

특별강연(Ⅲ)

원판의 비선형 비대칭진동을 위한 가해조건을 수정하고

- Nayfeh, Mook 교수와 함께보낸 한 주일-

2001. 11.

이 원 경
(영남대 기계과 교수)

원판의 비선형 비대칭진동을 위한 가해조건을 수정하고

-Nayfeh, Mook교수와 함께 보낸 한 주일-

이 원 경*

Corrected Solvability Conditions for Nonlinear Asymmetric Vibrations of a Circular Plate

-A Report on a Discussion with Nayfeh and Mook-

Won Kyoung Lee

1. 머리말

나는 대학원생인 여명환군과의 공동연구를 통해 결함 없는(perfect) 원판의 비선형 비대칭진동에 관한 Sridhar, Mook, Nayfeh에 의한 기존연구[1]에서 구한 가해조건(solvability conditions: 해를 asymptotic expansion으로 근사하는 과정에서 해가 유한하기 위해 응답특성이 만족해야 하는 조건)에 오류가 있음을 발견하고 수정하게 되었다. 그 결과를 본 학회의 춘계학술회의[2]와 논문집[3]에 발표하였으며 지난 7월 말 미국 Wyoming주 Jackson Hole에서 개최된 제 3차 연속계의 진동에 관한 국제심포지엄(The 3rd International Symposium on Vibrations of Continuous Systems, 이하 ISVCS)에서 발표한 적이 있다[4]. 이 심포지엄에서 나는 기존연구[1]의 공동저자인 Virginia 공과대학의 Nayfeh와 Mook뿐만 아니라 Duke 대학의 Dowell, 독일 Darmstadt 대학의 Hagedorn 등과 같은, 비선형진동분야에서 한 시대의 전범이라 부를만한 연구자들과 본 주제에 관해 토론할 기회를 가졌다. 본 주제의 의미를 다시 살펴보고 그 토론내용을 보고하는 것이 이 원고의 목적이다.

2. 가해조건 수정

결함 없는 원판의 대칭진동을 위해서 Sridhar 등[5]과 Hadian과 Nayfeh[6]가 3개 모드의 상호작용(three-mode interaction)을 포함하는 주공진(primary resonance)을 연구하였고, Lee와 Kim[7]은 조합공진(combination resonance)을 연구하였다. 이러한 연구에서는 정상상태응답이 대칭 정상파(standing wave)의 중첩으로 나타났다. 한편, Sridhar 등[1]은 원판의 비선형진동해석을 위한 일반적인 가해조건

을 구하였다. 이 가해조건은 두 가지 측면에서 일반적이라고 볼 수 있는데, 첫째는 이 조건이 대칭진동을 포함하는 비대칭진동을 위한 것이기 때문이고 둘째는 이 조건이 모든 고유진동수에 해당하는 모드들을 아우르는 것이기 때문이다. 즉 이 연구[1]는, 결함 있는(imperfect) 원판의 비선형 비대칭 모드상호작용을 연구하기 위해 한 두개의 고유진동수에 해당하는 모드만 해석에 포함시킨 다른 연구[8-11]와는 뚜렷이 구별된다. 그들은 이 가해조건을 내부공진이 없는 경우의 주공진에 적용하였다. 이 연구에서 그들이 내부공진이 없는 경우(in the absence of internal resonance)라고 표현한 것은 다소 논란의 여지가 있다. 왜냐하면 결함 없는 원판의 경우 모든 비대칭모드는 겹친 고유진동수(degenerate natural frequencies)를 가지므로, 같은 고유진동수들(equal natural frequencies)에 해당하는 서로 직교하는 nodal diameter들을 가지는 두 모드들 사이의 1:1 내부공진의 경우라고 할 수도 있기 때문이다[11]. 그들은 이 용어를 서로 다른 고유진동수(distinct natural frequencies)를 갖는 모드들 사이의 내부공진이 없는 경우를 지칭하기 위해 사용한 것이 분명하므로 여기서 용어의 정확성에 대한 더 이상의 논란 없이 그들의 용어를 받아들여기로 한다. 어쨌든 이 주공진의 경우에, 그들은 진동응답이 Duffing 진동계의 응답특성을 갖는 정상파로 나타난다고 주장했다. 그러나 이 결과는 다른 연구자들의 연구[8-12]에서 응답이 정상파뿐만 아니라 진행파로도 나타난다는 연구결과와는 대조적인 것이다. 따라서 그들의 가해조건은 의심받아 마땅했지만 이십수년 동안 아무도 이 고전적인 연구에 주목하지 않은 것은 믿기 어려운 일이다. 그러나 엄격히 말해서, 결함이 없는 원판의 주공진을 다룬 그들의 연구[1]는 결함 있는 원판의 주공진을 다룬 연구[8-11]나, 결함은 없으나 가진진동수가 고유진동수의 3배에 해당하는 저조화공진(subharmonic resonance)을 다룬 연구[12]와는 다소 주제가 다르므로 그 대조적인 연구 결과를 별 의심 없이 받아들였는지 모르겠다. 본 연구에서는 그들의 해석과정[1]을 엄밀히 검토하였다.

Fig. 1의 고정경계를 가진 얇은 원판의 횡변형이 두께에 비해 상당히 작다고 가정하면, 횡진동을 나타내는 무차원화

* 영남대학교 기계공학부

E-mail : wklee@yu.ac.kr

Tel : (053) 810-2455, Fax : (053) 813-3703

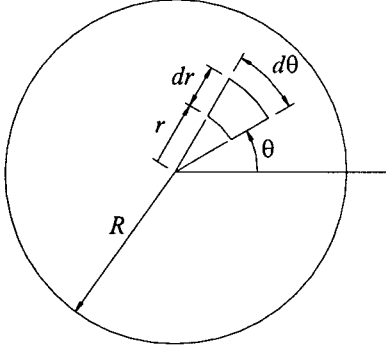


Fig. 1 A schematic diagram of a clamped circular plate

된 운동방정식은 von Karman 방정식의 동적상사(dynamic analogue)로부터 다음과 같이 표현된다[1].

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \nabla^4 w = \varepsilon \left[L(w, F) - 2c \frac{\partial w}{\partial t} + p(r, \theta, t) \right] \quad (1a)$$

$$\nabla^4 F = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \quad (1b)$$

여기서,

$$L(w, F) = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - 2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)$$

$$\nabla^4 \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2$$

이고 w 는 중간평면의 횡변위, c 는 감쇠계수, p 는 외력, ν 는 Poisson 비(Poisson's ratio), F 는 응력함수, $\varepsilon = 12(1-\nu^2)h^2/R^2 \ll 1$ 은 작은 매개변수(small parameter)로서 각 항들의 상대적인 크기를 나타낸다.

