

파워흐름유한요소해석 프로그램의 특성과 이를 이용한 자동차 진동해석

Characteristics of PPFEM program and vibration analysis of automobile using the developed program

박영호*, 홍석윤**, 서성훈*, 길현권***

ABSTRACT

To predict vibrational energy density and intensity of complex structures in medium-to-high frequency ranges, Power Flow Finite Element Method(PPFEM) programs for the plate, beam and some coupled structural elements are developed at present. The vibration energy density and intensity of foreign vehicle is predicted successfully with FE full model of 60,000 DOF using the developed PPFEM program.

주요기술용어 : PFA(파워흐름해석법), PPFEM(파워흐름유한요소법), SEA(통계적에너지해석법), FEM(유한요소법), Automobile(자동차), Vibration energy density(진동에너지밀도), Vibration intensity(진동인텐시티), Medium-to-high frequency ranges(중고주파수 대역), Program(프로그램)

Nomenclature

- C_g : Group velocity, m/s^2
- ω : Frequency, 1/s
- η : Internal loss factor, non-dimension

Subscripts

- f : Flexural wave
- l : Longitudinal wave
- s : Shear wave
- j : Nodal point
- m : Wave type

운동방정식의 해를 이용하는 유한요소법(Finite Element Method, FEM)은 저주파 영역의 진동해석에는 효과적으로 적용되고 있으나 중고주파 영역에서의 진동해석은 많은 계산 시간과 비용으로 인해 활용하기 어려운 실정이다. 또한 고주파수 대역에서 구조물의 진동을 해석하는 방법으로는 통계적에너지해석법(Statistical Energy Analysis, SEA)이 있는데, 이 해석법은 하부구조간의 파워의 평형조건을 이용하기 때문에 하부구조내의 진동에너지가 하나의 대표값으로 표현되고 모드밀도가 높지 않은 중주파수 영역에 적용하기에 부적합한 단점들이 있다.

위의 해석법들의 단점을 보완하고 정밀도를 향상시키려는 진동해석 연구가 활발히 진행되고 있는데 그 중에서 파워흐름해석법(Power Flow Analysis, PFA)은 중고주파 영역에서 특히 신뢰성이 높은 방법으로 평가되고 있다. 파워흐름해석법은 임의의 검사체적(control volume) 내에서의 진동파워평형(vibration power balance)을 고려하기 때문에, 구조모델에서 운동방정식의 운동해로부터 유도되는 에너지지배방정식은 열전도

1. 서론

구조물의 진동을 해석하는 방법으로 구조계에 대한

* 정희원 : 서울대학교 대학원 조선해양공학과
 ** 정희원 : 서울대학교 조선해양공학과 조교수
 *** 정희원 : 수원대학교 기계공학과 조교수

방정식과 유사한 2차 편미분 형태이며 시간, 공간에 평균된 에너지밀도를 주요변수로 하고 있다. 이 에너지지배방정식을 통하여 중고주파 영역에서 하부요소의 공간적인 진동에너지 분포와 전달경로를 예측할 수 있다.

그러나 대형 복합구조물을 파워흐름해석법으로 해석할 경우 경계조건이 많이 필요하고 단위요소의 형상이 일반적이지 않아 에너지지배방정식의 정확한 수학적 해를 구하기가 어렵게 된다. 이러한 경우에 대하여 파워흐름해석법에 유한요소기법을 도입한 파워흐름유한요소법(Power Flow Finite Element Method, PPFEM)을 적용할 수 있는데, 이 방법은 복잡한 구조물을 여러 요소로 나누고 각각의 요소에 형상함수를 적용하여 에너지지배방정식의 해를 수치해석적으로 구하기 때문에 근사적이지만 매우 효과적으로 해를 보여준다. 또한, 파워흐름유한요소법은 구조해석과 진동해석에 필요한 유한요소 모델링을 적용할 수 있어 새롭게 모델링 해야하는 통계적에너지해석법에 비해 고주파 영역의 해석비용과 시간을 줄일 수 있는 장점이 있으며, 기존의 유한요소해석보다 훨씬 높은 주파수 영역에 대하여 해석이 가능한 장점이 있다. 따라서 본 연구는 파워흐름유한요소법의 적용범위를 넓혀 실제구조물과 가까운 복잡한 형상을 갖는 임의의 평판 구조물로 확장하여 적용하는데 목적이 있다.

