

박판보 구조물의 신뢰성 최적 설계에 관한 연구

이선병, 임홍재**, 백설*

A Study on Reliability Based Design Optimization For Thin Walled Beam Structures

Sun Byung Lee, Hong Jae Yim, Serl Baik

ABSTRACT

In this research, reliability based optimum design is presented for the thin walled beam structures. Deterministic and stochastic optimum design are compared for the thin walled beam structures. Monte Carlo simulation is used for stochastic optimum design with consideration of probabilistic distribution of representative section properties of the thin walled beams with the Response Surface Method.

1. 서 론

자동차 회사를 비롯하여 수많은 제조업체들이 설계 초기 단계에서 생산 단계에 이르기까지 제품의 신뢰성 측면에 대해 많은 연구를 하고 있다. 특히 신뢰성 자체가 제품의 성능에 직접적인 영향을 주며 품질 및 생산비용에 큰 영향을 미치므로 설계 초기 단계에서 신뢰성(reliability)을 고려하는 것이 필요하다.

본 연구에서는 설계 초기 단계에서 신뢰성을 고려한 박판보(thin walled beam) 구조물의 최적 설계에 대해 연구하였다.

확정론적 방법을 통한 최적 설계 방법은 통계학적 최적 설계 방법보다 덜 복잡하고 빠르게 수렴

하는 장점이 있는 반면 설계 변수나 시스템 파라미터(system parameter)에 존재할 수 있는 불확정성으로 인해 발생할 수 있는 목적함수나 구속 조건의 변동을 고려하지 못하는 단점으로 인해 최적 설계 결과에 대한 신뢰성 및 적용성이 다소 떨어질 수 있다. 즉 통계학적 최적 설계 방법은 설계 변수와 시스템 파라미터의 변동이 목적함수와 제한 조건에 미치는 영향을 고려한다는 점에서 확정론적 최적 설계와 차이가 있다. 최적 설계에 사용되는 설계 변수는 확정적 변수(deterministic variable)가 아닌 불확정성을 포함하는 확률 변수(random variable)로서 생산되는 모든 제품의 성능이 설계자가 예측한 시스템의 응답 특성이 아닐 확률적 분포(probabilistic distribution)를 가지고 있다는 것이다. 설계 변수의 변동은 제품의 생산 과정과 작업 환경으로 인해 치수나 형상에 생기는 모델 파라미터 변동과 재료 물성치의 변동 및 하중이나 구속조건에 따르는 경계 조건의 변화 등을 들 수 있다.

* 국민대학교 자동차공학전공대학원

** 국민대학교 기계·자동차공학부 부교수

공학 문제에서 일반적으로 사용되고 있는 안전 계수(safety factor)는 사실상 이러한 불확정성을 대표한 값으로 신뢰성을 고려한 설계를 대신해서 실제 공학 문제에 반영하고 있다고 할 수 있다. 그러나 각 부품의 정밀도 및 허용 공차를 주는 데 있어 시스템에 대해 안전계수를 사용하는 방법은 각각의 설계 변수가 성능에 미치는 영향을 전반적으로 고려하지 않을 뿐만 아니라 제품의 적정 설계 측면에 있어서도 비효율적인 방법이 될 수 있다. 특히 전체 설계 변수 중에 시스템에 가장 많은 영향을 주는 설계 변수, 즉 설계 민감도가 큰 부분은 설계 시에 반드시 고려해야 하며 생산 부문에 있어서도 중요하게 다루어야 할 부분이다. 이와 같이 성능평가 함수에 크게 영향을 미치는 부분은 신뢰성을 고려하여 설계하는 것이 바람직하다.

Crawford와 Rao^[1]는 몬테 카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation)을 이용하여 사절 함수 발생 기구의 신뢰성에 대한 평가를 수행하였으며 Bhatti와 Rao는 로봇 암의 신뢰성 해석에 관한 연구를 하였다. Cornell은 Mean Value First-Order Second Moment Reliability Method(MVFO)에 대해 연구하였다. 하지만 이 방법에서 가정한 평균값의 분포가 항상 파괴면(failure surface)에 존재하지 않는다는 점에 문제가 있으며 이후에 Hasofer와 Lind는 H-L 신뢰성 지수(H-L Reliability Index)라는 새로운 지수를 정의했고 Belegundu^[2]는 H-L의 FOSM(First Order Second Moment method)를 사용하여 확률 구속 조건을 정식화하였다.