경계조건은 모든 t 와 θ 에 대해 $r=1$ 에서

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad (2a,b)$$

$$\frac{\partial F}{\partial r^2} - \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial^3 F}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{2+\nu}{r^2} \frac{\partial^3 F}{\partial r \partial \theta^2} - \frac{3+\nu}{r^3} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3b)$$

그리고 $r=0$ 에서 해가 유한하다는 조건이 필요하다. 또한 본 연구에서는 외력을 다음과 같은 조화가진을 가정한다.

$$p(r, \theta, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} P_{nm} \phi_{nm} e^{(in\theta + imt)} \cos \lambda t \quad (4)$$

여기서 선형대칭진동모드 $\phi_{nm}(r)$ 은 다음과 같다.

$$\phi_{nm} = x_{nm} \left[J_n(\eta_{nm} r) - \frac{J_n(\eta_{nm})}{I_n(\eta_{nm})} I_n(\eta_{nm} r) \right] \quad (5)$$

여기서 λ 는 가진진동수이며, J_n 은 베셀함수(Bessel function of the first kind of order n)이고, I_n 은 수정베셀함수(Modified Bessel function of the first kind of order n)이며, 상수 x_{nm} 은 ϕ_{nm} 을 다음과 같이 정규화(normalize)함으로써 구해진다.

$$\int_0^1 r \phi_{nm}^2 dr = 1$$

η_{nm} 은 특성방정식

$$I_n(\eta) J_n'(\eta) - I_n'(\eta) J_n(\eta) = 0$$

의 근으로 $\omega_{nm} = \eta_{nm}^2$ 이고 첨자 n 은 nodal diameter의 수를, 첨자 m 은 경계를 포함하여 nodal circle의 수를 나타낸다.

식 (1)~(3)의 비선형편미분방정식의 근사해를 구하기 위해, 다중시간법(method of multiple scales)을 적용하여 응답의 진폭과 위상에 관한 정보를 제공하는, 다음과 같은 가해조건(solubility condition)을 구하였다.

$$-2i\omega_{kl}(D_1 A_{kl} + c_{kl} A_{kl}) + A_{kl} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{klmn} (A_{nm} \bar{A}_{nm} + B_{nm} \bar{B}_{nm}) - \gamma_{klkl} A_{kl} \bar{A}_{kl} \right\} + 2(1 - \delta_{kl}) B_{kl} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \hat{\gamma}_{klkm} A_{km} \bar{B}_{km} - \hat{\gamma}_{klkl} A_{kl} \bar{B}_{kl} \right\} + N_{kl}^A + R_{kl}^A = 0 \quad (6a)$$

$$2i\omega_{kl}(D_1 \bar{B}_{kl} + c_{kl} \bar{B}_{kl}) + \bar{B}_{kl} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{klmn} (A_{nm} \bar{A}_{nm} + B_{nm} \bar{B}_{nm}) - \gamma_{klkl} A_{kl} \bar{B}_{kl} \right\} + 2(1 - \delta_{kl}) \bar{A}_{kl} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \hat{\gamma}_{klkm} A_{km} \bar{B}_{km} - \hat{\gamma}_{klkl} A_{kl} \bar{B}_{kl} \right\} + N_{kl}^B + R_{kl}^B = 0 \quad (6b)$$

여기서 δ 는 Kronecker delta이며, $R_{kl}^{A,B}$ 는 내부공진에서 기인하는 항이고, $N_{kl}^{A,B}$ 는 외부가진에서 기인하는 항이다. 이

가해조건은 Sridhar 등[1]의 가해조건에 $A_{kl}\bar{A}_{kl}$, $B_{kl}\bar{B}_{kl}$ 과 $2(1-\delta_{kl})$ 을 포함하는 항들을 추가한 것과 같다. 이 현저한 차이가 결과에 어떤 영향을 미치는지를 알아보기 위하여 $\lambda \approx \omega_{11}$ (nodal diameter의 수도 경계를 포함한 nodal circle의 수도 1인 모드에 해당하는 고유진동수)인 주공진의 경우를 검토해보기로 한다. 가진진동수 λ 가 ω_{11} ($=21.2604$)[14]에 가까운 정도를 나타내기 위하여 이탈변수(detuning parameter) σ 를 다음과 같이 도입하자.

$$\lambda = \omega_{11} + \epsilon\sigma$$

위의 가해조건으로부터 주공진응답을 구한 결과, $kl \neq 11$ 일 때 응답의 진폭과 위상이 모두 0이 되고, $kl = 11$ 일 때 진폭과 위상을 위한 다음과 같은 4개의 자율상미분방정식을 얻게 된다.

$$a_{11}' = -c_{11}a_{11} + \frac{P_{11}}{4\omega_{11}} \sin \mu_{11}^a \quad (7a)$$

$$b_{11}' = -c_{11}b_{11} + \frac{P_{11}}{4\omega_{11}} \sin \mu_{11}^b \quad (7b)$$

$$a_{11}\mu_{11}^{a'} = \sigma a_{11} + \frac{\gamma_{1111}}{8\omega_{11}} a_{11}(a_{11}^2 + 2b_{11}^2) + \frac{P_{11}}{4\omega_{11}} \cos \mu_{11}^a \quad (7c)$$

$$b_{11}\mu_{11}^{b'} = \sigma b_{11} + \frac{\gamma_{1111}}{8\omega_{11}} b_{11}(b_{11}^2 + 2a_{11}^2) + \frac{P_{11}}{4\omega_{11}} \cos \mu_{11}^b \quad (7d)$$

여기서 '은 ϵt 에 대한 미분을 나타낸다. 식 (7c)와 (7d)의 $2b_{11}^2$, $2a_{11}^2$ 과는 달리 Sridhar 등[1]은 해당하는 방정식에서 b_{11}^2 , a_{11}^2 을 얻었다. 이 차이는 가해조건 (6)의 $A_{kl}\bar{A}_{kl}$ 과 $B_{kl}\bar{B}_{kl}$ 을 포함하는 항에서 생겨난 것이다. 가해조건 (6)의 $2(1-\delta_{kl})$ 을 포함하는 항들은 아무런 기여를 하지 못했는데, 그 이유는 이 항들이 nodal diameter의 수가 같은 비대칭 모드들 사이의 내부공진의 경우에만 역할을 하기 때문이다 (13). 식 (7)의 평형해($a_{kl}' = b_{kl}' = \mu_{11}^{a'} = \mu_{11}^{b'} = 0$)로부터 구한 정상상태응답을 이용하여 원판의 변형 w 를 표시하면 다음과 같다.

$$w = \phi_{11} \{ a_{11} \cos(\lambda t - \mu_{11}^a + \theta + \tau_{11}) + b_{11} \cos(\lambda t - \mu_{11}^b - \theta - \tau_{11}) \} + O(\epsilon) \quad (8)$$

이 근사해는 위상속도(phase velocity)가 λ 이며, 진폭이 각각 $a_{11}\phi_{11}$ 과 $b_{11}\phi_{11}$ 인 두 진행파의 중첩을 나타내고 있다. 이 두 파는 시간이 경과함에 따라 각각 시계방향과 반시계 방향으로 진행하는 파이다. μ_{11}^a 와 μ_{11}^b 는 각 파의 시간(t)과 관련된 위상각을, τ_{11} 은 공간(θ)과 관련된 위상각을 나타낸다.

식 (7)에서 정상상태응답이 $a_{11} = b_{11}$ 인 경우에는 $\mu_{11}^a =$

μ_{11}^b 가 되는데 이 경우 식 (8)은 다음과 같이 표현된다.

$$w = 2\phi_{11}a_{11} \cos(\lambda t - \mu_{11}^a) \cos(\theta + \tau_{11}) + O(\epsilon) \quad (9)$$

이 응답은 모드형상(mode shape)이 $\phi_{11} \cos(\theta + \tau_{11})$ 이고 진동수가 λ 인 진동 즉 고유진동수 ω_{11} 에 해당하는 비대칭모드와 유사한 정상파를 나타내고 있다. 달리 말하자면 식 (8)의 두 진행파가 중첩되어 정상파 즉 nodal diameter가 정지한 진동응답을 가진다. 식 (7)에서 정상상태응답이 $a_{11} \neq b_{11}$ 인 경우에는 두 진행파가 중첩된 결과는 진행파가 되어 시간이 경과함에 따라 nodal diameter가 회전한다.