2. 파워흐름유한요소법

평판요소에 진동파워가 입력되어 정상상태(steady state)가 되었을 경우에 굽힘파와 면내파의 공간-시간 평균된 에너지밀도를 변수로 하는 에너지지배방정식은 다음과 같다.

$$-\frac{c_{gm}^2}{\eta\omega} \nabla^2 \langle e \rangle_m + \eta\omega \langle e \rangle_m = \Pi_m \quad (2.1)$$

여기서 ω 는 가진주파수이고 η 는 구조감쇠에 의한 내부손실계수이며, m 은 평판에 존재하는 굽힘파, 종파, 전단파 중 하나의 파형을 의미한다. e_m 은 m 파형의 공간-시간 평균된 에너지밀도이며 c_{gm} 은 m 파형의 에너지전달속도로서 굽힘파의 에너지전달속도는 굽힘파 전파속도의 2배이고 면내파의 에너지전달속도는 면내파의 전파속도와 같다. Π_m 은 구조물의 단위평판요소에 입력되는 m 파형의 입력파워이다. 또한 m 파형에 대한 공간-시간 평균된 원거리영역의 인텐시티 I_m 은 (2.2)

식과 같이 에너지밀도의 공간적 구배 관계식으로 표현할 수 있다.

$$\langle I \rangle_m = -\frac{c_{gm}^2}{\eta\omega} \nabla \langle e \rangle_m \quad (2.2)$$

에너지지배방정식인 (2.1)식을 유한요소법으로 근사해를 구하기 위하여 위하여, 가중잔여법(Method of Weighted Residual, MWR)을 적용한다. 가중잔여법은 (2.3)식과 같이 잔여함수에 임의의 가중함수(weight function) ν 를 취하여 요소의 영역에서의 적분값이 0을 만족하는 해를 찾는 방법이다.

$$\int_D R(x) \nu(x) dD = 0 \quad (2.3)$$

여기서 $R(x)$ 은 잔여함수이며 D 는 요소 영역(element domain)을 의미한다. 에너지지배방정식인 (2.1)식의 잔여함수를 (2.4)식과 같이 정의한다.

$$R(x, y) = -\frac{c_{gm}^2}{\eta\omega} \nabla^2 \langle e \rangle_m + \eta\omega \langle e \rangle_m - \Pi_m \quad (2.4)$$

(2.4)식을 (2.3)식에 대입하고 발산정리를 이용하면 (2.5)식을 얻는다.

$$\int_D \left\{ \frac{c_{gm}^2}{\eta\omega} \nabla \langle e \rangle_m \cdot \nabla \nu + \eta\omega \langle e \rangle_m \nu \right\} dD - \int_D \Pi_m \nu dD - \int_{\Gamma} \nu \left(n \cdot \frac{c_{gm}^2}{\eta\omega} \nabla \langle e \rangle_m \right) d\Gamma = 0 \quad (2.5)$$

여기서 n 은 요소경계 Γ 의 법선벡터(normal vector)이다. 진동에너지밀도와 인텐시티의 관계를 의미하는 (2.2)식을 이용하면 (2.6)식은 다음과 같이 표현된다.

$$\int_D \left\{ \frac{c_{gm}^2}{\eta\omega} \nabla \langle e \rangle_m \cdot \nabla \nu + \eta\omega \langle e \rangle_m \nu \right\} dD = \int_D \Pi_m \nu dD + \int_{\Gamma} \nu (-n) \cdot \langle \vec{T} \rangle_m d\Gamma \quad (2.6)$$

본 연구에서는 다른 가중잔여법보다 일반적으로 잘 알려져 있는 갤러킨법을 이용하여 파워흐름유한요소해

식을 수행하기 위하여, 위 식의 변수인 에너지밀도 $\langle e_m \rangle$ 의 수치적인 근사해를 다음 (2.7)식과 같이 유한 개의 기지함수의 합으로 표현한다.

$$\langle e \rangle_m = \sum_{j=1}^n e_{mj} \phi_j \quad (2.7)$$

여기서 e_{mj} 는 노드점에서의 미정된 m 파형의 에너지밀도이고 ϕ 는 라그랑제 다항식(Lagrange interpolation function)이며 j 는 기지함수의 수이다. 또한 가중함수는 (2.8)식과 같이 근사해의 기지함수로 표현한다.

