

반응면 기법을 이용한 적층복합재료판의 신뢰성해석

방제성* · 김용협**

Reliability Analysis of laminated Composite Panel using Response Surface Method

J.S. Bang , Y.H. Kim

Key Words : AFOSM, Monte-Carlo Method, RSM, MPFP, First-ply failure load, Tsai-Wu criterion

Abstract

Response surface method is applied to evaluate the reliability of laminated composite panels. Since the linear and nonlinear first-ply failure load are computed using deterministic finite element analysis, new probabilistic finite element analysis is not necessary. Tsai-Wu criterion is used to construct the limit state surface. Material properties, layer thickness and lamina strengths of laminated composite panel are treated as random design variables. Feasibility and accuracy of current method is validated using Monte-Carlo method which perform thousand times of finite element analysis directly.

1. 서 론

적층복합재료 구조물은 비강성비 및 비강도비가 우수하고 설계변수들을 조정할 수 있기 때문에 항공기, 잠수함, 자동차 등의 경량화가 요구되는 부품에 쓰이고 있다. 하지만 성형 과정에서 많은 임의성(randomness)과 불확실성(uncertainty)을 내포하고 있고, 운용상의 높은 안전성이 요구되므로 설계단계에서의 복합재료 구조물의 신뢰성 해석은 중요한 연구 주제가 되어 왔다.

Sun[1]과 Cederbaum[2]은 면내하중하에 강도를 불확실변수로 하여 파괴확률을 산출하였으며, Engelstad[3]와 Kam[4]은 횡하중하에 확률유한요소법을 이용하여 복합재료판의 신뢰성 해석을 수행하였다. Lin[5][6][7] 또한 확률유한요소법을 이용하여 좌굴 및 초기파단하중(first-ply failure load)에 대한 신뢰성 해석을 수행하였다. 하지만 이러한 확률유한요소법은 파괴양식이 복

잡한 경우 일계이차모멘트법(AFOSM)에서 사용하는 한계상태식의 미분값을 얻기가 어려우며, 해석하고자 하는 문제마다 전체 유한요소 정식화를 다시 해야하는 어려움이 있다. 대신에 기존의 확정론적(deterministic)유한요소해석 프로그램에 Monte-Carlo 방법을 적용하는 방법도 있으나 해석대상의 문제의 크기가 큰 경우 현실적으로 적용하기는 불가능하다.

본 연구에서는 기존의 확정론적 유한요소프로그램이나 상용프로그램을 이용하여 신뢰성 해석을 하는 방안으로 반응면 기법을 도입하였다. 불확실 설계변수의 수에 따른 몇 번의 유한요소해석과 반응면기법을 이용하여 한계상태면을 근사하고 이를 AFOSM이나 Monte-carlo방법에 사용하여 신뢰성 해석을 수행하였다. 이러한 방법을 복합재료판의 초기파단하중 문제에 적용해 보았으며, 본 방법의 타당성을 검증하기 위하여 많은 수의 유한요소 프로그램을 직접 수행한 Monte-Carlo 방법과 비교하였다.

* 서울대학교 기계항공공학부

** 서울대학교 기계항공공학부

2. 신뢰성 해석

신뢰성 해석은 구조물이 갖는 통계적 특성을 적용하여 정량적인 파괴확률을 산정하므로써 기존에 사용하던 안전계수를 좀 더 합리적으로 결정할 수 있다.

이를 위하여 식(1)과 같은 한계상태면을 정의하여야 하며 이는 불확실 설계변수들로 이루어진 식으로 구성할 수 있다.

$$Z = R - L = g(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1)$$

이 때 이 한계상태면이 0보다 작은 경우가 파괴가 일어나는 경우이다. 파괴 확률은 식(2)을 이용하여 구할 수 있으나 대부분의 경우 직접 적분을 이용하여 구하기 힘들기 때문에 Monte-Carlo 방법이나 AFOSM 방법이 쓰이고 있다.

$$P_f = \int \dots \int_{g(x) < 0} f_x(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots dx_N \quad (2)$$

여기서 f_x 는 결합확률밀도함수를 나타낸다.