수치결과를 위해 본 연구에서는 $\omega_{11} = 21.2604$, $\nu = 1/3$, $\epsilon = 0.001067$, $\epsilon c = 0.01$, $\epsilon P_{11} = 4$, $\tau_{11} = 0$ 인 경우를 생각하였다. 식 (7)의 정상상태응답 a_{11} , b_{11} 을 $\epsilon\sigma$ 의 함수로서 구하여 Fig. 2에 나타내었다. SS1, US1, US2, SS2는 $a_{11} = b_{11}$ 인 응답 즉 정상파를 나타내며, ST1, UT1, UT2는 $a_{11} \neq b_{11}$ 인 응답 즉 진행파를 나타내고 있다. 또한 실선은 안정한 응답을, 점선은 불안정한 응답을 나타낸다. 정상파에 해당하는 응답은 US1이 불안정하다는 점을 제외하면 Duffing 진동계의 응답과 일치하고 있다. 유일하게 안정한 진행파에 해당하는 응답 {ST1A, ST1B}는 $\{a_{11}, b_{11}\}$ 이나 $\{b_{11}, a_{11}\}$ 을 나타낸다.

Fig. 2는 $\epsilon\sigma < 0.025$ 의 경우에는 정상파가, $0.025 < \epsilon\sigma < 0.095$ 의 경우에는 진행파가 실재함을 보여주고 있다. 또한 $0.095 < \epsilon\sigma < 0.420$ 의 경우에는 정상파와 진행파가 공존하며, $\epsilon\sigma > 0.420$ 의 경우에는 정상파만 실재한다. 이 결과는 Sridhar 등[1]이 Duffing 진동계의 응답과 일치하는 정상파의 존재만 확인한 결과와 현저한 차이를 보여주고 있다.

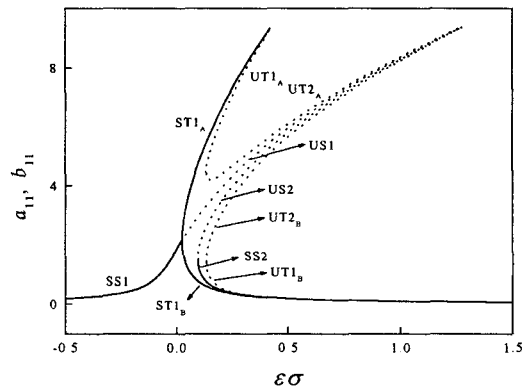


Fig. 2 Variations of the amplitudes with detuning parameter $\epsilon\sigma$ when $\epsilon P_{11} = 4$.

—, stable; - - -, unstable.

앞에서 언급했듯이, 내부공진이 없는 주공진을 해석한 이

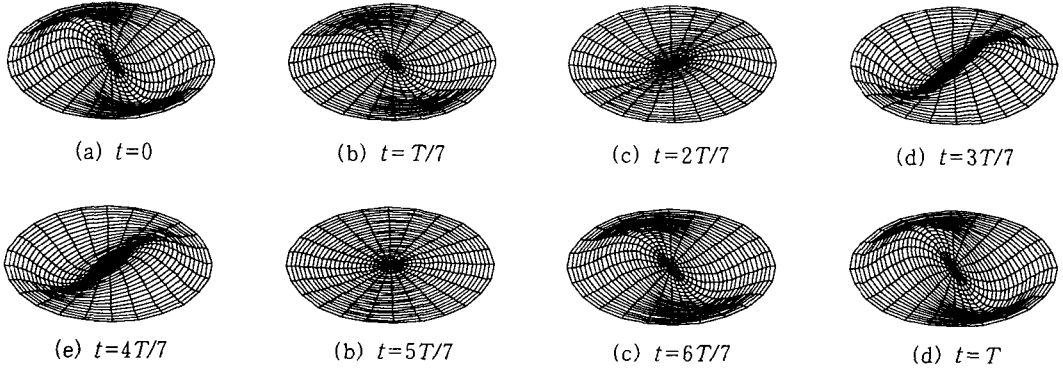


Fig. 3 Deflections of the circular plate for one period of excitation $T(=2\pi/\lambda)$ when $a_{11}=b_{11}=1.1608$, $\mu_{11}^a = \mu_{11}^b = 3.0179$, $\varepsilon\sigma=0.1$. Standing wave.

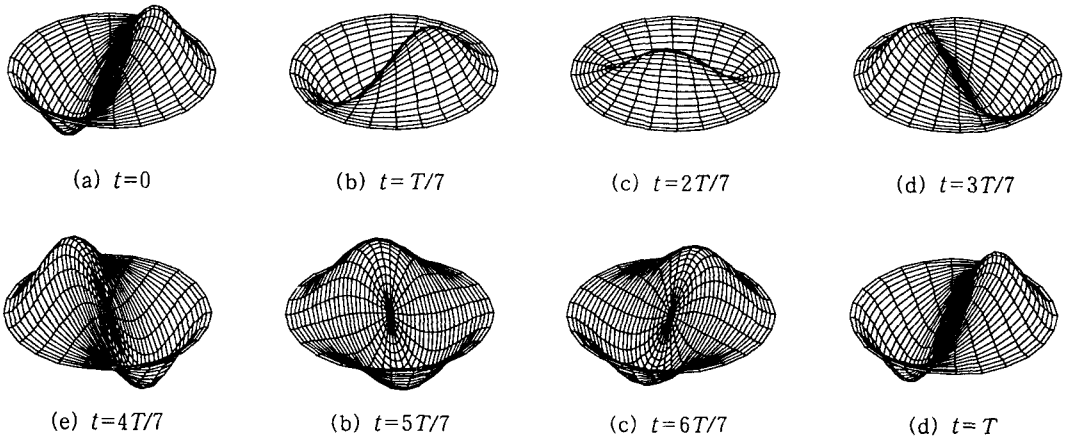


Fig. 4 Deflections of the circular plate for one period of excitation $T(=2\pi/\lambda)$ when $a_{11}=4.7974$, $b_{11}=0.7464$, $\mu_{11}^a = 0.5352$, $\mu_{11}^b = 0.0794$, $\varepsilon\sigma=0.1$. Traveling wave.