$$\nu = \sum_{i=1}^n \phi_i \quad (2.8)$$

(2.6)식에 (2.7)식과 (2.8)식을 대입하여 갤러킨 근사식(Galerkin approximation)을 구하면 (2.9)식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \left\{ \int_D \left(\frac{C_{gm}^2}{\eta\omega} \nabla \phi_i \nabla \phi_j + \eta\omega \phi_i \phi_j \right) dD \right\} e_j \\ &= \int_D \Pi_m \phi_i dD + \int_{\Gamma} \phi_i (-n) \cdot \langle \vec{T} \rangle_m d\Gamma \end{aligned} \quad (2.9)$$

(2.9)식을 요소행렬(element matrix) 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[K_m^{(e)}] \{e_m^{(e)}\} = \{F_m^{(e)}\} + \{Q_m^{(e)}\} \quad (2.10)$$

여기서 위 식의 각 항들은 다음과 같다.

$$K_{mij}^{(e)} = \int_D \left(\frac{C_{gm}^2}{\eta\omega} \nabla \phi_i \nabla \phi_j + \eta\omega \phi_i \phi_j \right) dD \quad (2.11)$$

$$F_{mi}^{(e)} = \int_D \Pi_m \phi_i dD \quad (2.12)$$

$$Q_{mi}^{(e)} = \int_{\Gamma} \frac{C_{gm}^2}{\eta\omega} \phi_i (-n) \cdot \nabla e d\Gamma \quad (2.13)$$

(2.11)식 $K_{mij}^{(e)}$ 는 강성행렬과 질량행렬 항을 포함하고 있는 계수행렬이며, (2.12)식 $F_{mi}^{(e)}$ 는 입력과위를 의미한다. (2.13)식 $Q_{mi}^{(e)}$ 는 파워흐름을 나타내며

$(-n)$ 에서 알 수 있듯이 요소경계의 안쪽으로 들어오는 값을 양으로 한다. (2.10)식을 조립하여 세 가지 파형 굽힘파와 종파와 전단파를 고려한 전체행렬(global matrix)을 구하면 다음 (2.14)식과 같다.

$$\begin{bmatrix} K_f & & \\ & K_l & \\ & & K_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_f \\ e_l \\ e_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_f \\ F_l \\ F_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_f \\ Q_l \\ Q_s \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

여기서 첨자 f, l, s 는 각각 굽힘파, 종파, 전단파를 의미한다. (2.14)식은 노드에서의 에너지밀도 e 를 변수로 하는 행렬식이며 K 항과 F 항은 주어지거나 계산가능한 항이다. 하지만 Q 항에는 e 항이 미분된 형태를 포함되어 있어 이를 해결하기 위해, m 파형에 대한 Q 항을 전개하면 다음 식과 같다.

$$\{Q_m\} = \{ \dots, Q_m^{(k)}, Q_m^{(k+1)}, \dots \}^T \quad (2.15)$$

여기서 $Q_m^{(k)}$ 과 $Q_m^{(k+1)}$ 은 각각 k 와 $k+1$ 번 요소의 각 요소경계에 대한 파워흐름벡터를 의미한다. Q 항을 계산하는 과정에서 요소가 연결된 특성에 따라 2가지 경우로 나뉘는데, 첫번째는 동일한 특성을 갖는 두 요소가 인접한 경우이며 두번째는 다른 특성을 갖는 두 요소가 인접한 경우이다. 전자의 경우 그 경계 위에 있는 노드에서는 에너지밀도가 같고, 하나의 요소에서 그 경계를 통하여 흐르는 파워흐름과 다른 요소에서 그 경계를 통하여 흐르는 파워흐름은 크기가 같고 부호만 다른 값을 갖는다. 따라서 전체행렬을 조립할 때 동일한 특성을 갖는 요소가 인접한 경계 위의 노드들은 합치게 된다. 다른 특성을 갖는 두 요소가 인접한 경우에서는 에너지밀도가 다르기 때문에 전체행렬을 조립할 때 해당 경계의 노드를 합칠 수 없다. 이때에는 두 구조요소에 연결요소를 삽입하여 두 구조요소를 연결하는데 일반적으로 해당 경계 위의 노드의 에너지밀도와 파워흐름과의 관계를 (2.16)식과 같이 행렬식으로 표현 가능하다.