본 연구에서는 차체 B.I.W.(Body In White) 모델의 확정론적 최적 설계를 위해 해석 프로그램으로는 MSC/NASTRAN을 사용하였으며 신뢰성을 고려한 최적 설계 해석을 위한 최적화 프로그램은 DOT^[3]를 사용하였다. 박판보 구조물의 단면 해석을 위해서는 SECOPT(SECTION OPTimizer)^[4]을 사용하여 단면적 및 관성 모멘트, 비틀림 상수와 같은 단면 계수들(section properties)에 대한 해석을 수행하였다.

2. 확률·통계 이론 및 신뢰성 적용

기계 구조물 및 차체를 구성하는 필라와 같은 박판보 구조물의 신뢰도는 시스템이 원하는 성능에 얼마나 만족하는지를 나타내는 성능지수로 나

타낼 수 있으며 요구하는 설계 영역을 만족할 확률로서 표현된다. 이러한 신뢰성을 평가하기 위해서는 여러 가지 방법을 적용할 수 있다.

본 연구에서는 신뢰성을 평가하고자 하는 대상에 대한 성능함수를 찾아서 성능함수에 대해 신뢰성을 평가하는 해석적 방법을 사용하였다.

불확정성을 포함하는 기계 구조물 및 차체 필라 단면의 해석적 방법을 통한 신뢰도 평가를 위해서는 위에서 언급했듯이 성능에 대해 평가할 수 있는 함수가 존재해야 한다. 이를 성능 평가 함수(limit state function) $g(z)$ 라고 정의하면 여기서 z 는 확률 변수를 의미한다. $g(z) = 0$ 인 구간이 존재하게 되는데 이는 실패 영역(failure region)과 안전 영역(safe region)으로 나누어지는 제한 영역(limit state)을 의미한다. 실패할 확률을 $g(z) \geq 0$ 영역으로 정의한다면 안전 영역 안에 들어 올 확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.^{[5][6]}

$$P_f = P\{g(z) \leq 0\} = \int_{\Omega} f_z(z) dz \quad (1)$$

여기에서 Ω 는 실패 적분 영역을 의미하며 $f_z(z)$ 는 상관 확률 밀도 함수(joint probability density function)를 나타내고 있다. 그러나 실제 해석적 방법을 통한 공학적 문제의 신뢰성 평가에서는 식 (1)의 상관 확률 밀도 함수에 대해 정확히 알고 있지 못하므로 성능 평가 함수를 1차 또는 2차로 근사하여 신뢰성을 평가하는 해석적인 방법을 사용하고 있다. 이러한 근사적 해석을 위해서 Rackwitz와 Fissler에 의하면 성능 평가 함수인 $g(z)$ 는 테일러 급수 전개(Taylor's series expansion)를 통해 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} g(z) &= g(\mu) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_i} \right) \cdot (z_i - \mu_i) + H(z) \\ &= a_0 + \sum_{i=1}^n a_i z_i + H(z) = g_1(z) + H(z) \end{aligned} \quad (2)$$

위의 식 (2)로부터 성능 평가 함수의 평균값과 분산값은

$$\begin{aligned} \mu_g &\approx a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot \mu_z \\ \sigma_g^2 &\approx \sum_{i=1}^n a_i^2 \cdot \sigma_z^2 \end{aligned} \quad (3)$$

으로 정의되며 식 (3)으로부터 구한 평균과 분산을 이용해서 신뢰성 지수 β (reliability index)를

구할 수 있다.

$$\beta = \frac{g(\mu_z)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_i}\right)^2 (\sigma_{z_i})^2}} = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (4)$$

Fig. 1은 실패 영역에서의 MPP(Most Probable Point) 탐색과 MPP 실패 함수의 근사화를 1차식으로 가정한 FORM(First-Order Reliability Method)에 대해 보여주고 있다. 실패 영역에서의 주요 곡선이 크지 않다면 정확하게 근사화를 할 수 있으며 실패 함수의 1계 유도만으로도 충분하다.