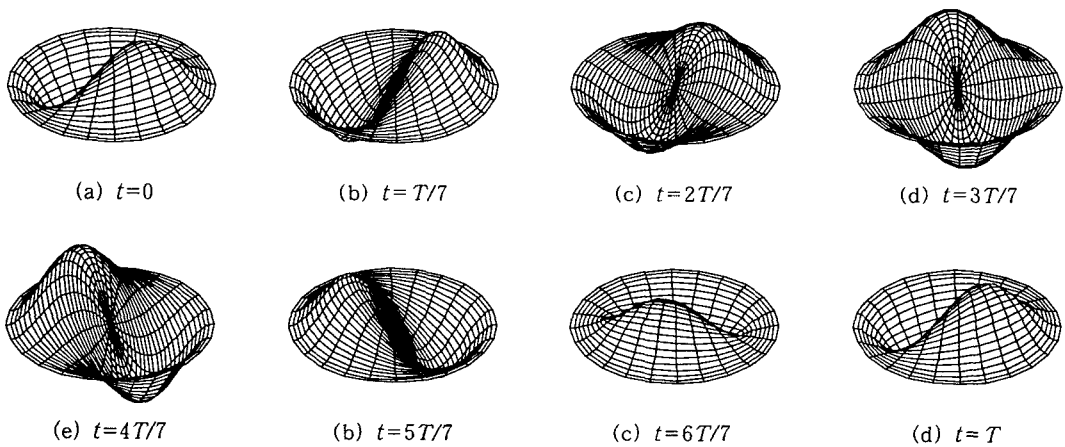


Fig. 5 Deflections of the circular plate for one period of excitation $T(=2\pi/\lambda)$ when $a_{11}=0.7464$, $b_{11}=4.7974$, $\mu_{11}^a = 0.0794$, $\mu_{11}^b = 0.5352$, $\varepsilon\sigma=0.1$. Traveling wave.

결과를 곱친 고유진동수들(ω_{11})에 해당하고, nodal diameter가 직교하는 두 모드 $\phi_{11}\cos\theta$ 과 $\phi_{11}\sin\theta$ 사이의 내부공진으로 해석한 결과[12]와 비교하는 일은 의미있는 일이다. 이들이 비록 주공진이 아니라 저조화공진을 다루긴 했지만 정상파뿐만 아니라 진행파도 존재함을 확인함으로써 본 연구결과와 타당성을 지지한다고 본다.

Fig. 3, 4, 5에는 원판이 실제로 어떻게 진동하는지를 보여주기 위하여 $\varepsilon\sigma=0.1$ 인 경우에 한 가진주기 $T(=2\pi/\lambda)$ 동안의 변형을 나타내었다[15]. 이 경우에는 세 개의 안정한 응답 즉 한 개의 정상파와 두 개의 정상파가 실제로 존재하며 어느 응답이 구현되느냐는 초기조건이 결정한다. Fig. 3(a-h)는 7시 5분 방향의 nodal diameter를 갖는 정상파($a_{11}=b_{11}$)를 보여주고 있다. Fig. 4와 Fig. 5는 각각, 시계방향($a_{11}>b_{11}$)과 반시계방향($a_{11}<b_{11}$)으로 회전하는 진행파를 보여주고 있다. 식 (8)로부터 큰 진폭이 진행파의 회전 방향을 결정함을 알 수 있다. 또한 변형의 주기가 가진력의 주기와 일치함을 알 수 있는데 이 것은 원판의 응답이 주공진 응답임을 말해주고 있다. 만약 Sridhar 등[1]이 그림을 그렸다면 정상파를 보여주는 Fig. 3만 그렸을 것이다. 나는 Fig 2-5에서 보여주고 있는, Sridhar 등[1]의 결과와의 주목할만한 차이가 가해조건의 차이에서 비롯된 것으로 생각한다.

3. ISVCS 심포지엄에 다녀와서

Ohio 주립대의 Leissa의 제안으로 1997년 미국 콜로라도주 록키산맥 국립공원에서 처음 개최된 ISVCS 심포지엄은 여러 면에서 특이한 학술회라고 할 수 있다. 우선은 Leissa 나름의 방식으로 발표자를 선별함으로써 발표자이자 청중의 수를 30명 내외로 제한했다는 점이다(나중에 그는 자신이 편집직임을 맡고 있는 미국기계학회의 Applied Mechanics Review에 소개된 초록을 참고하여 초청장을 준비했노라고 고백했다). 발표내용으로는, 연속계의 진동을 주된 주제로 하되, 완성도가 높지 않다 하더라도 논란의 여지가 있거나 장차의 연구에 참고가 될 만한 주제 즉 열린 주제를 환영한다는 데서도 그러하다. 게다가 오전엔 가벼운 등산, 오후엔 6명의 발표, 저녁엔 토론으로 한 주일을 참석자와 그 가족이 휴가를 겸해서 보낸다는 점도 새롭다. 그동안 나는 참석자가 수백 명에 이르고 발표장도 수십 개로 나뉘는 데다 발표시간은 질문시간을 포함해도 25분을 넘지 않아서 차분한 느낌을 주지 않는 기존의 국제학술회의에 싫증이 나 있었다. 게다가 시간에 쫓기거나 질문을 이해하지 못하는 바람에, 제대로 답변도 못한 발표자가 되었을 땐 이런 학술회의에 참석해야 하는가 하고 회의한 적도 있었다. 그러던 차에 발표시간을 45분이나 가지고, 매일 아름다운 풍광 속에

서 등산까지 함께 즐기자는 Leissa의 제안을 거절할 이유가 없었던 나는 1차뿐만 아니라, 1999년 스위스의 Grindelwald에서 개최된 2차 모임까지 기꺼이 참석하게 되었다. 이번엔 Berkeley 유학시절의 동창들을 만나 십수년 전의 스승들과 친구들에 대한 이야기로 잠시 세월의 흐름도 있었는데 특히 Michigan 대학의 Noel Perkins는 나의 TA였으며, 나는 Ohio 주립대의 Robert Parker의 TA였으니 어찌 수작할 게 없었겠는가.

이번 발표할 내용에 Nayfeh나 Mook이 어떤 반응을 보일지 궁금하여 발표직전까지 신경이 쓰였던 나는, 성의 알파벳 순서에 따라 셋째 날 마지막 발표자로 연단에 오르자 다음과 같은 말로써 발표를 시작했다. "이 자리에 계신 두 분(이하 Nayfeh와 Mook을 지칭함)이 함께 저술하신 기존 논문[1]이 나의 관심을 끈 이유는 세 가지이다. 첫째, 이 논문에는 그림이 전혀 없다는 점이다. 공학연구자는 자신의 연구 결과를 그림으로 요약하려는 경향이 있는데 지독하게 난해하고 복잡한 이 고전적인 논문에서, 그림도 없이 두 분이 내린 결론을 어떻게 받아들여야 할지 알 수 없었다. 둘째, 이 논문이 출판된 지 1년 후에 출판된 두 분의 저서[16]에서 이 논문의 내용을 소개하지 않았다는 점이다. 두 분은 이 논문이 다른 비대칭진동의 특수한 경우에 지나지 않는 대칭진동연구[5]를 소개하는 데 무려 10 페이지 이상을 할애하였으나 훨씬 더 중요한 내용을 담고 있는 이 논문의 경우, 단 한 줄로써 그 존재만 알리고 말았으니 도대체 그 이유는 무엇이란 말인가? 셋째, 내가 알기로는 이 논문의 중요한 결론인 가해조건을 이용한 다른 연구가 없다는 점이다. 이제 나는, 이 논문에 무슨 비밀이 숨어 있는지를 알아보기 위해 이 논문을 재해석한 결과를 여러분에게 보고하고자 한다." 이렇게 시작한 나의 발표는 중간에 식(7c, d)를 언급할 즈음 Nayfeh의 "2가 아니라 3이 아니더냐?"는 질문으로 한 번 중단되었다가 "내 계산에선 2였다"는 대답에 이어 계속되었다. 결론을 소개한 후에 나는 청중에게 "혹시 여러분 중에 이 심포지엄의 편집좌장(Editorial Chairman)인 Dickinson(캐나다의 Western Ontario 대학)으로부터 조건부 발표허락 편지를 받은 분이 있느냐?"고 물었다. 청중으로부터 아무런 반응이 없자, "나는 그런 편지를 받았는데 지금 그 편지와 첨부된 심사평을 여러분과 함께 공유하는 것이 공정할 것 같다."고 말하고는 마지막 슬라이드를 엮었다. 이것은 Dickinson이 나한테 보낸 조건부 편지(one of the referees expressed reservations)를 복사한 것으로서 아랫부분에는 심사자의 평이 첨부되어 있었다. 심사평을 그대로 옮기면 다음과 같다. "The authors are dealing with forced vibrations. What is the type of the forcing? Is it a stationary concentrated time-harmonic force, or what? It could also be a traveling load! They mention a traveling wave part in the response, how does that come about? Do they claim it doesn't really exist due to an error