Monte-Carlo 방법은 이러한 결합확률밀도함수를 이용하여 각 확률변수의 분포특성이 반영된 난수를 추출한 뒤 충분한 수의 표본집단을 생성하여 한계상태면에 적용하는 방법이다.

AFOSM은 Hasofer[8]에 의해 제안되고 Rackwitz[9]에 의해 비정규분포확률변수에 적용할 수 있도록 확장된 방법이다. 서로 통계적으로 독립인 정규분포확률변수 X_i 대신에 선형변환을 이용하여 식(3)과 같은 표준정규분포확률변수 U_i 를 사용한다.

$$U_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (3)$$

여기서 μ_i 와 σ_i 는 X_i 의 평균과 표준편차이다. 그림1과 같이 최적화 방법을 이용하여 구하게 되는 한계상태면 상의 점인 MPFP는 원점에서 한계상태면까지의 최단거리에 해당하는 점으로 이 거리가 신뢰도지수(reliability index) β 이고 식(4)를 이용하면 파괴확률을 구할 수 있다.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (4)$$

3. 반응면기법

반응면기법은 설계변수에 대해 내재적

(implicit)인 한계상태면을 외연적(explicit)인 다항식으로 근사하는 방법으로 본 연구에서는 식(5)와 같은 연성항이 없는 이차 다항식으로 근사하였다.

$$\hat{g}(x) = b_0 + \sum_{i=1}^N b_i x_i + \sum_{i=1}^N b_{ii} x_i^2 \quad (5)$$

그림2는 설계변수가 3개인 경우 계수를 구하기 위한 표본점을 나타낸 것으로서 중심점과 각 축으로 $\pm 2\sigma$ 만큼 떨어진 점들이다.

보다 정확한 한계상태면을 근사하기 위하여 Bucher[10]가 제안한 중심점을 이동하여 반복근사하는 방법을 사용하였다.

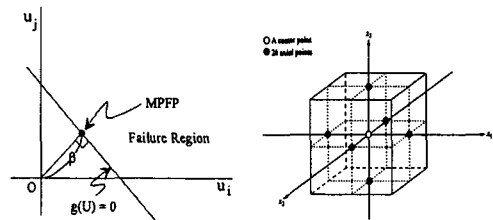


그림1 MPFP

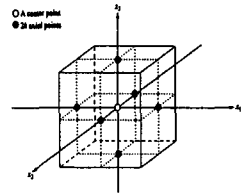


그림2 RSM

위의 방법들을 이용한 전체적인 수행과정은 그림 3과 같다.

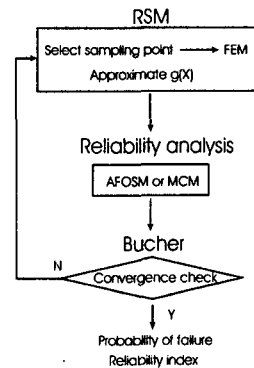


그림 3 수행과정

4. 선형 초기파단하중에 대한 신뢰성 해석

본 연구에서 재료의 강성성분, 플라이의 두께, 강도를 불확실 설계변수로 정하였으며, 평균과 표준편차는 표1과 같다. 이는 ASTM표준(1990)에 의한 값이며, 각 확률설계변수가 정규분포이고

통계적으로 서로 독립이라고 가정하였다.

RV	mean	COV(%)	RV	mean	COV(%)
E_1	$19.2 \times 10^6 \text{ psi}$	3.6	X_T	$219.5 \times 10^6 \text{ psi}$	2.2
$E_2 = E_3$	$1.56 \times 10^6 \text{ psi}$	4.3	X_C	$246.0 \times 10^6 \text{ psi}$	2.2
G_{12}	$0.82 \times 10^6 \text{ psi}$	5.5	Y_T	$6.35 \times 10^6 \text{ psi}$	4.2
G_{13}	$0.82 \times 10^6 \text{ psi}$	5.5	Y_C	$6.35 \times 10^6 \text{ psi}$	6.2
G_{23}	$0.49 \times 10^6 \text{ psi}$	5.5	R	$9.8 \times 10^6 \text{ psi}$	5.9
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.24	5.9	S	$12.6 \times 10^6 \text{ psi}$	5.9
h_i	0.005	1.5	T	$12.6 \times 10^6 \text{ psi}$	5.9

표1 statistics of random variables

해석대상은 antisymmetric, symmetric angleply, symmetric crossply 인 3가지 경우를 수행하였으며, 해석프로그램은 표2와 같이 검증되었다.