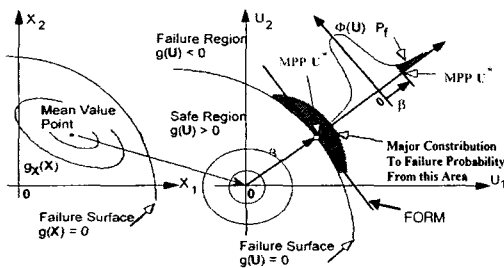


Fig. 1 First Order Reliability Method

본 연구에서는 신뢰성 평가를 위한 해석적 방법은 FORM과 성능 평가 함수에 대해 효과적으로 민감도 해석을 수행하는 MVFO(Mean Value First-Order Second-Moment)를 결합한 방법을 사용하여 신뢰성을 고려한 박판보 구조물의 최적 설계에 적용하였다.

2.1 확정론적 최적 설계 방법에 신뢰성 적용

박판보 구조물로 구성된 B.I.W. 모델의 확정론적 최적 설계 방법에 대해 수식을 전개를 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F(d) \\ & \text{Subject to } G_j(d) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots \\ & \quad \quad H_k(d) = 0 \quad k = 1, 2, \dots \\ & \quad \quad (d_i)^L < d_i < (d_i)^U \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서 $F(d)$ 는 목적함수, $G_j(d)$ 는 부등호 구속 조건(inequality constraint), $H_k(d)$ 는 등호 구속 조건(equality constraint)이며 d_i 는 설계변수이고 $(d_i)^L$ 및 $(d_i)^U$ 는 설계변수가 가지는 최소, 최대값을 나타내는 주변 구속 조건으로 정의된다. 차체와 같은 구조물에서는 목적함수인 무게를 최

소화하고 1차 비틀림 모드와 1차 굽힘 모드의 구속 조건을 만족하는 범위 내에서 단면적, 관성 모멘트, 비틀림 상수와 같은 박판보의 대표적 단면 계수들을 설계 변수인 단면의 두께와 스케일 벡터에 대해 반응 표면법(response surface method)을 사용하여 근사적으로 수식화하여 차체의 진동 및 강성 특성을 고려한 최적 설계 방법을 사용하였다.^[7]

위에서 언급한 방법으로 확정론적 최적 설계를 수행하면 설계 변수인 단면의 두께와 스케일 벡터에 대해 최적값을 찾을 수 있다. 여기에서 최적값에 만족하는 단면계수의 값들을 박판보 단면의 최적 설계에 대한 구속 조건으로 하여 확정론적 최적 설계 및 신뢰성을 고려한 최적 설계를 다시 수행할 수 있으며 박판보 구조물의 단면에 대한 확정론적 최적 설계에서는 단면적을 목적 함수로, 강성값을 대표하는 관성 모멘트와 비틀림 상수를 구속조건으로 하여 설계 변수인 단면의 두께와 기하학적 형상에 대해 최적값을 찾아내었다.

식 (5)의 확정론적 최적 설계에 신뢰성을 고려하여 수식화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F(d) \\ & \text{Subject to} \\ & P(g_p(\mu_{x_r}, x_d; d) \geq 0) \geq P_{st}, \quad i=1, 2, \dots, M \\ & \quad \quad g_{dj}(\mu_{x_r}, x_d; d_d, d_\mu) \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, N \\ & \quad \quad (d_i)^L < d_i < (d_i)^U \quad i=1, 2, \dots, I \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서 $P(\dots)$ 은 확률 연산자이며 $g_p(\dots)$ 는 확률 구속 조건내의 성능 평가 함수, $g_d(\dots)$ 는 확정론적 최적 설계의 구속조건 내에서의 성능 평가 함수이다. μ_{x_r} 는 1차 모우멘트인 평균이며 설계 변수 d 는 확정론적 최적 설계와는 달리 확정론적 설계 변수의 d_d , μ_{x_r} 에서의 d_μ , 그리고 σ_{x_r} 에서의 d_σ 값으로 나뉘어서 실제 해석에 사용된다.