committed by the authors of the previous paper? I would like to see some of these points clarified. If you want to accept, the authors should be warned and be prepared to answer these questions at the time of the presentation.” 이 심사평을 처음 읽고 난 내 느낌은 참으로 묘한 것이었다. 특히 마지막 문장은 ‘발표할 때 이 질문에 대답할 자신이 없거든 발표하러 오지도 말라’는 말로 들려서 불쾌하기까지 했다. 세 페이지로 제한된 글에 발표내용을 온전히 다 담을 수 없다는 점은 누구나 짐작할 수 있는 일인데 이런 평을 쓴 사람은 도대체 나를 뭘로 보고있다는 말인가하는 오기도 생겼다. 이 모임에 두 번이나 초청 받아 발표를 하는 동안에 심사평이라곤 받아본 일이 없는데 이런 소규모의 모임에 갑자기 왜 심사평이며, 이 정도의 질문은 발표할 때 하면 그만이지 이런 문구까지 넣어 발표자의 심기를 불편하게 할 건 뭐며, 이 심사평을 쓴 사람은 도대체 누군가 하는 의문이 이어졌다. Nayfeh인가? 아니면 Mook인가? 두 분은 가진력이 traveling load가 아니라 난 걸 모를 리 없을 테니 그럼 누구란 말인가? 영어의 표현으로 봐선 native speaker가 아닌 건 분명한데, 또한 발표할 때 이 심사평을 청중에게 보여줘야 하는가 말아야 하는가로 오랫동안 망설였다. 그 이유는, 발표하다보면 저절로 질문의 답이 될 것인데 구태여 심사평을 보여주고 다시 답할 필요는 없지 않겠는가 하는 생각도 있었지만, 이 심사평을 청중에게 보여주고 답변하는 것이 내 주장을 더욱 분명하게 드러내는 것이기도 하거니와 내가 그리 만만한 연구자가 아니라 난 걸 알려줄 기회가 될 수도 있겠다는 생각이 들었기 때문이다. 결국 나는 그 심사평을 청중에게 보여주고, 두 개로 구성된 질문에 답변하는 것으로써 발표를 마무리하기로 마음을 정했다. 가진력의 유형을 묻은 첫째 질문에 대한 답은 “이 논문의 가진력은 진행파형이 아니라 정상파형이다”였으며, “정말로 기존논문[1]의 저자들이 실수를 저질러서 진행파형의 진동응답을 발견하지 못했단 말이나?”고 묻은 둘째 질문에 대해선 “그렇게 생각한다”고 대답했다. 이 때 맨 앞자리에 앉았던 Leissa가 웃음을 터뜨렸는데 그는 아마도 “Well, I think so!”라고 대답한 내 어조가 우스웠던 모양이다. “Absolutely indeed!”는 이만하면 심사평에 대한 답변으로서 충분하겠느냐는 내 질문에 대한 Dickinson 편집좌장의 대답이었다. 이윽고 Session Chairman을 맡은 Dowell이 일어서서 발표된 내용으로 보아 토론이 제법 길어질 것 같으며 먼저 두 분에게 코멘트를 요청하자, Mook은 논문내용이 기억나지 않는다고 간단히 말했다. 반면 Nayfeh는 원판의 비대칭진동에서 진행파형응답이 존재한다는 사실은 이미 발표된 바가 있다며 ‘Tariq and Vakakis’의 논문[12]을 언급하고는 자신도 수정했노라고 말했다. 여기서 Tariq는 자신의 아들 Tariq A. Nayfeh을 말하며 Vakakis는 Tariq가 박사학위를 받은 Illinois 대학의 지도교수를 말한다. ‘Tariq and Vakakis’는 이 논문에서, Galerkin 방법으로부터 Efstathiades[11]가 유도한 매우 간

단한 방정식을 사용하여 내부공진이 없는([12]에선 1:1의 내부공진이란 표현을 썼지만 [1]의 표현에 따르자면) 경우에 저조화공진을 다루어 진행파를 확인했는데, 나로 하여금 ‘왜 주공진은 다루지 않았는가? 왜 주공진을 다루어 정상파 응답만 확인한 [1]의 결과와는 비교하지 않았는가?’ 하는 의심을 자아내게 한 논문이다. ‘오늘 발표의 논점은 원판이 진행파형응답을 갖느냐가 아니라 모든 모드를 아우를 수 있는 정확한 가해조건은 무엇이나라는 생각에 집착한 나는 진행파형응답의 존재에 대해선 대꾸도 하지 않았다. 다만 Nayfeh의 ‘수정했다’는 말을, 일반적인 가해조건을 수정했다는 말로 이해하고는 ‘그럼 그동안 내가 이 문제에 매달린 의미는 무엇인가’하고 속으로 조바심하면서 어느 논문에서 수정했느냐고 물었는데, 그는 논문이 아니라 2000년에 출판된 자신의 책 ‘Nonlinear Interactions’에서 수정했다는 것이며 자신의 노트북 컴퓨터에 그 내용이 들어 있으니 보여줄 수도 있다고 자신 있게 말했다. Nayfeh와 토론하는 중간에 나는 “만약 선생님이 틀리고 내가 맞다면 누군가 그 결과를 보고해야 하는 것 아니냐?”고 강하게 말했는데, 정확하게 어느 시점에, 무슨 의도로 이 말을 했는지 잘 기억나지 않는다. 나중에 생각해보니 이 말은 불필요하게 자극적이지 않았나 하는 생각이 들었다. 이어서 독일의 젊은 학자 Seemann이 가진력의 위치에 대해 물었는데, 내 연구에선 가진력의 위치를 특정위치에 정해둔 것이 아니었으므로 영겁결에 “I don't know”라고 대답하고 말했다. 그가 “자기가 연구해놓고 모르겠다니 무슨 말인가”하고 되물었다. 순간 내 대답이 어리석었음을 깨닫고는, “가진력이 축대칭이 아니기만 하면 비대칭모드의 가진진폭은 영이 아니므로 가진위치는 어느 곳이어도 상관없다”고 대답을 했는데 내 영어가 서툴렀든지 아니면 설명하는 요령이 부족했는지 그가 여전히 알아듣지 못했다. Dowell과 Nayfeh가 내 대신에 보충설명을 해주어 난처함을 겨우 면했지만 그는 끝까지 이해하지 못하는 것 같았다. 이번엔 Hagedorn이 일어서더니 자기는 해당주제에 대해 아는 바가 없고 기존논문[1]도 읽은 적이 없으니 중립적인 입장에 있음을 조심스럽게 밝히고는, 자기는 아직 정상파로 가진된 원판이 진행파응답을 가진다는 연구결과를 들은 바가 없다고 말했다. 그의 말은 문맥으로 보아 결함 없는 원판의 경우를 말한 것인데 내가 뭐라고 말하기도 전에 Dowell은 이미 발표된 바가 있다고 말했다. Hagedorn은 아까 Nayfeh가 한 말을 귀담아 듣지 않았던 모양이다. 사실이 대목에서 나는 아무 말도 못했는데 그 이유는 관련되는 문헌을 읽는 것이 별로 없었기 때문이다. 결함이 없든 있든 원판의 비선형진동에 관한 논문은 그리 많지도 않은데 공부를 게을리 했으니 참으로 부끄러운 일이다. 더 이상의 질문이 없자 Dowell은 자신도 물어볼 게 있다며 a_{11} 과 b_{11} 이 서로 바뀌어도 해가 된다는 말이 무슨 뜻이냐고 물었다. 아까 보여주었던 수식과 그림을 사용해서 천천히 다시 한 번 설명하자 이제야 이해하겠라며 만족해했다. 그는 질문이 없는