확정론적인 값과 조건은 표3와 같다.

식(6)과 같은 Tsai-Wu 판정식을 사용하여 구한 강도비 λ_p 를 이용하여 식(7)과 같이 한계상태면을 정의하였으며, 다시 반응면기법을 이용하여 근사하였다.

$$\lambda_p^2 F_{ij} \sigma_i \sigma_j + \lambda_p F_i \sigma_i - 1 = 0 \quad (6)$$

$$\hat{g}(X) = \lambda_p - 1 = f_n(E_1, E_2, G_{12}, \dots, S, T) \quad (7)$$

	lay-up	current	reddy[11]
case1	$[-45/45/-45/45]_T$	39386.55	39354.8
case2	$[45/0/-45/0/-45/0/45/0]_T$	1741.525	1741.8
case3	$[0/90/90/0]_T$	19047.21	19050.9

표2 deterministic first-ply failure load

$$F/E_2 (a/h)^4$$

$L_x = 9.0m$
$L_y = 5.0m$
18-node assumed strain solid element
full model(9x5 mesh) for case1,2
quarter model(6x3 mesh) for case3
all clamped B.C
uniformed distributed load

표3 deterministic condition

3번 반복근사된 한계상태면을 이용한 AFOSM이나 Monte-Carlo방법에서 얻은 신뢰도값은 그림4,5,6와 같고 직접 1000번 유한요소프로그램을 수행하는 Monte-Carlo방법과 비교하였다. 선형초기파단

하중 문제의 경우 그림10과 같이 MPPF근처에서 한계상태면의 곡률이 크기 때문에 일차로 근사하여 신뢰도지수를 얻는 AFOSM방법은 신뢰도를 높게 평가하게 된다.

하지만 근사된 한계상태면과 Monte-Carlo방법을 이용한 경우 직접 유한요소프로그램을 1000번 수행하는 Monte-Carlo방법과 거의 같은 신뢰도를 얻을 수 있다.

5. 비선형 초기파단하중에 대한 신뢰성해석

적층복합재료판의 길이대 두께비가 큰 경우 초기파단이 일어나기까지 기하비선형 거동을 하게 된다. 따라서 이를 고려한 신뢰성해석이 좀 더 실험값에 가깝다고 할 수 있다.

확률유한요소법의 경우 한계상태면의 미분값을 얻기 위해 다시 유한요소정식화를 해야 하나, 현 방법에서는 확정론적 비선형유한요소프로그램을 이용하여 한계상태면을 근사하기만 하면 된다.

각 경우의 결과는 그림7,8,9와 같다. 선형의 경우와 달리 AFOSM이나 Monte-Carlo방법이 직접 유한요소프로그램을 1000번 수행하는 Monte-Carlo방법과 거의 같은 신뢰도를 얻을 수 있다. 이는 비선형초기파단하중 문제의 경우 MPPF근처에서 한계상태면의 곡률이 크지 않기 때문이다.

따라서 선형인 경우와 비선형인 경우의 한계상태는 다른 것을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서 반응면기법을 이용하여 한계상태면을 근사하므로써 기존의 확정론적 유한요소프로그램이나 상용프로그램을 이용하여 복합재료 초기파단하중에 대한 신뢰성해석을 수행할 수 있었다. Tsai-Wu 판정식을 한계상태면에 적용한 결과, 선형일 경우 한계상태면의 곡률이 커 AFOSM방법은 부적절함을 알 수 있었다. 하지만 근사된 한계상태면을 Monte-Carlo방법에 사용함으로써 많은 횟수의 유한요소프로그램 수행을 대신할 수 있었다.

따라서 반응면기법은 많은 계산시간이 요구되거나 문제의 복잡도가 큰 실제의 거대구조물이나

동역학, 층돌접촉문제의 신뢰성해석에서 많은 이 점을 가질 수 있다.