$$\begin{Bmatrix} Q_f \\ Q_l \\ Q_s \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} e_f \\ e_l \\ e_s \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

여기서 $[J]$ 는 연결요소행렬(joint element matrix)이며 (2.16)식을 (2.14)식에 대입하면 다음과 같은 행렬

식이 된다.

$$[K-J]\{e\} = \{F\} \quad (2.17)$$

(2.17)식은 노드에서의 에너지밀도를 변수로 하는 3 자유도 선형문제로서 역행렬을 이용하여 각각의 파형에 대한 에너지밀도를 구할 수 있다. 또한 각 파형에 대한 인텐시티는 (2.7)식을 (2.2)식에 대입하여 다음 (2.18)식와 같이 표현된다.

$$\langle I \rangle_m = -\frac{c_{gm}^2}{\eta\omega} \sum_{j=1}^n e_{mj} \nabla \phi_j \quad (2.18)$$

3. 파워흐름유한요소해석법의 적용

이러한 내용을 바탕으로 파워흐름유한요소해석 프로그램을 작성하였다. 프로그램은 전처리기, 주처리기 그리고 후처리기로 구성되어 있고 이를 이용하여 자동차에 대한 파워흐름유한요소해석을 수행하였다. Fig. 1은 파워흐름유한요소법을 기반으로 한 프로그램의 GUI 메인 프레임의 보여준다. 자동차의 진동해석은, 단일주파수의 횡방향 점가진력으로 해석 대상 구조물을 가진하여 굽힘 파워가 입력될 때 구조물에서의 진동에너지밀도와 진동인텐시티의 공간적 분포를 중심으로 살펴 보았으며, 가진주파수는 500Hz와 2000Hz로 변화시켜 이에 따른 변화도 비교하여 보았다.

자동차 모델은 충돌해석용으로 공개되어있는 MetroR V02C라는 형식명의 Geo metro라는 자동차의 유한요소모델(FE model)을 그대로 사용하였다. 모델링 작업은 LS-DYNA로써 모델링된 데이터를 HYPERMESH를 통하여 ANSYS 입력 파일 형태로 자동차의 노드와 요소정보를 얻고 이를 이용하여 본 프로그램의 전처리기로 Fig. 2, 3과 같은 자동차 모델을 얻었다. 모델링하는 데 사용된 외부노드수는 18504개, 요소수가 10983개이고 연결부분에서 5026개의 연결요소가 생성되어 실제 사용된 내부노드수는 23530개이며 총자유도는 55512이다.

모델링한 자동차 구조물은 4가지의 다른 재료를 적용했다. 또한 가진파워는 $P=1.4W$ 를 엔진이 있는 2개의 프레임에 가진하고 변속기위치에 $P=0.7W$, 그리고 차체의 뒷부분에 $P=0.5W$ 의 가진파워를 적용했다. 이 모델에 가진주파수를 변화시키면서 파워흐름유

한요소해석을 수행하였다.

Fig. 4~7은 가진주파수를 2000Hz 설정했을 때의 결과를 보여주고 있다. Fig. 3와 Fig. 4은 각각 자동차의 윗부분과 아래부분의 굽힘과 진동에너지 분포를 나타내고, Fig. 5와 Fig.6은 마찬가지로 차의 윗부분과 아래부분의 면내파 진동에너지 분포를 나타낸다. 예상대로 가진점에서 진동에너지가 가장 큰값을 가지며, 가진점에서 멀리 떨어진 부재일수록 감소하는 경향을 보인다. Fig. 8은 구조물의 굽힘과 면내파를 합친 전체 인텐시티를 나타내며 전체적으로 가진점에서 퍼져나가는 경향을 보인다. 진동에너지의 경우, 앞 뒤 범퍼가 주위의 구조물에 비해 에너지가 많이 감소된 현상이 나타나는데 이는 범퍼가 플라스틱으로 이루어져있어 내부감쇠가 크기 때문에 일어나는 자연스러운 현상이다. 또한 자동차의 후드(hood)부분과 3개의 문은 다른 부분과는 달리 약한 연결로 이루어져 마찬가지로 주위의 구조물보다 약간 낮은 진동에너지 레벨을 보임을 알 수 있다.