지 청중석을 한번 더 확인하고는 “매우 흥미로운 주제에 대해 열띤 토론이 있었지만 아직 결론이 나질 않았으니 앞으로 십 년쯤 지나면 명확해지겠느냐?”며 미소를 머금은 얼굴로 Nayfeh 쪽을 바라보았다. 그의 말은 두 분에 비하면 20년 이상 연배가 아래인 나에게는 대단히 과분한 코멘트였다. Nayfeh도 미소를 지으며 고개를 끄덕이자 Dowell은 내게 수고했다며 청중들에게 박수를 유도했다.

늘 하듯이 저녁식사 후 토론시간에 다시 모이자는 Leissa의 선언과 함께 당일 발표일정이 모두 끝났다. 좌장으로 수고해준 Dowell에게 다가가 발표 중에 여러모로 도와줘서 고맙다고 인사를 건네자 그는 훌륭한 발표를 했으며 나를 다시 격려해 주었다. 숙소로 돌아오는 동안 ‘정말로 Nayfeh가 가해조건을 수정했다면 그동안 내가 한 일은 도대체 무엇이란 말인가’하고 생각에 잠겼다. 방에 와서도 생각은 이어졌는데 전화벨이 울려 받아보니 집사람이었다. 지금 호텔로비에 Burt 부부와 함께 있는데 그들이 식사를 함께 하잔다는 것이다. 집사람은 이번에 처음 참석했는데 그동안 못 온 결별충이라도 하려는 듯 참석자의 가족들과 어울리느라 여념이 없었다. 어제는 Nayfeh, Mook, Hagedorn 등과 함께 한 저녁식사자리에서 5 쌍의 부부가 두 테이블에 어떻게 나누어 앉아야 할지 난처해 할 때 ‘한국식으로 남녀가 따로 앉으면 될 일’이라며 서양인들에겐 매우 생소한 방식을 제안해서 Mook으로부터 ‘Best solution’이란 인사를 받더니 오늘은 Burt 부인을 사귀 모양이라고 짐작하며 로비로 갔다. 나를 보자마자 Burt는 발표를 잘 했으며, 자기도 오랫동안 비선형진동을 연구도 하고 가르쳐왔지만 한 번도 Fig. 2와 같은 응답곡선은 본 적이 없노라고 말했다. 그렇게 말해주시고 고맙다고 인사를 하고 오늘 내 발표가 너무 공격적으로 보인진 않았느냐고 묻자 전혀 그렇지 않았으며 나를 안심시켰다. Oklahoma 대학에 재직중인 그는 2년 전 스위스 모임에서도 내게 훌륭한 발표를 했노라고 칭찬해준 적이 있었다. 그때 나는 발표주제[17]의 논점이 청중의 주목을 별로 끌지 못했다고 느꼈으며, 캐나다의 Western Ontario대학의 Singh이 한 질문을 알아듣지 못해서 제대로 답변도 못했기 때문에 속이 상해 있던 터라 그 칭찬은 나를 어리둥절하게 만들었다. 남의 발표를 듣고 나면 무슨 내용인지 알아듣지도 못했으면서 좋은 발표를 했다고 추켜주는 일이 여사라서 나는 그 칭찬을 공치사쯤으로 여겼다. 그러나 이번엔, 나 역시 한 번도 본 적이 없으며, 나로 하여금 이해하고 설명하라 진력하게 한 그 그림을 처음 본다고 평해주었으니 꼭 내 마음을 들여다보고 있는 것 같아서 이 분야야말로 열심히 내 발표를 들었구나 하고 짐작했다. 그는, 이번 모임 직전엔 은퇴한 Leissa 보다 연장인 72세의 나이에 돌볼 수 없고 가르치고 연구하는 일이 즐거워 아직 은퇴할 의사가 조금도 없다고 해서, 앞으로 한 20년은 지나야 맞게 될 은퇴생활을 간혹 꿈꿔는 나를 부끄럽게 했다.

저녁 후 토론시간이 되어 발표장으로 가니 Perkins,

Parker, Ewing 등 젊은층들이 배란대에 모여 있었다. 그들에게 다가가자 모두 조금 전의 발표에 대해 인사를 전했다. Perkins는 발표의 초반부에 ‘결론이 신통치 않으면 어쩌려고 저 친구가 저렇게 발표를 시작하는가’하고 속으로 긴장했었다면서 마지막 부분을 듣고 나서야 비로소 내 의도를 알고 마음을 놓았다고 말해주었다. 또 그는 심사평을 보여준 건 영리한 판단이었다며, 이번 모임에 동반한 자신의 제물낚시 친구에게 ‘아까 있었던 controversial talk의 주인공’이라고 나를 소개했다. 그는 그 날 저녁에 제물낚시줄의 운동을 연속계의 진동의 개념으로 해석한 결과를 강연하기로 되어 있었는데, 자신의 연구방법을 취미에까지 연장한 그의 능력과 여유가 내게는 장하게 여겨졌다. TA시절 복잡한 문제를 늘 명쾌하게 설명해준 그를 기억하며 될성부른 나무는 떡잎시절에 알아본다는 옛말이 빈말이 아니라고 생각했다.