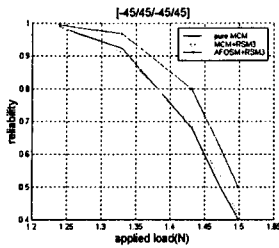


그림4 linear & case 1

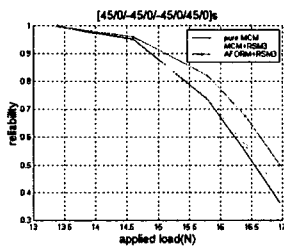


그림5 linear & case 2

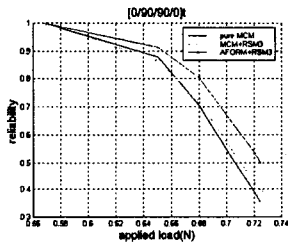


그림 6 linear & case 3

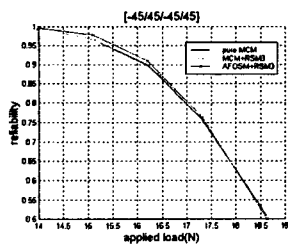


그림 7 nonlinear & case 1

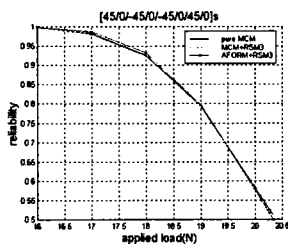


그림 8 nonlinear & case 2

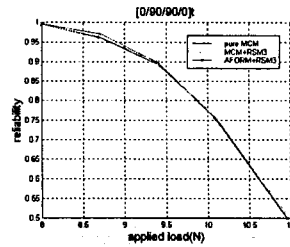


그림 9 nonlinear & case 3

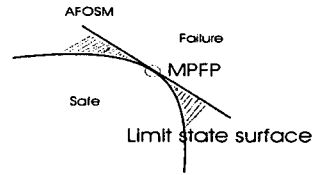


그림 10 한계상태면의 곡률이 큰 경우 AFOSM이 파괴영역으로 인식하지 못하는 부분

참고문헌

- [1] C.T.Sun , S.E.Yamada , " Strength distribution of a unidirectional fiber composite " , J. Composite Material 1978 ; 12 : 169-76
- [2] G.Cederbaum , I.Elishakoff , L.Librescu , " Reliability of laminated plates via the first-order second moment method " , J. Composite Material 1990 ; 15 : 161-7
- [3] S.P.Engelstad , Reddy J.N , " Probabilistic nonlinear finite element analysis of composite structures " AIAA J 1993 ; 31(2) ; 362-9
- [4] T.Y.Kam , S.C.LIN , K.M.Hsiao , " Reliability analysis of nonlinear laminated composite plate structures " , J. Composite Structure 1993 ; 25 ; 503-10
- [5] S.C.Lin , " Evaluation of buckling and first-ply failure probabilities of composite laminates " , Int. J. Solids Structures 1998 ; 35 ; 1395-1410
- [6] S.C.Lin , " Buckling failure analysis of random composite laminates subjected to random loads " , Int. J. Solids Structures 2000 ; 37 ; 7563-7576
- [7] S.C.Lin , " Reliability predictions of laminated composite plates with random system parameters " , probabilistic Engineering mechanics 2000 ; 15 ; 327-338
- [8] A.M.Hasofer , N.C.Lind , " Exact nad invariant second-moment code format " , ASCE J of the Engineering Mechanics Division, 1974 Feb ; 100 (NO.EM1) ; 111-21
- [9] R.Rackwitz , B.Fiessler , " Structural Reliability under combined random load sequences " , Computers and Structures , 1978 ; 9(5) : 489-94
- [10] C.G.Bucher , U.Bourgund , " Efficient use of reponse surface methods " , Institute of Engineering Mechanics , 1987 , report No 9-87 , University if Innsbruck , Austria
- [11] Y.S.N.Reddy , J.N.Reddy , "Linear and nonlinear failure analysis of composite laminates with transverse shear " , Composite Science and Technology , 1992 ; 44 ; 227-55