박판보 구조물에 대한 신뢰성을 고려한 최적 설계를 적용하기에 앞서 박판보 구조물의 단면 계수 값들이 실제로 어떤 분포를 가지고 있는지를 알기 위해 Fig. 2와 같은 중형급 승용차의 A-pillar에 사용된 박판보 구조물에 대해서 몬테 카를로 시뮬레이션 방법을 이용하여 각각의 분포를 알아보았다. 몬테 카를로 시뮬레이션에서 임의의 난수 발생횟수는 100회로 하였으며 내판(T_1)의 두께에 대한 주변 구속 조건은 실제 생산 조건 등을 고려하여 0.7 ± 0.025 사이로 하여 샘플링 하였다.

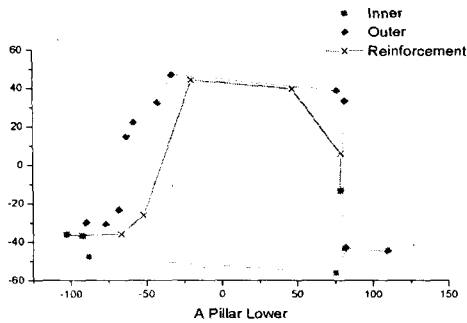


Fig. 2 A-pillar section shape of middle size vehicle

Table 1에서는 확률적 분포를 가지는 내판의 두께에 따른 각 단면 계수들의 평균, 표준 편차 및 분산 값에 대해 보여주고 있다.

Table 1 Probabilistic data of section properties

Parameter	Exact Value	Mean Value	Standard Deviation	Variance
Inner Pannel(mm)	0.7	0.699652	0.010062	0.000101
Area(mm ²)	549.322	549.2389	2.40392	5.778823
Iyy(mm ⁴)	643907.8	643844.418	2497.874	6239377.82
Izz(mm ⁴)	1964868.48	1964633.28	8061.707	64991133.9
J	983450.39	983303.311	5256.32	27628909.3

또한 Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5에서는 단면적, 관성 모멘트, 비틀림 상수와 같은 단면 계수들의 확률 분포(probabilistic distribution)에 대해서 나타내었다.

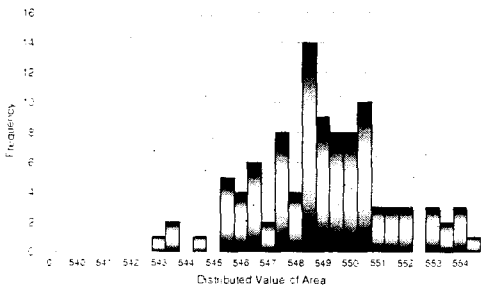


Fig. 3 Probabilistic distribution of area

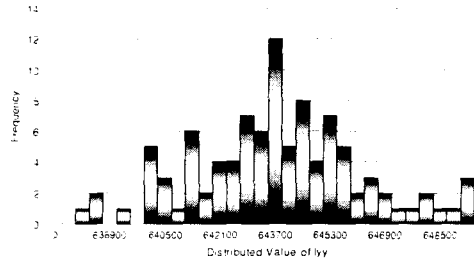


Fig. 4 Probabilistic distribution of Iyy

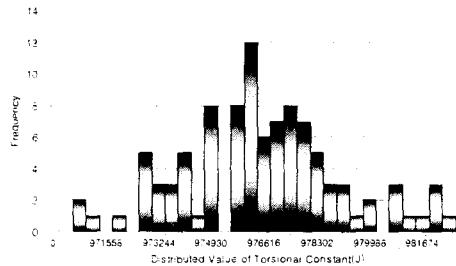


Fig. 5 Probabilistic distribution of torsional constant(J)

몬테 카를로 시뮬레이션 방법을 이용하여 확률 분포에 대해 알아본 결과, 박판보의 대표적 단면 계수들은 정규분포(normal distribution)를 따르는 확률 분포로 가정할 수 있으며 신뢰성을 고려한 박판보 구조물의 최적설계에서도 정규 분포로 가정하여 해석을 수행하였다.

2.2 신뢰성을 고려한 최적 설계 프로그램

신뢰성을 고려한 통계학적 최적 설계의 해석적 방법을 위해서는 단면계수 해석 프로그램, 확률·통계 프로그램 및 최적화 프로그램이 필요하며 이를 다시 연결하는 프로그램의 개발이 필요하다.