Parker는 나를 보고 왜 그런 연구만 하느냐고 물었는데 내가 무슨 뜻이냐고 묻자, 전에도 내가 Nayfeh와 논쟁을 벌인 발표를 했다는 얘기를, Carnegie Mellon 대학의 Wickert로부터 들었다는 것이다. 4년 전 첫모임에서 나는 Nayfeh가 구한 어떤 해가 직관에 부합하지 않아서 수치적으로 확인해 보니 역시 맞지 않는 부분이 있더라는 발표[18]를 했었다. 그 때도 다소 논란은 있었지만 Nayfeh가 쉽게 승인을 했고 Mook이 내편을 들어줘서 별로 논쟁이랄 것도 없었는데, 이번에 참석하지 않은 Wickert가 좀 과장되게 전달했던 모양이다. 역시 이번에 참석치 않은 Vakakis가 그 때 나를 보고 “Nayfeh 교수하고 감히 그런 논쟁을 하다니 이렇게 용기 있는 사람은 처음 봤다.”고 너스레를 떨던 일이 생각났다. 그 발표 직후에 Nayfeh는 나를 저녁식사에 초대했는데 Mook이 함께 한 그 자리에서 나는 “제가 비록 선생님의 해석해를 비판한 건 사실이지만 그 걸 이용해서 제가 수치해를 구한 것이니 선생님의 연구가 무의미하다는 뜻은 아닙니다.”라고 Nayfeh를 보고 말했다. 그러자 그는 자신도 알고 있다고 말했으며 Mook은 “그래서 아까 이교수가 발표 중에 ‘해석해의 타당성을 조사하기 위해 그 해를 이용해야 한다는 점이 아이러니컬하다’고 말한 것 아니냐”고 내 말에 동의해주었다. 나는 ‘Mook교수는 비교적 말씀이 없는 분이지만 생각이 깊고 남의 말을 경청하는 분이구나’ 하고 속으로 생각했다. 두 분의 저서[16]를 보고 비선형진동을 공부하기 시작한지 17년 만에 두 분으로부터 인정받는 일을 했다는 자긍심으로 한껏 기분이 고양되었던 그 날 저녁이 4년이 지난 지금도 기억에 생생하다. 어쨌든 나는 Parker의 질문에 대꾸하기가 구차해서 그의 질문을 무시하고 말았는데 그는 자신이 연구하고 있는 유성치차도 비선형문제더라면서 함께 연구할 대학원생을 추천해달라고 부탁했다. 학창시절 그는 내가 TA를 맡은 과목을 수강하느라 내 연구실을 부지런히 드나들었는데, 지금은 대통령이 주는 젊은 연구자상도 받은 훌륭한 인재가 되어 있었다. 옆에 있던 Kansas 대학의 Ewing은 “자네, 앞으로 논문심사 부탁 많이 받게 생겼네.”

하고 말을 건넸다. 무슨 말인가 하고 묻자 그는 “아까 발표장에 있던 대부분의 청중들은 ‘저 친구한테 심사를 부탁하면 원고를 열심히 읽어줄 거’란 느낌을 받았을 거라”고 했다. 그로부터 몇 주 후 Perkins와 Nayfeh로부터 평판의 진동에 관한 논문의 심사를 차례로 요청 받았으니 말이 써야 된다고 했던가.

Grand Tetton 국립공원의 석양을 바라보며 이런저런 잡담을 나누는 중에 누군가 “저기 Nayfeh교수가 온다.”고 하기에 모두 배란다 아래를 내려다보니 Nayfeh가 자그만 여행용 가방을 끌고 이 건물 쪽으로 오고 있었다. 아까 책의 내용을 보여주겠다고더니 ‘저 가방엔 노트북이 들어 있으리라’ 하고 짐작하며 기다리는데 그가 발표장으로 들어왔다. 잠시 후 옆자리로 다가갔더니 그는 반갑게 맞아주었다. 아까 발표할 때 너그럽게 들어줘서 고맙다고 인사하자 그는 괜찮다며 앉으론 자기와 다른 결과를 얻게 되면 미리 알려달라고 말했다. 나는 무심코 그러마고 약속했는데 그의 말은 나로 하여금 ‘그게 서로에게 무슨 도움이 될까?’하는 생각에 잠기게 했다. 그럴 수도 있겠다고 생각하는 사이, 주변에 구경꾼은 몰려들었고 그의 설명과 함께 화면은 계속 바뀌었다. 그러나 아무리 들여다보아도 내가 찾는 가해조건은 볼 수 없었고 원판의 비대칭진동에 대한 언급도 한 페이지가 채 되지 않았다. 그 역시 보여줄 만한 걸 찾지 못했으며, 내가 실망해하는 걸 의식한 그는 처음부터 다시 찾기 시작했지만 여전히 우린 원하는 걸 찾을 수가 없었다. 그러자 나는 이 분이 수정했다는 게 일반적인 가해조건이 아니라 하나의 특수한 예, 즉 ‘Tariq and Vakakis’의 연구[12]처럼 내부공진이 없는 경우에 진행파를 보여주는 간단한 가해조건을 말하는 게 아닐까 하고 생각했다. 화면이 계속 바뀌는 바람에, 한 페이지가 안 되는 곳에서 그런 내용조차도 확인하지 못한 나는 ‘도대체 무엇을 수정했다는 말씀입니까?’하고 따져 묻고 싶은 마음을 자제하느라 무척 힘들었다. 다만 나는 “내가 원하는 건 어느 특수한 예를 풀기 위한 게 아니라 모든 모드를 아우를 수 있는 가해조건이며 그 조건이야말로 내부공진에 대한 아무 제약 없이, 원판의 비대칭이든 대칭이든 모든 모드의 상호작용에 관한 모든 동역학적 정보를 담고 있는 것”이라고 힘주어 말했다. 그러자 그는 자기가 구한 가해조건도 마찬가지로 했다. 아무 입증도 없이 하고 있는 그의 말에 더욱 답답함을 느낀 나는, 화면을 움직이고 있는 그를 그냥 바라보고 있을 수밖에 없었다. 지루함을 참다못해 원고 [4]를 가져다가 식 (6)을 보여주며, “이 항의 기여로 내부공진이 없는 경우에도 진행파를 얻게 된 것”이라고 하자 그는 “그 항을 포함하지 않은 가해조건은 잘못 된 것”이라고 했다. 방정식을 한 번 쳐 보고 그 진위를 알아보는 그의 안목은 나로선 엄두도 낼 수 없는 것이어서 속으로 감탄하며, “선생님의 가해조건[1]엔 이 항이 없었다”고 하자 그러냐고 했다. 이윽고 Perkins의 제물뉘시 강연이 시작되는 바람에 우리의 토론은 별 소득 없이 여기서 끝이 났다.

다음 날 아침 일정에 따라 래프팅에 참가하기 위해 모인 장소에서 Hagedorn이 내게 다가오더니 아무래도 뭔가 오해가 있는 것 같으면서 나중에 조용히 이야기하자고 했다. 혹시 어제 발표된 논문의 내용에 무슨 잘못이라도 있었는가 염려가 되어 무슨 말씀인가 하고 물었다. 그는 학술적인 게 아니라며 얼른 나를 안심시키더니 당장 말하는 게 낫겠다고 판단했는지 사실은 그 심사평을 쓴 사람은 자신이라며 내가 두 분을 의심할까봐 염려가 되어 이야기해준다고 했다. 참가자 중에 심사자가 있다는 걸 Dickinson으로부터 듣긴 했지만 누군지 무척 궁금했었는데 말해줘서 고맙다고 인사하자, 그는 어제 Nayfeh의 노트북에서 원하는 걸 찾았느냐고 물었다. 아무 것도 찾질 못했다고 하자 자기는 Nayfeh가 원판의 진행파응답을 구했다고 믿지 않는다고 덧붙였다. 그는 처음부터 끝까지 진행파응답에 관심을 보여줌으로써 그의 집중력이 대단함을 짐작케 했는데 스스로 체득하기 전에는 남의 말을 쉽게 받아들이지 않는 학자의 전형을 보는 듯 했다. 나의 기준으로는 모름지기 큰 학자가 되려면 이 정도의 집중력과 자기 나름의 이해방식을 가져야 한다고 본다. 그에게 ‘원판이 진행파형응답을 갖는다는 것은 수정가해조건을 활용해서 얻은 하나의 결과일 뿐 내 발표의 주된 논점이 아니다’라는 걸 말해주려다가 꼭 그럴 필요가 있겠는가 싶어 그만 두었다. 처음에 나는 그의 심사평이 못마땅했지만 지금 생각해보니 그 평이 나를 여러모로 도와준 셈이 되었다. 비평이란 대체로 유의하다는 걸 왜 깨닫지 못했을까? 정말로 예순이 되면 남의 말이 귀에 순순히 들릴까?

