소하고 축방향 응력 영향이 증가함을 알 수 있다. 이는 상대적으로 전단응력에 취약한 복합재료의 특징에 의해 보강섬유의 굴곡이 복합재료의 강도에 매우 큰 영향을 미친다고 볼 수 있다.

Fig. 5 에서 굴곡비가 증가할수록 강도는 급격히 감소하는 것을 알 수 있는데, 특히 uniform fiber waviness model의 경우 다른 경우보다 더 급한 강도의 감소를 보인다. 이는 보강섬유 굴곡의 존재 비율이 다른 모델에 비해 가장 크기 때문으로 풀이된다. 그리고 압축 하중 하에서의 강도저하가 인장 하중 하에서 보다 급격히 일어나는데 이는 인장하중 하에서는 굴곡의 정도가 완화되고, 압축 하중 하에서는 변형으로 인하여 굴곡의 정도가 심화되기 때문으로 볼 수 있다. 즉 압축 변형에 의해 보강섬유의 굴곡이 증가함에 따라 비균축 상태인 보강섬유의 기울기가 더 커지게 되고 이로 인한 정축 전단응력의 영향이 증가하는 것으로 해석된다. 또한 굴곡비가 0.01 까지 증가하는 동안 강도가 급격히 감소하는 것은 그 구간에서 파괴의 주된 요인이 축응력에서 정축 전단응력으로 바뀐을 나타낸다. 그리고, 굴곡비가 0.04 이상 증가할 시 강도의 감소율이 작아짐을 알 수 있다. 이는 보강섬유의 굴곡비가 일정값 이상이 되면 굴곡비가 강도에 미치는 영향이 작아짐을 의미한다

후 기

이 논문은 두뇌한국 21 사업의 지원으로 이루어진 것으로, 이에 관계자 여러분들께 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Petit, P. H. and Waddoups, M. E., "A Method of Predicting the Nonlinear Behavior of Laminated Composites", Journal of Composite Materials, Vol. 7, 1973, pp. 102-118.
- (2) Green, A. E., Adkins, J. E., "Large Elastic De-formations", Oxford University Press, 1970.
- (3) Hahn, H. T. and Tsai, S. W., 1973, J. of Comp. Mat., Vol. 7, pp. 102-118.
- (4) Tsai, S. W. and Wu, E. M., "A General Theory of strength for Anisotropic Materials", Journal of Composite Materials, Vol. 7, 1973, pp. 102-118.
- (5) 최창근, 1989, 유한요소해석, 집문당.