목적 함수와 구속 조건 그리고 설계 변수들에 대해 정의하고 여기에 신뢰성을 고려할 신뢰성 설계 변수에 대한 평균, 분산, 분포형태를 결정한 후에 최적화 프로그램인 DOT와 확률·통계 프로그램을 이용하여 신뢰성 최적 설계에 대한 결과를 얻을 수 있다. Fig. 6은 신뢰성을 고려한 박판보 단면에 대한 최적 설계의 흐름에 대해 보여주고 있다.

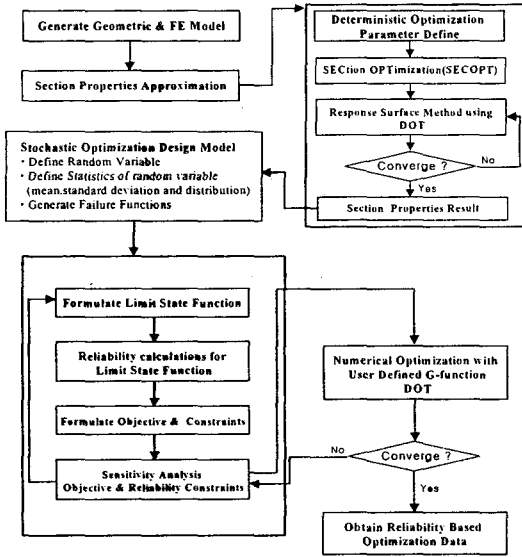


Fig. 6 Flow chart of Reliability Based Design Optimization

3. 신뢰성을 고려한 박판보의 최적 설계

박판보 구조물인 B.I.W. 모델의 A-Pillar에 대하여 확정론적 최적 설계 및 신뢰성을 고려한 통계학적 최적 설계를 수행하였다. Table 2는 설계 변수에 대한 분포형태 및 평균값 그리고 표준 편차에 대해 나타내었다.

Table 2 Initial values of random variable

	T_1	T_3	SV_1
Distribution Type	Normal	Normal	Normal
Mean Value	0.8 mm	1.5 mm	1.0
Standard Deviation	0.1 mm	0.1 mm	0.1

Table 3은 신뢰성을 고려한 최적 설계 결과로 신뢰성 지수인 베타값이 3일 경우에 대해 나타내었다. Fig. 7과 Fig. 8은 베타값에 따라서 목적함수와 설계 변수에 대해 수렴하는 동안의 값에 대해 보여주고 있다.

Table 3 Reliability Based Design Optimization with beta = 3

Objective Function	Initial	Optimum
Area of A-pillar Section	804.6 mm ²	790.2 mm ² (-14.4 mm ²)
Design Variable	Initial	Optimum
Inner Panel Thickness (T_1)	0.8 mm	1.431 mm
Reinforcement Panel Thickness(T_3)	1.5 mm	0.7001 mm
Scale Vector(SV_1)	1.0	1.5

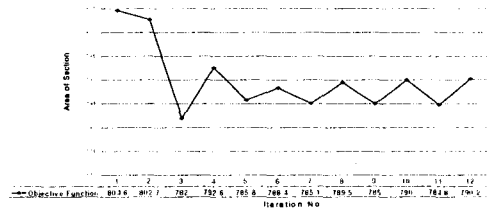


Fig. 7 Objective function history with beta = 3

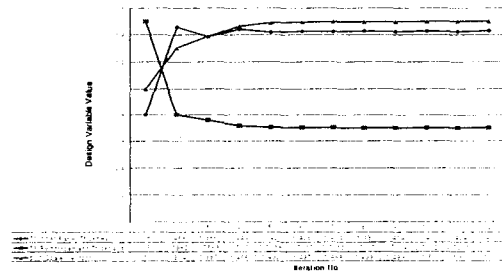


Fig. 8 Design variables history with beta = 3

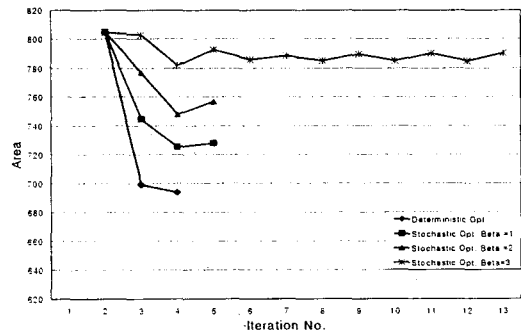


Fig. 9 Comparison of objective function between deterministic optimum design and stochastic optimum design at each reliability index