이력저력 심포지엄은 끝이 나고 마지막 날은 가까이 위치한 Yellow Stone 국립공원을 구경했다. 14년 전 학창시절에 왔을 땐 울창하던 숲이 산불피해로 볼품이 없어져 꼭 추수가 끝난 옥수수밭을 연상케 했다. 산불도 자연진화의 일부라던데 볼품이 없다는 내 생각이야말로 너무 인간중심적인 생각이리라. 저녁에는 Nayfeh, Mook과 부부동반으로 저녁식사를 같이 하게 되었는데, 내년 6월 자기네 대학에서 개최되는 제 14차 미국 응용역학 총회(U. S. National Congress of Applied Mechanics)에 참석할 거냐고 Nayfeh가 물기에 Leissa의 은퇴를 기념하는 특별세션에 발표하도록 요청 받아 논문을 준비중이라고 했더니 “비선형진동 세션도 있는데”해서 그동안 논문을 두 편이나 준비할 수도 없는 나로선 입장이 난처했었다. 내년에 다시 만나기로 하고 헤어져 숙소로 돌아오는데 하늘은 별로 가득 차고 공기는 나무냄새로 가득 찼다. 집사람이 슬며시 팔짱을 끼더니 Nayfeh 부인이 자기네 집엔 방이 많으니 내년에 오거든 꼭 자기집에서 묵도록 하라고 했다면서 내년도에 따라나설 뜻을 비쳤다. ‘그동안 홀로 누리던 여행의 정취도 이젠 끝이 났나보다’라고 생각하는데 멀리서 코요테 울음소리가 들려왔다.

몇 달이 지난 지금 되돌아보니 두 분이 나에게 일거리를 남겨주었고, 나는 그들 앞에서 발표할 기회를 가졌으며, 그들은 자신들이 들인 노고에 비하면 보잘 게 없는 내 노력의

산물에 대한 토론을 통해 관대함과 성실함의 의미를 내게 새삼 깨우쳐 주었으니 두 분에게 그저 감사할 뿐이다. 나로서는 평생에 다시 맞기 어려운 이 소중한 경험을 정리해둬으로써 훗날에 대비하고자 한다.

옛날 중국의 어느 곳에 과부와 홀아비가 이웃해 살았는데, 밤중에 갑자기 큰비가 쏟아져 집에 물이 들자 과부는 옆집에 피신을 요청했다. 남녀가 유별한데 한 밤중에 여인을 홀아비 집에 들일 수 없노라며 홀아비가 문을 열어주지 않자, 과부는 “당신은 유하혜의 일도 모르시오”하고 그의 응졸함을 꾸짖었다. 유하혜는 공자께서도 존경해 마지않았던 인격자였는데 꼭 같은 상황에서 문을 열어 주었다는 것이다. 그러자 홀아비는 “나의 불가함으로써 유하혜의 가함을 배우고자 하오”라고 대답했다. 이 말은 자신은 범인이라서 훌륭한 분을 흉내냈다가 무슨 일을 겪을지 알 수 없으니 너무 원망하지 말라는 뜻이다. 내가 지금 이 고사를 머리에 떠올리는 이유는, “수도 없이 쏟아져 나오는 논문, 게다가 이십 수년 전의 논문에서 찾아낸 오류를 수정한 일이 뭐 그리 대단한 일이라고 이렇게 요란한가. 자네는 심산유곡에 홀로 핀 난이 온 산에 향기를 내 뿜건만 난은 자기 몸에서 향기가 나오는지 모른다는 걸 모르는가”하고 나를 꾸짖을 독자가 있을지 모르겠기 때문이다. 그에게 나는 이렇게 말하겠다. “그대의 말이 참으로 옳네. 하지만 나는 말함으로써 말하지 않는 사람의 덕을 배우고자 할 따름일세.”

참 고 문 헌

[1] Sridhar, S., Mook, D. T. and Nayfeh, A. H., 1978, “Nonlinear resonances in the forced responses of plates, Part II: asymmetric responses of circular plates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 59, No. 2, pp. 159~170.

[2] 여명환, 이원경, 2001, “원판의 비선형 비대칭진동 응답”, *한국소음진동공학회 춘계학술대회논문집*, pp. 295-301.

[3] 여명환, 이원경, 2001, “원판의 비선형 비대칭 강제진동응답”, *한국소음진동공학회 논문집*, 제 11권 제 4호, pp. 65-70.

[4] M. H. Yeo and W. K. Lee, 2001, “Responses of nonlinear asymmetric forced vibrations of a circular plate”, *Proceedings of the 3rd International Symposium on Vibrations of Continuous Systems*, Wyoming, USA, pp. 42- 44.

[5] Sridhar, S., Mook, D. T. and Nayfeh, A. H., 1975, “Non-Linear Resonances in the Forced Responses of Plates, Part I: Symmetric Responses of Circular Plates.”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 41, No. 3, pp. 359~373.

[6] Hadian, J. and Nayfeh, A. H., 1990, “Modal

interaction in circular plates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 142, No. 2, pp. 279~292.

[7] Lee, W. K. and Kim, C. H., 1995, “Combination resonances of a circular plate with three-mode interaction”, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 62, pp. 1015~1022.

[8] Tobias, S. A. and Arnold R. N., 1957, “The influence of dynamical imperfection on the vibration of rotating disks”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 171, pp. 669-690.

[9] Williams, C. J. H. and Tobias, S. A., 1963, “Forced undamped nonlinear vibrations of imperfect circular disks”, *Journal of Mechanical Science*, Vol. 5, pp.325-335.

[10] Williams, C. J. H., 1966, “The stability of nodal patterns in disk vibration”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 8, pp. 421-431.

[11] Efstathiades, G. J., 1971, “A new approach to the large-deflection vibrations of imperfect circular disks using Galerkin’s procedure”, Vol. 16, pp. 231-253.

[12] Nayfeh, T. A. and Vakakis, A. F., 1994, “Subharmonic travelling waves in a geometrically nonlinear circular plate”, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 29, pp. 233-245.

[13] 이원경, 장서일, 2001, *강제진동중인 평판의 이동파와 관련한 비선형동역학*, 한국과학재단 특정기초연구 제 1년차 중간보고서.

[14] Leissa, A. W., 1993, *Vibration of Plates*, Acoustical Society of America.

[15] Yeo, M. H. and Lee, W. K., 2001, “Asymmetric responses of nonlinear forced vibrations of a circular plate”, submitted to *Journal of Sound and Vibration*.

[16] Nayfeh, A. H. and Mook, D., 1979, *Nonlinear Oscillations*, Wiley, New York.

[17] Cho, D. S. and Lee, W. K., 2000, “Modal interaction of a randomly excited hinged-clamped beam”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 237, No. 3, pp. 377-393.

[18] Lee, W. K., Yeo, M. H. and Bae, S. S., 1997, “Validity of multiple-scale solution for a subharmonic resonance response of a bar with a nonlinear boundary condition”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 208, No. 4, pp. 567-574.