또한 500Hz에서 결과인 Fig. 9~10 도 진동에너지 레벨은 2000Hz보다 높지만 전체적인 분포는 위와 비슷한 결과를 얻었다.

4. 결 론

본 논문에서는 중고주파 영역의 진동해석을 위하여 파워흐름유한요소해석 프로그램을 개발하고 이를 이용하여 상용화된 자동차의 진동해석을 함으로써 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

파워흐름유한요소해석법은 에너지배방정식을 수치적으로 해를 구하기 때문에 수학적 해석해를 구하기 어려운 실제 구조물에 적용이 가능하였다. 이로써, 파워흐름유한요소해석법은 선박, 자동차, 항공 등과 같은 시스템구조물들의 중고주파수 영역에서 진동해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- 1) Cho, P.E. & Bernhard, R.J : "A Simple Method for Predicting Energy Flow Distributions in Frame Structures", 4th International Congress on Intensity Techniques, pp.347-354, 1993.
- 2) 박도현 : "연성된 평판 및 상자형 구조물의 진동 파워흐름해석", 서울대학교 대학원 공학석사 학위논문, 1999.

- 3) 서성훈 : “다양한 형상의 평판구조물에 대한 파워흐름유한요소해석”, 서울대학교 대학원 공학석사 학위논문, 2000.
- 4) 서성훈, 홍석운, 길현권 : “파워흐름유한요소법을 사용한 밀폐형 구조물의 진동해석”, 대한조선학회 추계학술대회논문집, pp.439-466. 1999.
- 5) D.-H. Park, S.-Y. Hong, H.-G. Kil and J.-J. Jeon : "Power Flow Models and Analysis of In-plane Waves in Finite Coupled Thin Plates", J. Sound Vib, 244(4), pp.651-668, 2001.

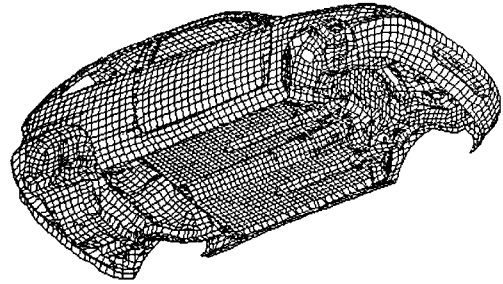


Fig. 3 FEM Model bottom view

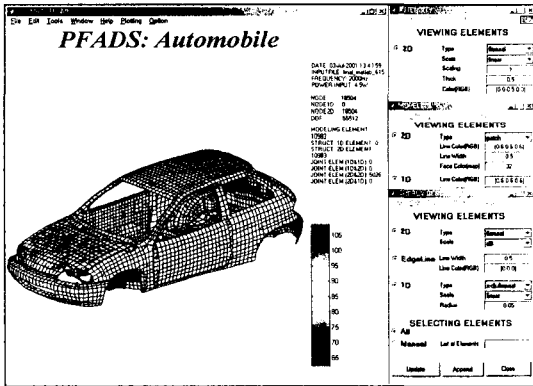


Fig. 1 PFA program(PFADS) main GUI frame

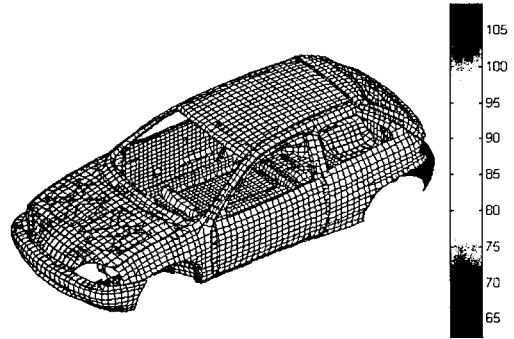


Fig. 4 Flexural Energy Density(2000Hz)