Table 4 Comparison between deterministic optimum design and Reliability Based Design Optimization

	Cost function (mm ²)	Design Variables		
		T ₁ (mm)	T ₃ (mm)	SV ₁
Initial Design	804.6	0.8	1.5	1.0
Deterministic Optimum Design	693.9	1.041	0.7	1.5
Reliability Based Design Optimization ($\beta = 3, \sigma = 0.1$)	790.2	1.431	0.7001	1.5

Table 4로부터 박판보 구조물에 대해 신뢰성을 고려하여 평가할 경우 기존의 확정론적 최적 설계보다 목적함수 값이 커짐을 알 수 있다. 이는 박판보의 두께 및 스케일 백터의 신뢰성을 고려하였기 때문이며 신뢰성 지수가 3일 때에는 확정론적 최적 설계에 비해 약 1.138배 증가한 상태가 되었다. Fig. 10은 신뢰성을 고려한 통계학적 최적 설계(신뢰성 지수가 3일 경우)의 결과로 통계학적 최적설계 후에 변경된 박판보 구조물의 단면 형상에 대해 보여주고 있다.

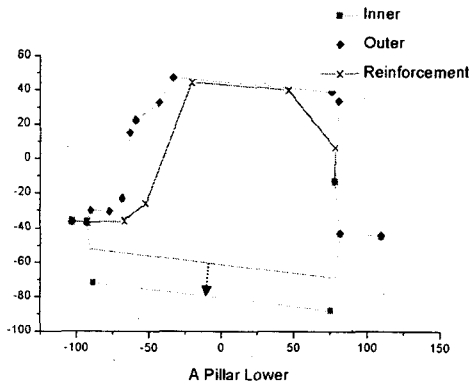


Fig. 10 A-pillar section shape after Reliability Based Design Optimization

4. 결론

본 연구에서는 박판보 구조물로 이루어진 B.I.W. 모델을 이용하여 신뢰성을 고려한 최적 설계의 기법을 제시하였다.

본 연구를 통하여 신뢰성을 고려한 최적 설계에

서 몬테 카를로 시뮬레이션을 이용하여 박판보 단면 계수들의 확률 분포는 정규 분포임을 알 수 있었으며 기존의 확정론적 최적 설계의 결과와는 달리 신뢰성 지수에 따르는 최적화 된 값을 얻을 수 있었다. 이러한 결과들을 이용하여 생산 원가와 제품에 대한 신뢰성을 적절히 고려하여 생산한다면 원가 및 신뢰성을 고려한 제품을 생산할 수 있을 것이다. 추후 연구과제로는 전체 구조물의 진동 특성에 대해서 직접적으로 성능합수를 평가하는 방법으로 신뢰성을 고려한 최적 설계 방법의 개발이 필요하다.

후 기

본 연구는, 국민대학교 자동차공학전문대학원을 통한 BK21 자동차공학 특화분야 사업 지원에 의해 수행되었으며, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- [1] Crawford, R. H., Rao, Singiresu S., "Probabilistic Analysis of Function Generating Mechanism", Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 111, December 1989,
- [2] Belegundu, A. D., Probabilistic Optimal Design Using Second Moment Criteria, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 110, pp.324-329, 1988.
- [3] VanderPlaats, G. N., Hansen, S. R., DOT USERS MANUAL, Engineering Design Optimization, Inc. 1989.
- [4] 이호용, 박판보 구조의 강성도 해석 및 최적 설계, 석사학위 논문, 국민대학교 기계설계대학원, 1995.
- [5] Thanedar, P. B., Kodiyalam, S., "Structural Optimization Using Probabilistic Consideration", Structural Optimization 4, pp.236-240, 1992.
- [6] 최진호, 평면 기구의 기계적 오차 및 신뢰도 해석에 의한 공차 최적 설계, 박사학위 논문, 한양대학교 기계설계대학원, 1998.
- [7] 편성돈, 박판보 구조물의 최적 설계 시스템 개발에 관한 연구, 석사학위 논문, 국민대학교 자동차공학대학원, 1999.