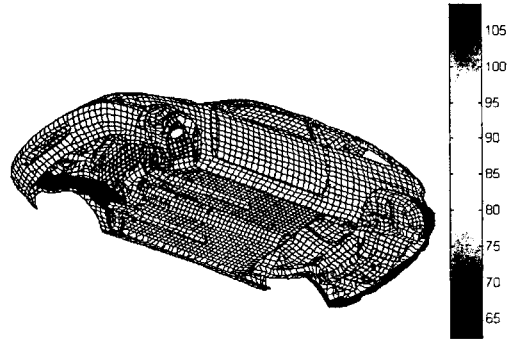


Fig. 5 Flexural Energy Density(2000Hz)

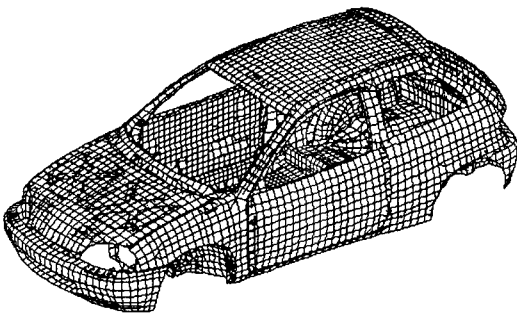


Fig. 2 FEM Model of top view

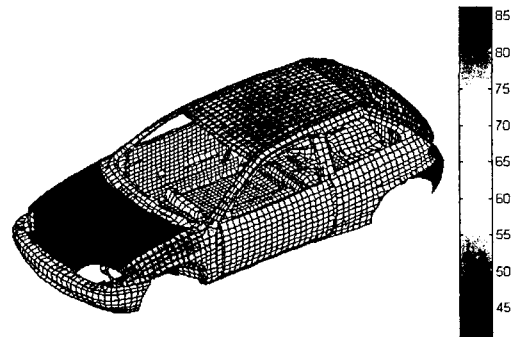


Fig. 6 In-plane Energy Density(2000Hz)

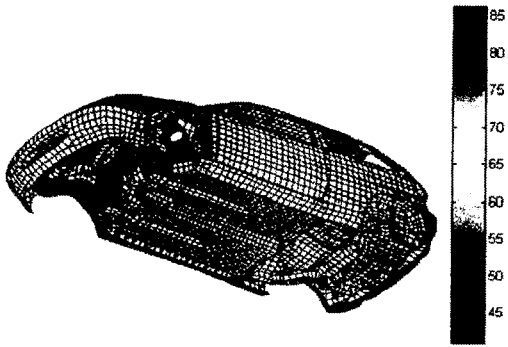


Fig. 7 In-plane Energy Density(2000Hz)

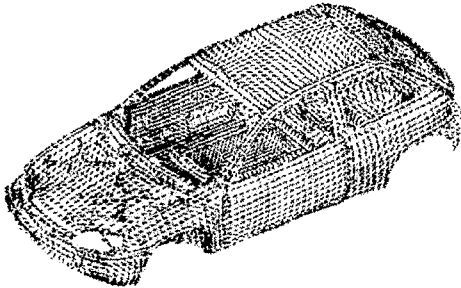


Fig. 8 Total Intensity Distribution(2000Hz)

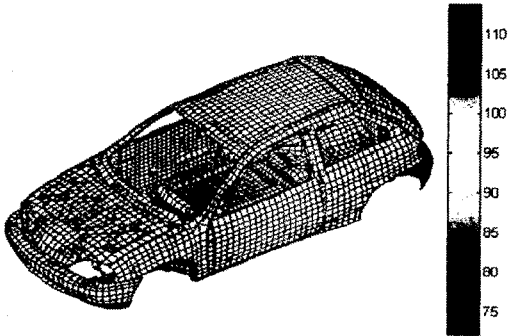


Fig. 9 Flexural Energy Density(500Hz)

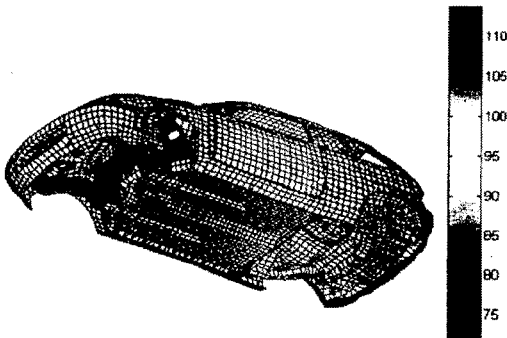


Fig. 10 Flexural Energy Density(500Hz)